THE SECRET OF MATHEMATICS

FOR ALL COMPETATIVE EXAMINATION

(SSC,BANKING,RAILWAY,CDS,etc)

$$\sqrt[8]{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{----\infty}}}}}} = ?$$

BY SUBANT PASWAN

BLUEROSE PUBLISHERS
India | U.K.

Copyright © Subant Paswan 2025

All rights reserved by author. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the author. Although every precaution has been taken to verify the accuracy of the information contained herein, the publisher assumes no responsibility for any errors or omissions. No liability is assumed for damages that may result from the use of information contained within.

BlueRose Publishers takes no responsibility for any damages, losses, or liabilities that may arise from the use or misuse of the information, products, or services provided in this publication.

BlueRose ONE.com
Stories Matter
NewDelhi • London

For permissions requests or inquiries regarding this publication,
please contact:

BLUEROSE PUBLISHERS
www.BlueRoseONE.com
info@bluerosepublishers.com
+91 8882 898 898
+4407342408967

ISBN: 978-93-7139-012-5

Cover design: Yash Singhal

First Edition: August 2025

THE SECRET OF MATHEMATICS

AUTHOR : SUBANT PASWAN
GUINNESS BOOK OF WORLD RECORDS 2001

ADDRESS : VILLAGE:-RAGHUNATH PUR
PO-SIDHI PUR , PS-PALIGANJ
DIST-PATNA , PIN-801110 (BIHAR)
EMAIL : Subant1972 @gmail.com
MOBILE NO-7568551984

AUTHOR'S OTHER PUBLISHED BOOKS TITLE

(1) SUPREME MATHEMATICAL CALENDAR

(2) THE SECRET OF MATHEMATICS

(3) THE SECRET OF OLYMPIYAD MATHEMATICS

(4) LAND SURVEY IN INDIA

(5) THE SECRET OF ALGEBRA

(6) गॉव की ओर - (कहानी संग्रह)

BY SUBANT PASWAN

श्री गणेशाय नमः

समर्पण !
यह पुस्तक पिता श्री श्यामदेव पासवान एवं माता श्रीमती शकुन्तला देवी को समर्पित हैं। मेरा एक सपना था कि किताबों की दुनियां मे मेरी भी एक किताब हो। मां शारदे की असीम कृपा से सपना साकार हुआ। इस पुस्तक के संदर्भ मे बहुमूल्य मार्गदर्शन के लिए श्रद्धेय डॉ.श्रीकृष्ण प्रपन्नाचारी (श्री बेलन बाबू जी) का बहुत आभारी हूँ।

सुबन्त पासवान

SUBANT PASWAN
S/O SHYAM DEO PASWAN

VILLAGE - RAGHUNATH PUR
PO- SIDHI PUR , PS-PALIGANJ
DIST- PATNA ,PIN-801110 (BIHAR)
EMAIL : Subant1972 @gmail.com
MOBILE NO – 7568551984

दो शब्द। लेखक की कलम से ---

पाठको के लिए लेखक एक प्रकाश स्तंभ (LIGHT HOUSE) के समान होता है, जो पुस्तको के माध्यम से पाठकों को एक नई दिशा देता हैं। जब कोई लेखक अपनी लेखनी द्वारा पुस्तकों को लिखता है, तब वह अपनी जिंदगी के अनमोल अनुभवों,विचारों एवं आदर्शो को पुस्तकों मे कैद कर लेता है। लेखक का यह अनुभव 50,60,70,80 साल या पुरी जिंदगी का भी हो सकता है। लेखक अपनी लेखनी के माध्यम से पुस्तकों मे ज्ञान की अनमोल खजाना को भर देता है। न जाने कितने विचार, आदर्श एवं ज्ञान की गंगा समाहित कर देता हैं। लेखक अपने सिद्धांतों व विचारों की एक.एक शब्द को जौहरी की तरह बारीकी से परखकर उसे तरासता है। पुस्तक लिखते समय लेखक न जाने कितनी बार उसे परिष्कृत करता हैं। अपने शोध सामग्री को एक SEQUENCE मे रखकर नया रंग भरता हैं। विचारो को एक नया आयाम देता हैं। तब वह पुस्तक गुलदस्ते के रूप मे आप के सामने होता हैं। न जाने कितनें स्तरों पर उसे हर दृष्टिकोण से शोध करता है। निहारता है ,परखता है, इसके बाद उसे अंतिम रूप देता है। तब जाकर कहीं एक पुस्तक के रूप मे आम लोगों की जिंदगी मे आती है। लेखक का आइडिया पाठकों के जीवन मे एक सोपान की तरह उपर उठाने का कार्य करता है। जब पढने वाला पाठक उस पुस्तक को पढता है तब बहुत कम समय मे वह सब कुछ हासिल कर लेता है, जोकि लेखक उसे हासिल करने या शोध करने मे अपनी पुरी जिंदगी दाव पर लगा देता हैं। जब आप पुस्तक पढते है तब आप 50,60,70,80 साल ADVANCE हो जाते हैं। आप उसे 10-15 दिनो मे पढकर बौद्धिक स्तर पर 70-80 साल आगे निकल जाते है। पुस्तक पढने के बाद आप वह नही रह जाते जो पहले थे। पुस्तक आप को खास बना देती हैं। हर लेखक पाठकों के लिए ज्ञान का एक अनमोल खजाना छोड जाता है। यह अनमोल खजाना ज्ञान की दुनियां मे आप को विरासत के रूप मे मिलती हैं जिससे हर पाठक को लेखक पर गर्व होता है। धन्यवाद।

ऐ दोस्तों ख्वाहिश है कि तुम्हे किताबो मे मिलूॅं।
जहॉं भी मिलूॅ अपनी बुलंदियों के शिखर पर मिलूॅं।।

सुबन्त पासवान

DESCRIPTION ABOUT THIS BOOK

इस पुस्तक को विभिन्न प्रतियोगिता परीक्षाओं की तैयारी करने वाले विद्यार्थियो को ध्यान मे रखते हुए लिखी गई है। आज कल सभी प्रतियोगिता परीक्षाओं मे MATHEMATICS के TOPIC से प्रश्न आवश्य पुछे जाते है। MATHEMATICS एक ऐसा SUBJECT है जो हर COMPETITIVE EXAM. मे प्रतिभागी को सबसे अच्छा स्कोर दिलाता है। जिसका MATHEMATICS पर जितना अच्छा COMMAND होगा। उसका स्कोर उतना ही अच्छा होगा। प्रतियोगिता परीक्षाओ की तैयारी करने वाले विद्यार्थियो के लिए यह पुस्तक रामबाण के समान हैं। वैसे प्रतिभागी जो गणित के TRICKY CONCEPT को समझना चाहते हैं। तथा प्रतियोगिता परीक्षाओं को CRACK करना चाहते हैं। उनके लिए यह पुस्तक मील का पत्थर साबित होगा। इस पुस्तक मे गणित के उन सभी TOPICS को संकलित किया गया है जो कि प्रतियोगिता परीक्षाओ मे पुछे जाते है। इसमे प्रश्नो को परंपरागत तरीका से तथा TRICKY METHOD द्वारा हल किया गया हैं। प्रतियोगिता परीक्षाओ की तैयारी करने वाले विद्यार्थियो के लिए SHORT METHOD तथा परंपरागत विस्तृत व्याख्या की गई हैं। इस पुस्तक को विभिन्न प्रतियोगिता परीक्षाओ `SSC, BANKING, RAILWAY, AIRFORCE, NAVY, CDS एवं राजस्तरीय परीक्षाओ के लिए तैयार किया गया है। यह एक बहुउपयोगी, उत्कृष्ट, अद्विितिय COMPETITIVE BOOK है। इस पुस्तक के माध्यम से आप गणित के कठिन सवालो को TRICKS के माध्यम से सकेण्डो मे हल कर सकते है। इसमे विविध प्रकार के प्रश्नो का संकलन किया गया है। यह एक उच्च्व स्तरीय गणित से संबन्धित मानक पुस्तक है। MATHEMATICS की उपयोगिता हमेशा से रही है। और भविष्य मे भी रहेगी। जब तक इस धरती पर मानव जीवन रहेगा तब तक MATHEMATICS की उपयोगिता बनी रहेगी।यही इसकी विशेषता है। विश्वास है कि पाठकगण इस पुस्तक से आवश्य लाभांवित होंगे। धन्यवाद ।

सुबन्त पासवान

BY SUBANT PASWAN

DESCRIPTION ABOUT THIS BOOK

This book has been written keeping in mind the students preparing for various competitive exams. Mathematics is an important for all exams.There is chapter now a days, question related to mathematics are necessary asked in all competitive exams.This book is like a panacea for the students preparing for competitive exams.Contenders who wants to master in tricky calculation..This book will prove to be a mile stone for him. Students preparing for competitive exams. Short tricks and detailes explations related to mathematical questions have been given. This book can be used for SSC, BANKING , RAILWAY, AIRFORCE ,NAVY, CDS to general requirements, This is a very useful, excellent and unique Mathematical book. you can solve by short tricks methods.Various types of questions have been compiled in this book.This is a standard book related to a high level exam.The usefulness of the mathematics has been in the past as well. Even in the present time. And will be in Future also.Without this planning of any action plan is not possible. As long as there is human life on this earth, Mathematics will remain useful.This is its speciality.It is belived that the readers will definitely benefit from this book. Thank you.

SUBANT PASWAN

MATHEMATICAL SYMBOLS

SR NO	SYMBOLS	DESCRIPTION
1	$+$	जोड
2	$-$	घटाव
3	$\times$	गुणा
4	$\div$	भाग
5	$=$	बराबर
6	$\neq$	बराबर नही है
7	$>$	बडा है
8	$<$	छोटा है
9	$\geq$	बडा है या बराबर
10	$\leq$	छोटा है या बराबर
11	$\sqrt{\ }$	वर्गमूल
12	$\sqrt[3]{\ }$	घनमूल
13	$\sqrt[4]{\ }$	चतुर्थमूल
14	$\sqrt[n]{a}$	Nth मूल
15	$\cdot$	दशमलव
16	$\therefore$	इसलिए
17	$\because$	चुकी
18	$\cong$	सर्वांगसम
19	%	प्रतिशत
20	‰	प्रति हजार
21	∟	समकोण
22	( )	छोटी कोष्ट
23	{ }	मझली कोष्ट
24	[ ]	बडी कोष्ट
25	∞	infinity
26	$\propto$ $::$	समानुपात
27	*	तरांकित (Star)
28	$\cup$	Union
29	$\cap$	Inter section
30	$\emptyset$	Phi value / Golden ratio = 1.6180
31	$\in$	Members
32	$\vert\ \vert$	Mod
33	e	Euler number (2.71828) constant

34	$\angle$	Angle
35	$\parallel$	Parallel
36	$\sim$	Similarity
37	Δ	Tringle
38	π	Pi (22/7)
39	$\sum$	Total / Sum
40	ϕ	Phi / golden ratio = 1.618
41	!	Factorial
42	!!	Double factorial
43	α	Alpha
44	β	Bita
45	γ	Gama
46	δ	Delta
47	K	kappa
48	λ	lamda
49	i	Iota (imaginary)
50	ψ	Psi
51	η	eta
52	θ	Thita
53	μ	Micron
54	ω	Omrga
55	ζ	zeta
56	τ	Tau
57	σ	Sigma (total / sum)
58	ρ	Rho
59	$\ll$	Much less than
60	$\gg$	Much greater than
61	$\approx$	Almost equall to
62	$\pm$	Plus – minus
63	$\equiv$	Identical to
64	$\forall$	For all
65	C°	Centigrade
66	F°	Fahrenheit
67	$\Longrightarrow$	implise
68	$\Leftrightarrow$	if and only if
69	⋕	Equall and parallel
70	■	End of proof
71	$\mathbb{Q}$	The set of rational numbers
72	$\mathbb{R}$	The set of real numbers

THE SECRET OF MATHEMATICS

BY SUBANT PASWAN

THE SECRET OF MATHEMATICS

INDEX

SECTION	TOPIC	PAGE
अध्याय - 1		11
(1.0)	संख्या पद्धति (NUMBER SYSTEM)	11
(1.1)	विभाजकता का नियम (RULES OF DIVISILITY)	17
(1.2)	दाशमिक पद्धति (DECIMAL SYSTEM)	30
(1.3)	द्विधारीपद्धति (BINARY SYSTEM)	33
(1.4)	त्रिआधारी पद्धति (TERNARYSYSTEM)	43
(1.5)	चतुर्थधारी पद्धति (QUARTERNARY SYSTEM)	48
(1.6)	पंचधारी पद्धति (QUINARY SYSTEM)	53
(1.7)	विविध पद्धतियां (MISCELLANEOUS SYSTEMS)	57
(1.8)	मैट्रिक पद्धति (METRIC SYSTEM)	61
(1.9)	रोमन संख्या पद्धति (ROMAN NUMBERS SYSTEM)	68
(1.10)	आर्वत दशमलव (RECURRING DECIMAL)	70
(1.11)	भिन्न (FRACTION)	81
(1.12)	मानक रूप (STANDARD FORM)	90
अध्याय - 2		92
(2.0)	समय और घडी (TIME & CLOCK)	92
(2.1)	लघुगणक एवं प्रतिलघुगणक (LOG & ANTI LOG)	149
(2.2)	वर्गमूल (SQUARE ROOT)	190
(2.3)	घनमूल (CUBIC ROOT) ;	222
(2.4)	घातांक एवं करणी (INDICES & SURDS)	238
(2.5)	लघुतम समापर्वतक (LCM)	251
(2.6)	महतम समापर्वतक (HCF)	262
(2.7)	मिश्रण (MIXTURE)	300
(2.8)	चाल, दूरी और समय (SPEED, DISTANCE AND TIME)	330
(2.9)	रेलगाडी, चाल और समय (TRAIN, SPEED AND TIME)	346
अध्याय - 3		375
(3.0)	समय और कार्य (TIME AND WORK)	375
(3.1)	लाभ और हानि (PROFIT AND LOSS)	433
(3.2)	उम्र से सम्बंधित (AGE PROBLEM)	459
(3.3)	नल और टंकी (PIPE AND CISTERNS)	482
(3.4)	दौड एवं खेल कौशल (RACE AND SKILLS)	506
(3.5)	नाव एवं धारा (BOATS AND STREAMS)	522
(3.6)	साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज (SIMPLE & COMPOUND INTREST)	530
(3.7)	प्रतिशत (PERCENTAGE)	548

BY SUBANT PASWAN

(3.8) अनुपात और समानुपात (RATIO & PROPORTION) ------------------ 569
(3.9) औसत (AVERAGE) -- 582
(3.10) सरलीकरण (SIMPLIFICATION) ------------------------------------- 589
अध्याय - 4 --- 600
(4.0) विविध प्रश्नावली (MISCELLANEOUS) --------------------------------- 600
(4.1) मंदिर पर चढाए गए फूल (FLOWERS OFFERED AT THE TEMPLE) ----- 600
(4.2) **बिना बताऐ जन्मतिथि ज्ञात करना** (FIND THE DOB WITHOUT TELLING)---- 608
(4.3) जादूई वर्ग को भरना सिखे (MAGIC SQUARE) ---------------------- 611
(4.4) रेडियोधर्मी पदार्थ C-14 (RADIO ACTIVE C-14) ----------------------- 643
(4.5) चर्चित प्रश्न (HOT QUESTION) -- 648

अध्याय - 1

(1.0) संख्या पद्धति (NUMBER SYSTEM)

इसं अध्याय के अंतर्गत हम संख्या पद्धति के बारे मे अध्ययन करेंगे। संख्या पद्धति गणित की वह आधारशिला है जिस पर समस्त गणनात्मक विज्ञान टिका हुआ है। जब मानव सभ्यता ने गिनती की आवश्यकता को महसूस किया होगा तभी संख्याओं का जन्म हुआ और उनके अभिव्यक्तिकरण के लिए विभिन्न पद्धतियों की रचना की गई। यही क्रम आगे चलकर संख्या पद्धति के रूप मे विकसित हुआ। जिसके माध्यम से संख्याओं को लिखा, पढा और समझा जाता है। विश्व के विभिन्न प्राचीन सभ्यताओं जैसे मिश्र, रोम, यूनान,चीन और भारत ने अपनी अपनी संख्या पद्धति को विकसित किया।गणित के क्षेत्र मे भारतीय संख्या पद्धति का विशिष्ट योगदान रहा है। भारत ने न केवल शून्य की खोज की बल्कि दशमलव प्रलाणी की नींव रखी जो आज वैश्विक स्तर पर सर्व मान्य और उपयोग मे लाई जाती है। संख्या पद्धति हमे न केवल संख्याओं को व्यक्त करने की सुविधा देती है बल्कि वह मानव सभ्यता की बौद्धिक प्रगति, वैज्ञानिक सोंच और तार्किक विवेक का भी परिचायक है। इसके माध्यम से गणना करना सरल होता है। जटिल से जटिल गणितीय समस्याओं को सुलझाया जा सकता है। यदि संख्या पद्धति का आविष्कार नही होता तो आज हम बडे बडे संख्याओं को न तो लिख पाते और न ही समझ पाते।यह पद्धति हमारे जीवन के विकास के लिए अति महत्वपूर्ण है। इसलिए संख्या पद्धति का अध्ययन करना प्रत्येक विद्यार्थियों के लिए अत्यंत आवश्यक है।

प्रायःसंख्याओं को लिखने के लिए कुछ मानक अंको की आवश्यकता होती हैं।जिसके माध्यम से बडे बडे संख्याओं को अभिव्यक्त किया जाता है। शून्य से 9 तक कुल दस (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) मानक अंक निर्धारित है। इन्ही दस अंको की सहायता से संख्याओं को एक निश्चित पद्धति मे लिखा जाता है। पढा जाता है और इसे समझा जाता है। इस संख्या पद्धति के अंतर्गत किसी भी संख्या के अंकों के दो मान होते है। जो निम्नलिखित है।

(1) स्थानीय मान: (LOCAL / PLACE VALUE)

(2) निरपेक्ष मान : (ABSOLUTE VALUE)

(1) स्थानीय मान : (LOCAL / PLACE VALUE) इसके अंतर्गत संख्याओं मे अंको का मान इसके स्थान के उपर निर्भर करता हैं। यदि इकाई के स्थान पर 5 हो तो इसका स्थानीय मान 5 होगा। यदि यही अंक दहाई के स्थान पर होगा तो इसका स्थानीय मान 50 होगा। यदि 5 सैकडा के स्थान पर होगा तो इसका स्थानीय मान 500 होगा। इस प्रकार अंकों का मान स्थान के अनुसार बलदते रहता हैं।

(2) निरपेक्ष मान (ABSOLUTE VALUE) : इसके अंतर्गत संख्या मे अंको का मान नही बदलता हैं।अंक को चाहे इकाई के स्थान, दहाई के स्थान, सैकडा के स्थान या किसी भी स्थान पर क्यों न रखा जाए।जैसे 9546,7052, 3175 उपरोक्त तीनो संख्याओं मे आए 5 का निरपेक्ष मान हमेशा 5 हीं रहेगा।

संख्याओं को इनके गुण धर्मके अनुसार निम्न भागों मे वर्गीकृत किया गयाहै।

(1) प्राकृत संख्याएं (NATURAL NUMBER): गिनती की संख्याओं को प्राकृत संख्या कहते हैं। प्राकृत संख्याओ की गिनती 1 से प्रारंभ होकर अनंत तक जाती हैं। इन संख्याओ को N द्वारा दर्शाया जाता हैं। अर्थात N = (1, 2 , 3 ,4 ,5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10, 11, 12 ---------------- ∞)

(2) पूर्ण संख्याएं (WHOLE NUMBERS) : यदि प्राकृत संख्याओं के समूह मे जीरो शामिल कर दिया जाए तब वह पूर्ण संख्या कहलाती है। इन संख्याओं को W द्वारा दर्शाया जाता हैं। अर्थात W = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 , 14, 15, 16 -------------------------- ∞)

(3) पूर्णांक संख्याएं (INTEGER NUMBERS): यदि प्राकृत संख्याओ के समूह मे जीरो शामिल कर दिया जाए तथा ऋणात्मक संख्याओ को भी मिला दिया जाए तब वह पूर्णांक संख्याए कहलाती हैं। इन संख्याओ को I द्वारा दर्शाया जाता हैं। अर्थात I = (-5 ,-4 ,-3 , -2 ,-1, 0,1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7 ,8 ------- ∞

(4) अभाज्य या रूढ संख्याएं (PRIME NUMBERS): उन संख्याओ को अभाज्य संख्या कहते है जो 1 से बडा हो और अपने को छोडकर किसी अन्य संख्या से पूरी तरह विभाजित न हो जैसे (2,3,5,7,11,13, 17,19, 23, 29,31 etc)

(5) सम संख्याएं (EVEN NUMBERS): ऐसी सभी संख्याए जो 2 से पुरी तरह विभाजित होती हो तो उन संख्याओ को सम संख्या कहते हैं। जैसे 2, 4, 20, 46, 68, 50 ------- इत्यादी। इसको व्यापक रूप से 2n द्वारा व्यक्त करते है। जहां n एक प्राकृत संख्या है।

(6) बिषम संख्याएं (ODD NUMBERS): ऐसी सभी संख्याए जो 2 से पुरी तरह विभजित न हो तो वैसी संख्याओ को बिषम संख्या कहते हैं। जैसे 1, 3 ,5 ,7, 53 , 99 इत्यादी ।इसको व्यापक रूप से $2n-1$ द्वारा व्यक्त करते है। जहां n एक प्राकृत संख्या है।

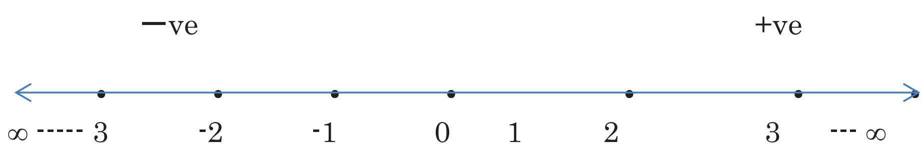
(7) संयुक्त संख्याएं/यौगिक संख्याए/ भाज्य संख्याए (COMPOSITE NUMBERS) : 1से बडी वैसी संख्याए जो अपने को छोडकर किसी अन्य संख्या से पुरी तरह बिभाज्य हो तो उन संख्याओ को संयुक्त संख्याएं / यौगिक संख्याए / भाज्य संख्याएं कहते है। अर्थात जिन संख्याअें का दो से अधिक गुणनखंड (FACTORS) हो। जैसे 4, 6, 8 ,9, 12, 15, 20 इत्यादी।

(8) सह अभाज्य संख्या (CO-PRIME NUMBERS) दो या दो से अधिक वे संख्याए जिनका महतम समापर्वतक 1 हो तो वैसे संख्याअें को सह अभाज्य संख्या कहते हैं। जैसे (5,7) (10,13) (5,7,8) इन सभी का महतम समापर्वतक (HCF) = 1 है इसलिए ऐ सभी संख्याए सह अभाज्य संख्याए हैं।

(9) परिमेय संख्या (RATIONAL NUMBERS) ; ऐसी संख्याए जो $\frac{M}{N}$ के रूप मे हो तथा M तथा N पूर्णांक संख्याए है। M तथा N मे कोई उभयनिष्ट गुणनखंड (COMMON FACTORS) न हो। इसे अंग्रेजी के Q ALPHABET से दर्शाया जाता है। जैसे $Q = (-\frac{3}{5}, -\frac{5}{11}, 0, \frac{5}{7}, \frac{11}{13}$ etc Here $N \neq 0$)

(10) अपरिमेय संख्या (IRRATIONAL NUMBERS) ; ऐसी संख्याए जिसे $\frac{M}{N}$ के रूप मे नही व्यक्त किया जा सकता है। ऐसी संख्याए प्रायः पूर्ण वर्ग नही होती हैं। इसे $\sqrt{X}$ करणी के अंदर रखा जाता हैं। जैसे $\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$, $2\sqrt{12}$, $\sqrt{3}+1$, $3/\sqrt{5}$ etc

(11) वास्तविक संख्या (REAL NUMBER) : परिमेय एवं अपरिमेय संख्याओ के सम्मिलित रूप को वास्तविक संख्या कहते है। इसे हम Number Line पर व्यक्त कर सकते हैं। अर्थात



जैसे 5 , -3 , 0 , $\sqrt{2}$, $8\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ इत्यादी ।

(12) काल्पनिक संख्याए (IMAGENARY NUMBERS): ऐसी सभी संख्याऐं जो वास्तविक नही है। अर्थात जिनकी मात्र हम कल्पना कर सकते है। इन संख्याओ को हम नम्बर लाईन पर नही दर्शा सकते है। ऐसी संख्याओं को काल्पनिक संख्याए कहते हैं।जैसे $\sqrt{-16}, \sqrt{-10}, \sqrt{-25}, \sqrt{-100}, \sqrt{-4}$ इत्यादी। किसी भी ऋणात्मक संख्या का वर्गमूल नही ज्ञात किया जा सकता है।

(13) पूर्ववर्ती संख्याएं (PRECEDING NUMBERS): ऐसी संखाएं जो किसी संख्या के ठिक पहले आती हैं। अर्थात संख्या मे से 1 घटाने पर पूर्ववर्ती संख्या प्राप्त होती है। जैसे

संख्या	10	25	100	201	506	1001
पूर्ववर्ती संख्या	9	24	99	200	505	1000

यहां10 का पूर्ववर्ती संख्या 9 हुआ। तथा 25 का पूर्ववर्ती 24 हुआ। इसी प्रकार अन्य संख्याओं को निकाला जा सकता हैं। पूर्ववर्ती संख्या = (n−1)

(14) अनुवर्ती संख्याएं (FOLLOW UP NUMBERS): ऐसी संखाएं जो किसी संख्या के ठिक बाद आती हैं। अर्थात संख्या मे 1 जोडने पर अनुवर्ती संख्या प्राप्त होती है। जैसे

संख्या	10	25	100	201	506	1001
अनुवर्ती संख्या	11	26	101	202	507	1002

यहां 10 का अनुवर्ती संख्या 11 हुआ। तथा 25 का अनुवर्ती 26 हुआ। इसी प्रकार अन्य संख्याओ को निकाला जा सकता हैं। अनुवर्ती संख्या = (n+1)

(15) पूर्ण संख्याए (PERFECT NUMBERS): ऐसी सभी संख्याए जिनके गुणनखंडो का योगफल उस संख्या के बराबर हो तो ऐसी संख्याओ को पूर्ण संख्याएं कहते हैं। जैसे 6,28, 496, 8128 इत्यादि।

संख्या 6 इनके गुणनखंड 1,2, 3 है, जिसका का योगफल (1+2+3) = 6 संख्या 28 इनके गुणनखंडो का योगफल (1+2+4+7+14) = 28

496 इनके गुणनखंडो का योगफल (1+2+4+8+16+31+32+62+124+248 = 496) उपरोक्त उदाहरणो मे गुणनखंडो का योगफल संख्या के बराबर आया है। अतःउपरोक्त संख्याए पूर्ण संख्याए है।

निम्नलिखित फरमूला द्वारा पूर्ण संख्याओं (PERFECT NUMBERS) को ज्ञात किया जा सकता है। PERFECT NUMBERS = { $(2)^{p-1}$ (2^{P} −1) }

जहां 2^{P-1} PRIME NUMBER हैं।

BY SUBANT PASWAN

THE SECRET OF MATHEMATICS

SR NO	PERFECT NUMBERS	P = POWERS
1	6	P = 2
2	28	P = 3
3	496	P = 5
4	8128	7
5	33550336	13
6	8589869056	17
7	137438691328	19
8	2305843008139952128	31
9	$\{(2)^{P-1}\ (2^{P}-1)\} = (2^{61-1})(2^{61}-1)$	61
10	$\{(2^{p-1})(2^{P}-1)\} = (2^{89-1})(2^{89}-1)$	89
11	------ do -------	107
12	------ do -------	127
13	------ do -------	521
14	------ do -------	607
15	------ do -------	1279
16	------ do -------	2203
17	------ do -------	2281
18	------ do -------	3217
19	------ do -------	4253
20	------ do -------	4423
21	------ do -------	9689
22	$\mathbf{2^{P-1}\ (2^{P}-1)}$	P = 9941
23	------ do -------	11213
24	------ do -------	19937
25	------ do -------	21701
26	------ do -------	23209
27	------ do -------	44497
28	------ do -------	86243
29	------ do -------	110503
30	------ do -------	132099
31	------ do -------	216091
32	------ do -------	756839
33	------ do -------	854433
34	------ do -------	1257787
35	------ do -------	1398269
36	------ do -------	2976221
37	------ do -------	3021377
38	------ do -------	6972593
39	------ do -------	13466917
40	------ do -------	20996011

BY SUBANT PASWAN

41	------ do -------	24036583
42	------ do -------	25964951
43	------ do -------	30402457
44	------ do -------	32582657
45	------ do -------	37156667
46	------ do -------	42643801
47	------ do -------	43112609
48	------ do -------	57885161
49	------ do -------	74207281
50	------ do -------	77232917
51	------ do -------	82589933

अब तक कुल 51 पूर्ण संख्याओं Perfect numbers की खोज की जा चुकी हैं।

(1.1) विभाजकता का नियम (RULES OF DIVISILITY)

कौन सी संख्या किस संख्या से पूर्णतः विभाजित होगी इसे ज्ञात करने के लिए कुछ मानक नियम एवं शर्ते है। जिसे पालन करते हुए इसे आसानी से ज्ञात किया जा सकता है। यहां हम कुछ महत्वपूर्ण नियमो की चर्चा करेंगे।

(1) 2 से विभाज्यता के नियम : यदि किसी संख्या के इकाई अंक के स्थान पर 0, 2, 4, 6, 8 इनमे से कोई एक अंक हो तो वह संख्या 2 से पुर्णतः विभाजित होगी। जैसे 420, 496, 942, 1000 ,1276 etc

(2) 3 से विभाज्यता के नियम : यदि किसी संख्या मे प्रयुक्त सभी अंको का योगफल 3 के गुणज मे हो तो वह संख्या 3 से पूर्णतः विभाजित होगी। जैसे 435 = (4 + 3 + 5 = 12) यहां अंको का योगफल 12 आया है जो 3 के गुणज मे हैं। अतः संख्या 435 तीन से पूर्णतः विभाजित होगी।

(3) 4 से विभाज्यता के नियम : यदि किसी संख्या के अंत मे दो जीरो या अंतिम दो अंक 4 से विभाजित हो तो वह संखा 4 से पूर्णतः विभाजित होगी। जैसे 14700,1780, 144768 यहां संख्या 14700 के अंत मे दो जीरो है इसलिए यह संख्या 4 से पूर्णतः विभाजित होगी। दुसरी संख्या 1780 के अंतिम दो अंक 80 जो कि 4 से विभाज्य है। इसलिए संख्या 1780 भी 4 से पूर्णतः विभाजित होगी।

(4) 5 से विभाज्यता के नियम : यदि किसी संख्या के अंत मे जीरो या 5 हो तो वह संख्या 5 से पूर्णतः विभाजित होगी। जैसे 120 , 225, 3560, 15845, 10100, 54275, आदि। इन सभी संख्याओ के अंत मे जीरो या तो 5 है। इसलिए उपयुक्त सभी संख्याए 5 से पूर्णतः विभाजित होगी।

(5) 6 से विभाज्यता के नियम : यदि कोई संख्या 2 तथा 3 से विभाजित होती है तो वह संख्या 6 से भी विभाजित होगी। जैसे 7434, 1452 , 2040 इत्यादि। यहां उपरोक्त सभी संख्याए 2 तथा 3 से विभाज्य है। अतः सभी संख्याएं 6 से भी विभाजित होगी।

(6) 7 से विभाज्यता के नियम : यदि किसी संख्या जिसमे कोई अंक 6 बार Repeat हो तो वह संख्या 7 से पुर्णतः विभाजित होगी। या उसमे संख्या के दो अंको के 3 बार की पुनरावृति से बनी हो तो भी 7 से पुर्णतः विभाजित होगी। या कोई संख्या 3 अंको की दो बार की पुनरावृति से बनी हो तो भी वह संख्या 7 से पुर्णतः विभाजित होगी। जैसे 111111, 222222 , 333333 ,444444, 555555 , 666666 , 777777, 888888 , 999999 (यहां उपरोक्त संख्या 6 की आवृति से बनी हैं।)

626262, 545454, 727272 (यहां बडी संख्या 2-2 अंको की 3 बार की आवृति से बनी हैं।) 121121, 234234, 765765,99599 (यहां बडी संख्या 3-3 अंको की 2 बार की आवृति से बनी हैं।)

(7) 8 से विभाज्यता के नियम : यदि किसी संख्या के अंतिम तीन अंक 8 से विभाजित हो या अंतिम 3 अंक जीरो हो तो वह संखा 8 से पूर्णतः विभाजित होगी। जैसे 7104 , 76544, 92824, 125000 इत्यादि।

(8) 9 से विभाज्यता के नियम : यदि किसी संख्या मे प्रयुक्त सभी अंको का योगफल 9के गुणज मे हो तो वह संख्या 9 से पूर्णतः विभाजित होगी। जैसे 585 = (5+8+6 = 18) यहां अंको का योगफल 18 आया है जो 9 के गुणज मे हैं। 5031= (5+0+3+1 = 9) यहां अंको का योगफल 9 आया है जो 9 के गुणज मे हैं। 7407 = (7+4+0+7 = 18) यहां अंको का योगफल 18 आया हैजो 9 के गुणज मे हैं। अतःउपरोक्त सभी संख्या 586 ,5031,4707, इत्यादि 9 से पूर्णतः विभाजित होगी।

(9) 10 से विभाज्यता के नियम : यदि किसी संख्या के अंत मे जीरो आए तो वह संख्या 10 से पूर्णतः विभाजित होगी।जैसे 120, 500, 240, 4580 ,78920, 4560, 204510 इत्यादि।

(10) 11 से विभाज्यता के नियमः यदि किसी संख्या मे सम तथा बिषम स्थान पर के अंको के योगफल का अंतर जीरो या 11 के गुणज मे आए तो वह संख्या 11 से पूर्णतः विभाजित होगी। जैसे 108592 = (0+5+2) यहां सम स्थानो पर के अंको का योगफल = 7 तथा (1+8+9) यहां बिषम स्थानो पर के अंको का योगफल = 18 यहां बिषम स्थानो पर के अंको का योगफल तथा सम स्थानो पर के अंको का योगफल का अंतर (18–7) = 11 आया है। इसलिए उक्त संख्या 108592, 11 से पूर्णत विभाजित होगी।

(11) 12 से विभाज्यता के नियम : यदि कोई संख्या 3 तथा 4 से विभाजित होती है तो वह संख्या 12 से भी विभाजित होगी। जैसे 2520, 432 , 2040 इत्यादि। यहां उपरोक्त सभी संख्याए 3 तथा 4 से विभाज्य है। अतः सभी संख्याए 12 से भी विभाजित होगी।

(12) 15 से विभाज्यता के नियम : यदि कोई संख्या 3 तथा 5 से विभाजित होती है तो वह संख्या 15 से भी विभाजित होगी। जैसे 2550, 2430, 5040 ,7005 इत्यादि। यहां उपरोक्त सभी संख्याए 3 तथा 5 से विभाज्य है। अतः सभी संख्याए 15 से भी विभाजित होगी।

संख्याओं से सम्बंधित कुछ महत्पूर्ण तथ्य

(1) Zero (शून्य) यह एक उदासीन (Neutral) संख्या हैं।

(2) यदि किसी संख्या मे Zero (शून्य) जोडा या घटाया जाए तब उस संख्या के मान मे कोई अंतर नही आता है।

(3) यदि किसी संख्या मे Zero (शून्य) से गुणा किया जाए तब उस संख्या का मान जीरो हो जाता है।

(4) यदि किसी संख्या मे Zero (शून्य) से भाग किया जाए तब उसका भागफल हमेशा अनंत होता है।

(5) यदि Zero (शून्य) मे किसी संख्या से भाग किया जाए तब उसका भागफल हमेशा जीरो होता है।

(6) 1 एक ऐसी संख्या है जो न तो भाज्य है और न अभाज्य हैं।

(7) 2 एक ऐसी संख्या है जो अभाज्य है और सम संख्या हैं।

(8) दो क्रमागत अभाज्य संख्याओं के मध्य केवल एक सम संख्या होती हैं।

(9) सभी प्राकृत संख्याए पूर्ण पूर्णांक वास्तपिक एवं परिमेय होती है।

(10) π पाई एक अपरिमेय संख्या हैं।

(11) दो परिमेय सख्याओं का योगफल हमेशा एक अपरिमेय संख्या होती है।

(12) दो परिमेय सख्याओं का गुणनफल हमेशा एक परिमेय संख्या होती है।

(13) एक परिमेय सख्या तथा एक परिमेय संख्या योगफल या गुणनफल हमेशा एक अपरिमेय संख्या होती है।

(14) दो परिमेय सख्याओं के मध्य अनंत परिमेय संख्याए होती है।

(15) दो अपरिमेय सख्याओं के मध्य अनंत अपरिमेय संख्याए होती है।

(16) अपरिमेय सख्याओं का दशमलव निरूपन करने पर मान अनंत एवं अनावर्ती (Non recurring) होता है। जैसे π, $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ etc

(17) परिमेय सख्याओं का दशमलव निरूपन करने पर मान सीमित यां आवर्ती(RECURRING) होता है। जैसे 2/3 = 0.6666 , 10/3 = 3.333333 etc

(1) यदि $\{a^n \div (a-1)\}$ जहां a , n एक प्राकृत संख्या हो तो शेषफल क्या होगा ?

a−1) a^n ($a^{n-1} + a^{n-2} + a^{n-3} + a^{n-4} + a^{n-5} +$ ----------- a^{n-n}

$a^n - a^{n-1}$

− +

a^{n-1}

$a^{n-1} - a^{n-2}$

− +

a^{n-2}

$a^{n-2} - a^{n-3}$

− +

a^{n-3}

$a^{n-3} - a^{n-4}$

− +

a^{n-4}

$a^{n-4} - a^{n-5}$

− +

a^{n-5}

∵ a−1 से भाग करते करते एक ऐसी स्थिति आएगी कि a^n------ का मान n के बराबर होने पर $a^{n-n} = a^0 = 1$ शेष बचेगा।

(2) यदि { $a^n \div (a+1)$ } जहां n एक सम संख्या हो तो शेषफल हमेशा 1 होगा।

जैसे $115^{124} \div 116$ से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा ?

a= 115 , n = 124 (एक सम संख्या है)

$\therefore 115^{124} \div 116 = \frac{(116-1)^{124}}{116} = 1$ Ans

(3) यदि { $a^n \div (a+1)$ } जहां n एक बिषम संख्या हो तो शेषफल हमेशा a होगा।

जैसे $241^{51} \div 242$ से विभाजित करने पर शेषफल क्या होगा ?

a = 241 , n = 51 (एक बिषम संख्या है)

$\therefore 241^{51} \div 242 = \frac{(242-1)^{51}}{242} = (-1)^{51} = -1$

यदि शेष (–ve) मे आए तब इसे (+ve) बनाने के लिए भाजक मे से शेष धटाकर (+ve) करें। यहां शेष –1 है।

शेष (+ve) = भाजक – शेष (–ve)

= 242 –1

= 241 = a Ans

(4) यदि {$a^n + b^n$} जहां, n एक बिषम संख्या हो तो वह हमेशा a+b से विभाजित होगा। जैसे

$56^{115} + 45^{115}$ = (56+45) =101 से पुर्णतः विभाजित होगा।

(5) यदि {$a^n - b^n$} जहां, n एक बिषम धनपूर्णांक हो तो वह हमेशा a– b से विभाजित होगा। जैसे

$99^{117} - 54^{117}$ = (99-54) = 45 से पुर्णतः विभाजित होगा।

(6) यदि {$a^n - b^n$} जहां ,n एक सम धनपूर्णांक हो तो वह हमेशा a^2-b^2 से विभाजित होगा। जैसे

$99^{116} - 54^{116} = (99^2 - 54^2) = 7776$ से पुर्णतः विभाजित होगा।

(7) यदि $\{a^n - b^n\}$ जहां n एक सम धनपूर्णांक हो तो वह हमेशा a^2-b^2 से विभाजित होगा । जैसे

$25^{60} - 14^{60} = (25^2 - 14^2) = 429$ से पुर्णतः विभाजित होगा।

(8) $x \div a \div b \div c \div d \div e \div f \div g \div$ -------- ∞ हो तो भागफल क्या होगा ?

भागफल = $\dfrac{x}{a \times b \times c \times d \times e \times f \times g \times ------------ \infty}$ Ans

(9) $(397)^{3589} + 5$ को 398 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा ?

$= \{(397)^{3589} + 5\} \div 398$

$= \dfrac{(397)^{3589} + 5}{398}$

$= (-1)^n$ को छोडकर प्रत्येक पद $x = 398$ से विभाज्य हैं।

$= (397)^{3589} = (398 - 1)^{3589}$ के विस्तार मे $(-1)^{3589}$ को छोडकर प्रत्येक पद 398 से विभाज्य होगा

$\therefore = \{(397)^{3589} + 5\} = \{(398 - 1)^{3589} + 5\}$

$= (398k - 1) + 5$

$= 398k + 4$

$\therefore R = 4$ Ans

(10) $1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times$ -------------------- $\times 98^{98} \times 99^{99} \times 100^{100}$ के गुणनफल मे कितने ZERO होगे ?

ZERO की कुल संख्या ज्ञात करने के लिए 5 के गुणज की संख्या का चयन करना होगा।

$5^5, 10^{10}, 15^{15}, 20^{20}, 25^{25}, 30^{30}$,-------------------- $,95^{95}, 100^{100}$

1 ZERO के लिए (2×5) एक SET की आवश्यकता होगी।

$5^5, 10^{10}, 15^{15}, 20^{20}, \boxed{25^{25}}, 30^{30}, 35^{35}, 40^{40}, 45^{45}, \boxed{50^{50}}, 55^{55}, 60^{60}, 65^{65}$,

$70^{70}, \boxed{75^{75}}\ 80^{80}\ 85^{85}, 95^{95}, \boxed{100^{100}}$ मे जीरो निम्नलिखित होगा।

5+10+15+20+50+30+35+40+45+100+55+60+65+150+80+90+95+200

= 1300 Ans

Note ;

$25^{25} = (5^2)^{25} = 5^{50}$

$50^{50} = (2\times 5^2)^{50} = 5^{10}$

$75^{75} = (3\times 5^2)^{75} = 5^{150}$

$100^{100} = (2^2 \times 5^2)^{100} = (10^2)100 = 10^{200}$ ie

5+10+15+20+50+30+35+40+45+100+55+60+65+150+80+90+95+200

= 1300 Ans

(11) 10×20×30×40×50×60×70×----------- ×190 के गुणनफल के अंत मे कितने ZERO होगे ?

= 10(1×2×3×4×5×6×7×---------------------- ×19)

= 10 (19 !)

= 19 zero extra +19 !

= 19 zero + $\frac{19}{5}$

= 19 zero +3

= 22 zero Ans

(12)76×77×78×79×80×81×82×83×84×85×86×-------------×150के गुणनफल के अंत मे कितने ZERO होगे ?

सर्वप्रथम प्रारंभ मे 150 के गुणनफल अर्थात150 ! के अंत मे जीरो ज्ञात करें। जीरो ज्ञात करने के लिए Factorial मे 5 से उतरोतर भाग दिया जाता है।

= 150 ! = $\frac{150}{5}$ = 30

= $\frac{30}{5}$ = 6

= $\frac{6}{5}$ = 1

ie 150 ! = (30+6+1 = 37) ZERO --------------------------------- (1)

इसके बाद प्रारंभ से 75 के गुणनफल ie 75 ! के अंत मे जीरो ज्ञात करें।

$= 75 ! = \frac{75}{5} = 15$

$= \frac{15}{5} = 3$

ie 75 ! = (15+3 = 18) ZERO --------------------------------------- (2)

अर्थात उपरोक्त गुणनफल के अंत मे जीरो की कुल संख्या

Equation (1) – (2) = 37- 18 = 19

Total zero = 19 Ans

(12) $10^{64} + 10^{30}$ मे कुल कितने ZERO होंगे ?

इस प्रकार के प्रश्नो मे यह देखा जाता है कि यदि Base एक समान हो तो उस व्यंजक मे जिसका घातांक सबसे ज्यादा होता है। उस व्यजक के अंत मे उतना ही जीरो होता हैं। यहां आधार एक समान है। यहां उक्त व्यंजक मे सबसे अधिक घतांक 64 है। अतः उक्त व्यंजक को हल करने पर अंत मे 64 जीरो होंगे। = 64 Zero Ans

(13) $10^{33} \times 10^{50}$ मे कुल कितने ZERO होंगे ?

इस प्रकार के प्रश्नो मे यह देखा जाता है कि यदि Base एक समान हो तो उस व्यंजक मे घातांको के गुणनफल के योगफल के बराबर होता है।यहां आधार एक समान है।

ie $10^{33} \times 10^{50} = a^m + a^n = a^{m+n}$

ie $10^{33+50} = 10^{83}$

ie 83 Zero Ans

(14) 55 !+ 115 !+ 85 ! के अंत में कुल कितने ZERO होंगे ?

इस प्रकार के प्रश्न मे सबसे छोटा Factorial के अंत मे जीरो ज्ञात करते है। इसी से पुरे व्यजक के अंत मे आए जीरो की संख्या ज्ञात हो जाती हैं। यहां सबसे छोटा Factorial 55 हैं। इसके अंत मे आए जीरो की संख्या ज्ञात करते हैं।

$\frac{55}{5} = 11$ -------------------------------- (1) ⎫ ie 11+2 = 13

$\frac{11}{5} = 2$ -------------------------------- (2) ⎭

अर्थात उक्त व्यंजक के अंत मे कुल 13 जीरो होगे। जीरो ज्ञात करने के लिए उक्त Factorial मे 5 से क्रमिक भाग देते जाते है। प्राप्त भागफल को पुणः 5 से भाग देते हैं। इस प्रकार सभी भागफल को अंत मे जोड देते हैं।

(15) 32 ! × 40 ! के अंत में कुल कितने ZERO होंगे ?

32 ! =

$\frac{32}{5} = 6$ -------------------------------- (1) ⎫ ie 6+1 = 7

$\frac{6}{5} = 1$ -------------------------------- (2) ⎭

40 ! =

$\frac{40}{5} = 8$ ------------------------------- (3) ⎫ ie 8+1 = 9

$\frac{8}{5} = 1$ -------------------------------- (4) ⎭

यहां समीकरण आए संख्याओं को गुणा करने पर गुणनफल के अंत मे कुल जीरो अर्थात $7\times9 = 63$ zero ANS

इस सारणी के अंतर्गत 1-1000 के मध्य आने वाले PRIME NUMBERS को दर्शाया गया है। प्रत्येक स्तंभ मे वर्गीकृंत कर इसे सारणीवद्ध किया गया हैं।

PRIME NUMBERS (01 –1000)

1-100	101-200	201-300	301-400	401-500	501-600	601-700	701-800	801-900	901-1000
2	101	211	307	401	503	601	701	809	907
3	103	223	311	409	509	607	709	811	911
5	107	227	313	419	521	613	719	821	919
7	109	229	317	421	523	617	727	823	929
11	113	233	331	431	541	619	733	827	937
13	127	239	337	433	547	631	739	829	941
17	131	241	347	439	557	641	743	839	947
19	137	251	349	443	563	643	751	853	953
23	139	257	353	449	569	647	757	857	967
29	149	263	359	457	571	653	761	859	971
31	151	269	367	461	577	659	769	863	977
37	157	271	373	463	587	661	773	877	983
41	163	277	379	467	593	673	787	881	991
43	167	281	383	479	599	677	797	883	997
47	173	283	389	487	*	683	*	887	*
53	179	293	397	491	*	691	*	*	*
59	181	*	*	499	*	*	*	*	*
61	191	*	*	*	*	*	*	*	*
67	193	*	*	*	*	*	*	*	*
71	197	*	*	*	*	*	*	*	*
73	199	*	*	*	*	*	*	*	*
79	*	*	*	*	*	*	*	*	*
83	*	*	*	*	*	*	*	*	*
89	*	*	*	*	*	*	*	*	*
97	*	*	*	*	*	*	*	*	*
TOTAL									
25	21	16	16	17	14	16	14	15	14

इस सारणी के अंतर्गत बडे बडे संख्याओ के नाम एवं उसका VALUE दिया गया है। यहां मानक यूनिवर्सल संख्या दिया गया है जिसका प्रयोग आज कल सभी देशो मे किया जाता है।

HIGHER NUMBERS & VALUE

NUMBERS VALUE	NAME OF HIGHER NUMBERS
10^{0}	ONE
10^{1}	TEN
10^{2}	HUNDRED
10^{3}	THOUSAND
10^{6}	MILLION
10^{9}	BILLON
10^{12}	TRILLON
10^{15}	QUADRILLION
10^{18}	QUINTILLON
10^{21}	SEXTILLION
10^{24}	SEPTILLION
10^{27}	OCTILLION
10^{30}	NONILLION
10^{33}	DECILLION
10^{36}	UNDECILLION
10^{39}	DUODECILLION
10^{42}	QUATTOUR DECILLION
10^{45}	QUIN DECILLION
10^{48}	SEX DECILLION
10^{51}	SEPTEN DECILLION
10^{54}	OCTO DECILLION
10^{57}	NOVEM DECILLION
10^{60}	VIGINTILLION
10^{100}	GOOGOL
10^{101}	GOOGOLPLEX
*	

MULTIPLE GREEK PREFIX NUMBER	
PREFIX	NUMERICAL VALUE
DECA	$10^1 = 10$
HECTO	$10^2 = 100$
KILO	$10^3 = 1000$
MIRIYA	$10^4 = 10000$
MEGA	$10^6 = 1000000$
GIGA	$10^9 = 1000000000$
TERA	$10^{12} = 1000000000000$

FRACTIONAL LATIN PREFIX NUMBER	
PREFIX	NUMERICAL VALUE
DECI	$10^{-1} = 1/10^{TH}$ PARTS OF UNIT
CENTI	$10^{-2} = 1/100^{TH}$ PARTS OF UNIT
MILLI	$10^{-3} = 1/1000^{TH}$ PARTS OF UNIT
MICRO	$10^{-6} = 1/1000000^{TH}$ PARTS OF UNIT
NANO	$10^{-9} = 1/1000000000^{TH}$ PARTS OF UNIT
PICO	$10^{-12} = 1/1000000000000^{TH}$ PARTS OF UNIT
FEMTO	$10^{-15} = 1/1000000000000000^{TH}$ PARTS OF UNIT
ATTO	$10^{-18} = 1/1000000000000000000^{TH}$ PARTS OF UNIT

यहां सारणी मे संख्याओं की गिनती मे काम आने वाले बडे बडे संख्याओं के नाम एवं उसका VALUE दिया गया है। यह भारत की प्राचीन संख्या पद्धति है। भारत मे आज भी इसका प्रयोग COUNTING NUMBER के लिए होता है।

भारतीय संख्या मे गिनती का क्रम	संख्यात्मक मान
इकाई	$10^0 = 1$
दहाई	$10^1 = 10$
सैकडा	$10^2 = 100$
हजार	$10^3 = 1000$
दस हजार	$10^4 = 10000$
लाख	$10^5 = 100000$
दस लाख	$10^6 = 1000000$
करोड	$10^7 = 10000000$
दस करोड	$10^8 = 100000000$
अरब	$10^9 = 1000000000$
दस अरब	$10^{10} = 10000000000$
खरब	10^{11} = ------------------------
दस खरब	10^{12}
नील	10^{13}
दस नील	10^{14}
पदम	10^{15}
दस पदम	10^{16}
शंख	10^{17}
दस शंख	10^{18}
महा शंख	10^{19}
अंत्या	10^{20}
महा अंत्या	10^{21}
मध्या	10^{22}
महा मध्या	10^{23}
पारध	10^{24}
महा पारध	10^{25}
धून	10^{26}
महा धून	10^{27}
अशोहिनी	10^{28}
महा अशोहिनी	10^{29}

(1.2) दाशमिक पद्धति (DENARY SYSTEM / DECIMAL SYSTEM)

दाशमिक प्रणाली / प़द्धति :- यह संख्याओं को व्यक्त करने की एक महत्वपूर्ण प़द्धति है जिसका आधार 10 होता है। वर्तमान समय मे हमलोग संख्याओं को लिखने के लिए जिस प़द्धति /प्रणाली का उपयोग करतें है वह दाशमिक प्रणाली हैं। यह अत्यंत सरल तथा वैज्ञानिक पद्धति हैं। इसमे अन्य सभी संख्या पद्धतियों की अपेक्षा अभिकलन का कार्य अर्थात जोड, घटाओ , गुणा ,तथा भाग आदि क्रियाओं को आसानी से किया जा सकता हैं। यही कारण है कि विश्व के सभी देशों ने इस प़द्धति को अपनाया हैं।

इस पद्धति की एक विशेषता यह है कि इसमे संख्याओं को लिखने के लिए 10 मानक अंक चिन्हो का प्रयोग किया जाता है। इसी कारण इसे दाशमिक प्रणाली कहा जाता हैं। इस प्रणाली के प्रयोग मे आने वाले 10 मानक अंक चिन्ह निम्नलिखित हैं। { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 } दाशमिक प्रणाली मे अंको का मान उसके स्थान पर निर्भर करता है। किसी संख्या मे अंको का मान दो प्रकार का होता है। एक उसका अपना शुद्ध मान या निरपेक्ष मान कहलाता है। तथा दुसरा स्थानीय मान जो संख्या के स्थान पर निर्भर करता है। यदि 5 को किसी संख्या मे इकाई के स्थान पर रखा जाए तब इसका स्थानीय मान 5 होगा। यदि इसे दहाई के स्थान पर रखा जाए तब इसका स्थानीय मान 10 गुणा अर्थात 50 हो जाएगा। यदि 5 को सैकडा के स्थान पर रखा जाए तब इसका स्थानीय मान 100 गुणा अर्थात 500 हो जाएगा। अर्थात संख्या मे इकाई से दहाई,सैकडा आदि की तरफ बढने पर इसका मान 10 गुणा बढते जाता है। जैसे

(1) 5674 को दाशमिक प्रणाली मे व्यक्त करें।

$= 5\times10^3 + 6\times10^2 + 7\times10^1 + 4\times10^0$

$= 5000+600+70+4 = 5674$ Ans

(2) 78675 को दाशमिक प्रणाली मे व्यक्त करें।

$= 7\times10^4 + 8\times10^3 + 6\times10^2 + 7\times10^1 + 5\times10^0$

$= 70000 + 8000 + 600 + 70 + 5 = 78675$ Ans

(3) $958675 = 9\times10^5 + 5\times10^4 + 8\times10^3 + 6\times10^2 + 7\times10^1 + 5\times10^0$

$= 900000 + 50000 + 8000 + 600 + 70 + 5$

$= 958675$ Ans

(4) 7,60,73,695 को दाशमिक प्रणाली मे व्यक्त करें।

$= 7\times10^7 + 6\times10^6 + 0\times10^5 + 7\times10^4 + 3\times10^3 + 6\times10^2 + 9\times10^1 + 5\times10^0$

$= 70000000 + 6000000 + 0 + 70000 + 3000 + 600 + 90 + 5$

= 7,60,73,695 Ans

7 करोड 60 लाख 73 हजार 6 सौ 95 पढा जाएगा।

(5) 5346.72 को दाशमिक प्रणाली मे व्यक्त करें।

$= 5\times10^3 + 3\times10^2 + 4\times10^1 + 6\times10^0 + 7\times10^{-1} + 2\times10^{-2}$

$= 5000 + 300 + 40 + 6 + \frac{7}{10} + \frac{2}{100}$

$= 5346 + (\frac{7}{10} + \frac{2}{100})$

$= 5346 + (\frac{70+2}{100})$

$= 5346 + \frac{72}{100}$ = 5346.72 Ans

संख्या मे दशमलव के बाद अंको का मान 10 गुणा घटते जाता हैं। जैसा कि उपरोक्त संख्या मे दशमलव के बाद.72 है। अर्थात.7 (7 का 10वां हिस्सा) तथा.02 (2 का 100 हिस्सा को दर्शाता है।)

(6) 354.034 को दाशमिक प्रणाली मे व्यक्त करें।

$= 3\times10^2 + 5\times10^1 + 4\times10^0 + 0\times10^{-1} + 3\times10^{-2} + 4\times10^{-3}$

$= 300 + 50 + 4 + \frac{0}{10} + \frac{3}{100} + \frac{4}{1000}$

$= 354 + (\frac{0}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{1000})$

$= 354 + (\frac{0+30+4}{1000})$

$= 354 + \frac{34}{1000}$ = 354.034 Ans

इस प्रकार किसी संख्या को दाशमिक प्रणाली मे लिखकर व्यक्त करते है। संख्या को परिवर्तित करने की कुछ महत्वपूर्ण पद्धतियां निम्नलिखित है।

इस सारणी के अंतर्गत विभिन्न संख्या पद्धतियों मे प्रयुक्त होने वाले मानक अंको को दर्शाया गया है।

SYSTEM	BASE	USE OF DIGITS
BINARY	2	0, 1
TERNARY	3	0, 1, 2
QUARTERNARY	4	0, 1, 2, 3
QUINARY	5	0, 1, 2 ,3, 4
SENARY	6	0, 1, 2 ,3 ,4 ,5
SEPTENARY	7	0, 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6
OCTONARY	8	0, 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6, 7
NONARY	9	0, 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7, 8
DENARY / DECIMAL	10	0, 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7, 8 .9
UNDENARY	11	0, 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7, 8, 9 ,t
DEUDONARY	12	0, 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7, 8, 9 ,t, e
HEXADECIMAL	16	0, 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6 ,7, 8 ,9 ,a, b ,c ,d, e, f

{ t = 10 , e = 11 , a = 10, b = 11 , c = 12 , d = 13 , e = 14 , f =15 ----- and so on } उपर्रोक्त संकेतो द्वारा व्यक्त किया जाता है।

भारतीय संख्या पद्धति मे संख्याओं को लिखने के लिए दांये तरफ (RHS) पहले 3 अंको के बाद पहला कौमा (,) लगाया जाता हैं। इसके बाद आगे बांये तरफ 2-2 अंको के बाद कौमा लगाया जाता हैं। जैसे (95,47,325), (74,67,531) यहां बडी संख्याओं मे पहले 3 अंको के बाद कौमा (,) लगाया गया है। इसके बाद बांये तरफ बढते हुए दो-दो अंको के बाद कौमा (,) लगाया गया है। यदि संख्या 3 अंकों का हो या 3 अंको से कम हो तो कौमा (,) नही लगाया जाता हैं। जैसे 54 / 512 / 650 / 120 etc

(1.3) द्विधारी पद्धति (BINARY SYSTEM)

द्विधारी पद्धति : इस पद्धति मे इसका आधार अंक 2 होता है। इसमे 0 तथा 1 के द्वारा संख्याओ को लिखा जाता है। इसका आधार 2 होने के कारण इसे द्विधारी पद्धति कहा जाता हैं। किसी भी संख्या को द्विधारी पद्धति मे लिखने की कुछ नियम एवं शर्ते हैं। जिसे पालन करते हुए द्विधारी पद्धति मे लिखा जा सकता है। द्विधारी पद्धति मे आधार का मान 2 होता हैं। तथा इसमे (0,1) दो अंको से संख्याओं को लिखा जाता हैं।

DENARY	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BINARY	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010

द्विधारी पद्धति (BINARY SYSTEM) मे प्रयंक्त अंको का स्थानीय मान निम्नलिखित होता हैं।		
अंको का स्थान	आधार	अकों का स्थानीय मान
इकाई	2	$2^0 = 1$
दहाई	2	$2^1 = 2$
सैकडा	2	$2^2 = 4$
हजार	2	$2^3 = 8$
दस हजार	2	$2^4 = 16$
लाख	2	$2^5 = 32$
दस लाख	2	$2^6 = 64$
करोड	2	$2^7 = 128$
दस करोड	2	$2^8 = 256$
अरब	2	$2^9 = 512$
दस अरब	2	$5^{10} = 1024$
खरब	2	$2^{11} = 2048$
दस खरब	2	$2^{12} = 4096$
----------	2	2^n = -----------

दशमलव के बाद का स्थान	आधार	दशमलव के बाद अकों का मान
पहला	2	$2^{0} = 1$
दुसरा	2	$2^{-1} = 1/2$
तिसरा	2	$2^{-2} = 1/ 4$
चौथा	2	$2^{-3} = 1/8$
पंचवा	2	$2^{-4} = 1/16$
छठा	2	$2^{-5} = 1/32$
सतवा	2	$2^{-6} = 1/64$
आठवां	2	$2^{-7} = 1/128$
नौवा	2	$2^{-8} = 1/256$
दसवां	2	$2^{-9} = 1/512$
ग्यारहवां	2	$2^{-10} = 1/1024$
बारहवां	2	$2^{-11} = 1/2048$
तेरहवां	2	$2^{-12} = 1/4096$
----------	2	$2^{-n} =$ 1/ -----------

(1) 9 को द्विधारी पद्धति मे निम्नलिखित प्रकार बदले।

$(9)_{10} = (\ ?\ )_2$

2	9	R
2	4	1
2	2	0
	1	0

1001

$(9)_{10} = (\ 1001\ )_2$ Ans

यहां दाशमिक पद्धति के संख्या 9 को द्विधारी पद्धति मे बदला गया हैं। द्विधारी पद्धति के आधार (Base) 2 से दाशमिक पद्धति के संख्या 9 मे क्रमागत भाग दिया गया हैं। तथा शेषफल को दांये तरफ के स्तंभ मे लिखते जाते हैं। और अंत मे शेषफल को नीचे से उपर की तरफ बढते हुए वैसे ही क्रमिक रूप मे लिखते जाते हैं। जैसे कि तीर के संकेत द्वारा नीचे बाये से बढते हुए उपर तक दर्शाया गया हैं। इसके अंतर्गत अंको को उपरोक्त क्रम से Bracket ( ) मे रखकर base को बाहर लिखकर उस पद्धति को दर्शाया जाता है।

(2) 10 को द्विधारी पद्धति मे निम्नलिखित प्रकार बदले।

$(10)_{10} = (\ ?\ )_2$

2	10	R
2	5	0
2	2	1
	1	0

1010 $(10)_{10} = (1010)_2$ Ans

(3) 21 को द्विधारी पद्धति मे निम्नलिखित प्रकार बदले।

$(21)_{10} = (\ ?\ )_2$

2	21	R
2	10	1
2	5	0
2	2	1
	1	0

= 10101

$(21)_{10} = (10101)_2$ Ans

यहां दाशमिक प्रणाली के संख्या 21 को द्विधारी पद्धति मे बदला गया हैं। द्विधारी पद्धति के आधार (Base) 2 से संख्या 21 मे क्रमागत भाग दिया जाता है। तथा शेषफल को दांये तरफ के स्तंभ मे लिखते जाते हैं। और अंत मे शेषफल को नीचे से उपर की तरफ बढते हुए वैसे ही क्रमिक रूप मे लिखते जाते हैं। जैसे कि उपरोक्त तीर के संकेत द्वारा नीचे बाये से बढते हुए उपर तक दर्शाया गया हैं।

(4) 51 को द्विधारी पद्धति मे निम्नलिखित प्रकार बदले।

$(51)_{10} = (\ ?\ )_2$

2	51	R
2	25	1
2	12	1
2	6	0
2	3	0
	1	1

= 110011

$(51)_{10} = (110011)_2$ Ans

यहां दाशमिक प्रणाली के संख्या 51 को द्विधारी पद्धति मे बदला गया हैं। 51को द्विधारी पद्धति के आधार (Base) 2 से 51 मे क्रमागत भाग दिया गया हैं। तथा शेष को सबसे दांये तरफ लिखा गया। इसके बाद द्विधारी पद्धति मे दर्शाने के लिए नीचे से उपर की तरफ बढते हुए वैसे ही क्रमिक रूप मे लिखते जाते हैं। जैसे कि तीर के संकेत द्वारा नीचे बाये से बढते हुए उपर तक दर्शाया गया हैं। इसके अंतर्गत अंको को उपरोक्त क्रम से Bracket ( ) मे रखकर Base को बाहर लिखकर उस पद्धति को दर्शाया जाता है।

(5) 12.5 को द्विधारी पद्धति मे निम्नलिखित प्रकार बदले।

$(12.5)_{10} = (\ ?\ )_2$

2	12.5	R
2	6	0
2	3	0
	1	1

= 1100

$(12)_{10} = (1100)_2$ Ans

यहां दाशमिक प्रणाली के संख्या 12.5 को द्विधारी पद्धति मे बदला गया हैं। 12.5 के पूर्णांक 12 को द्विधारी पद्धति के आधार (Base) 2 से 12 मे क्रमागत भाग दिया गया हैं। तथा शेष को नीचे से उपर की तरफ बढते हुए वैसे ही क्रमिक रूप मे लिखते जाते हैं। इसके बाद दशमलवांश भाग को साधारण भिन्न मे बदल कर निम्न लिखित प्रकार द्विधारी पद्धति मे बदले।

⇨ $2^{n} = .5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$

ie $2^{n} = 2^{-1}$

ie $n = -1$

$(12.5)_{10} = (1100.1)_2$ Ans

इस प्रकार दशमल के बाद अंको के घात (Power) को निगेटिव मे लिया गया है। इस प्रकार घातांक (-1) आया हैं। अतः द्विधारी पद्धति मे दशमलव के बाद एक अंक (1) लगाए।

BINARY SYSTEM

LHS ← Natural Numbers | RHS → Decimal Parts

2^n ---- 2^4 2^3 2^2 2^1 2^0 2^{-1} 2^{-2} 2^{-3} 2^{-4} ----- 2^{-n}

(6) 22.75 को द्विधारी पद्धति मे निम्नलिखित प्रकार बदले।

$(22.75)_{10} = (\ ?\ )_2$

2	22.75	R
2	11	0
2	5	1
2	2	1
	1	0

= 10110

$(22)_{10} = (10110)_2$ Ans

यहां दाशमिक प्रणाली के संख्या 22.75 को द्विधारी पद्धति मे बदला गया हैं। 22.75 के पूर्णांक 22 को द्विधारी पद्धति के आधार (Base) 2 से 22 मे क्रमागत भाग दिया गया हैं। तथा शेष को नीचे से उपर की तरफ बढते हुए वैसे ही क्रमिक रूप मे लिखते जाते हैं। इसके बाद दशमलवांश भाग को साधारण भिन्न मे बदल कर इसके हर को Base मानते हुए 2 के धात मे प्रदर्शित करे। इसके बाद निम्न लिखित प्रकार द्विधारी पद्धति मे बदले।

$(2)^n = .75 = 75/100 = \frac{3}{*4} = * 2^{-2-}$

ie $2^n = 2^{-2}$

ie $n = -2$

$(22.75)_{10} = (1100.11)_2$ Ans

इस प्रकार दशमलव के बाद अंको के घात (POWER) को निगेटिव मे लिया गया है। इस प्रकार घातांक (-2) आया हैं। दशमलांश भाग को साधारण भिन्न मे बदलने पर उसके अंश का द्विधारी पद्धति मे बदलकर इसे मूल संख्या के साथ दशमलव के बाद रख दे। अतः द्विधारी पद्धति मे 3 का मान 11 आया इसलिए दशमलव के बाद अंक (11) लगाए। अतः द्विधारी पद्धति मे

दशमलव के बाद दो अंक (.11) लगाए। अतः द्विधारी पद्धति मे दशमलव के बाद दो अंक (11) लगाए।

(7) $14\frac{7}{8}$ को द्विधारी पद्धति मे निम्नलिखित प्रकार बदले।

$(14\frac{7}{8})_{10} = (\,?\,)_2$

2	$14\frac{7}{8}$	R
2	7	0
2	3	1
	1	1

= 1110

$(14)_{10} = (1110)_2$ Ans

यहां दाशमिक प्रणाली के संख्या $14\frac{7}{8}$ को द्विधारी पद्धति मे बदला गया हैं। 14.7/8 के पूर्णांक 14 को द्विधारी पद्धति के आधार (Base) 2 से 14 मे क्रमागत भाग दिया गया हैं। तथा शेष को नीचे से उपर की तरफ बढते हुए वैसे ही क्रमिक रूप मे लिखते जाते हैं। इसके बाद दशमलवांश भाग को साधारण भिन्न मे बदल कर निम्न लिखित प्रकार द्विधारी पद्धति मे बदले।

$= (\mathbf{2})^{\boldsymbol{n}} = \frac{7}{*8} = *2^{-3--}$

ie $(2)^n = 2^{-3}$

ie $n = -3$

$(14\frac{7}{8})_{10} = (1110.111)_2$ Ans

इस प्रकार दशमल के बाद अंको के घात (POWER) को निगेटिव मे लिया गया है। इस प्रकार घातांक (-3) आया हैं।दशमलांश भाग को साधारण भिन्न मे बदलने पर उसके अंश का द्विधारी पद्धति मे बदलकर इसे मूल संख्या के साथ दशमलव के बाद रख दे। अतः द्विधारी पद्धति मे 7 का मान 111 आया इसलिए दशमलव के बाद अंक (111) लगाए।अतः द्विधारी पद्धति मे दशमलव के बाद तीन अंक (.111) लगाए।

(8) $15\frac{9}{16}$ को द्विधारी पद्धति मे निम्नलिखित प्रकार बदले।

$(15\frac{9}{16})_{10} = (\ ?\ )_2$

2	$15\frac{9}{16}$	R
2	7	1
2	3	1
	1	1

= 1111

$(15)_{10} = (1111)_2$ Ans

यहां दाशमिक प्रणाली के संख्या $15\frac{9}{16}$ को द्विधारी पद्धति मे बदला गया हैं। $15\frac{9}{16}$ के पूर्णांक 15 को द्विधारी पद्धति के आधार (Base)2 से 15 मे क्रमागत भाग दिया गया हैं। तथा शेष को नीचे से उपर की तरफ बढते हुए वैसे ही क्रमिक रूप मे लिखते जाते हैं। इसके बाद दशमलवांश भाग को साधारण भिन्न मे बदल कर इसके हर को बेस 2 लेकर इसके उपर धात लगा कर निम्न लिखित प्रकार द्विधारी पद्धति मे बदले।

$= (\mathbf{2})^{n} = \frac{9}{*16} = *2^{-4--}$

ie $2^{n} = 2^{-4}$

ie $n = -4$

$(15.9/16)_{10} = (1111.1001)_2$ Ans

इस प्रकार दशमल के बाद अंको के घात (POWER) को निगेटिव मे लिया गया है। इस प्रकार भिन्न के हर का घातांक (-4) आया हैं। दशमलांश भाग को साधारण भिन्न मे बदलने पर उसके अंश का द्विधारी पद्धति मे बदलकर इसे मूल संख्या के साथ दशमलव के बाद रख दे। अतः द्विधारी पद्धति मे 9 का मान 1001 आया इसलिए दशमलव के बाद अंक (1001) लगाए।

दशमलव के बाद जो भिन्न के रूप मे या दशमलव हो तो दशमलव के बाद के भिन्न के अंश को द्विधारी अंक मे लिखकर पूर्ण करे।

(9) द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए कुछ नियम एवं शर्तें है जिसे पालन कर दाशमिक पद्धति मे बदला जा सकता है। जो निम्न है।

(9) $(1001)_2 = (\ ?\ )_{10}$

$(1001)_2 = 1\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0$

$= 8+0+0+1 = 9$ Ans

द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए सबसे पहले द्विधारी पद्धति के अंको को आधार अंक 2 के स्थान के अनुसार उसके उपर घात लगाकर उसके मानक अंक के साथ गुणा करके अगले पद के साथ जोडते जाते है। यहां सबसे पहले द्विधारी के अंतिम मानक अंक अर्थात सबसे बांये तरफ से अंक लें। इसके आधार 2 के उपर धात लगाए। इसके आधार 2 पर धात का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि जिस द्विधारी मानक अंक के साथ गुंणा कर रहे है वह अंक किस स्थान पर है। यहां 1 दांये चौथे स्थान पर है। इसलिए 2 पर घात इससे 1 कम स्थान अर्थात 3 का घात लगाना होगा। इसके बाद अगला द्विधारी मानक अंक 0 के साथ गुणा कर 2 पर घात 2 लगाना होगा। इसके बाद अगले द्विधारी मानक अंक 0 के साथ गुणा कर 2 पर घात 1 लगाना होगा। और अंत मे द्विधारी मानक अंक 1 के साथ गुणा कर 2 पर घात 0 लगाए। इस प्रकार द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदल जाएगा।

(10) द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(101010)_2 = (\ ?\ )_{10}$

$(101010)_2 = 1\times2^5 + 0\times2^4 + 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0$

$= 32+0+8+0+2+0 = 42$ Ans

(11) द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(10101)_2 = (\ ?\ )_{10}$

$(10101)_2 = 1\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0$

$= 16+0+4+0+1$

$= 21$ Ans

(12) द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(10110.11)_2 = (\ \ ?\ \ )_{10}$

$(10110.11)_2 = 1\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0 + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$

$= 16+0+4+2+0+1/2+1/4$

$= 22+(1/2+1/4)$

$= 22+3/4$

$= 22\frac{3}{4}$ Ans

दशमलव के बाद द्विधारी पद्धति के आधार 2 के घात(Power) को निगेटिव मे लगाया जाता हैं।

(13) द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

द्विधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए कुछ नियम एवं शर्तें है जिसे पालन कर दाशमिक पद्धति मे बदला जा सकता है। जो निम्न है।

(1) $(1110.111)_2 = (\ \ ?\ \ )_{10}$

$(1110.111)_2 = 1\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times2^0 + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2} + 1\times2^{-3}$

$= 8+4+2+0+1/2+1/4+1/8$

$= 14+(1/2+1/4+1/8)$

$= 14+\left(\frac{4+2+1}{8}\right)$

$= 14\frac{7}{8}$ Ans

यहां द्विधारी पद्धति मे दशमलव भी आया हैं। इसे दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए सबसे पहले द्विधारी पद्धति के अंको को आधार अंक 2 के स्थान के अनुसार उसके उपर घात लगाकर गुणा करके अगले पद के साथ जोडते जाते है। यहां सबसे पहले द्विधारी के अंतिम मानक अंक अर्थात सबसे बांये तरफ के अंक लें। इसके आधार 2 के उपर धात लगाए। इसके आधार 2 पर धात का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि जिस द्विधारी मानक अंक के साथ गुंणा कर रहे है वह अंक किस स्थान पर है। यहां 1 दांये से चौथे स्थान पर है। इसलिए 2 पर घात इससे 1 कम स्थान अर्थात 3 का घात लगाना होगा। इसके बाद अगला द्विधारी मानक अंक 1 के साथ गुणा

कर 2 पर घात 2 लगाना होगा। इसके बाद अगले द्विधारी मानक अंक 1 के साथ गुणा कर 2 पर घात 1 लगाना होगा। और अंत मे द्विधारी मानक अंक 0 के साथ गुणा कर 2 पर घात 0 लगाना होगा। अब द्विधारी पद्धति मे दशमलव के बाद को दर्शाने के लिए प्रक्रिया वही रहेगा लेकिन आधार 2 पर घात ऋणात्मक होगा। दशमलव के पहले अंक के लिए 2 पर घात ऋणात्मक 1 होगा। इसके बाद 2 पर धात ऋणात्मक 2 होगा। इसके बाद 2 पर धात ऋणात्मक 3 होगा। इसी प्रकार आगे की क्रिया होगी।

(2) $(101.11)_2 = (?)_{10}$

$(101.11)_2 = 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$

$= 4+0+1+0+1/2+1/4$

$= 5+(1/2+1/4)$

$= 5+ (\frac{2+1}{4})$

$= 5\frac{3}{4}$ Ans

(3) $(1011.11)_2 = (?)_{10}$

$(1011.11)_2 = 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times 2^0 + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$

$= 8+0+2+1+1/2+1/4$

$= 11+(1/2+1/4)$

$= 11+ (\frac{2+1}{4})$

$= 11\frac{3}{4}$ Ans

(4) $(1010.10)_2 = (?)_{10}$

$(1010.10)_2 = 1\times2^3 + 0\times2^2 + 1\times2^1 + 0\times 2^0 + 1\times2^{-1} + 0\times2^{-2}$

$= 8+0+2+0+1/2+0$

$= 10+(1/2)$

$= 10\frac{1}{2}$ Ans

(1.4) त्रिआधारी पद्धति (TERNARY SYSTEM)

त्रिआधारी पद्धति के अंतर्गत इसके आधार का मान 3 होता हैं। तथा इस पद्धति मे (0, 1, 2) तीन मानक अंको के द्वारा संख्याओं को लिखा जाता हैं।

DECIMAL SYSTEM	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TERNARY SYSTEM	0	1	2	10	11	12	20	21	22	100	101

त्रिआधारी पद्धति (TERNARY SYSTEM) मे प्रयुंक्त अंको का स्थानीय मान निम्नलिखित होता हैं।		
अंको का स्थान	आधार	अकों का स्थानीय मान
इकाई	3	$3^0 = 1$
दहाई	3	$3^1 = 3$
सैकडा	3	$3^2 = 9$
हजार	3	$3^3 = 27$
दस हजार	3	$3^4 = 81$
लाख	3	$3^5 = 243$
दस लाख	3	$3^6 = 729$
करोड	3	$3^7 = 2187$
दस करोड	3	$3^8 = 6561$
अरब	3	$3^9 = 19683$
दस अरब	3	$3^{10} = 59049$
खरब	3	$3^{11} = 177147$
दस खरब	3	$3^{12} = 531441$
----------	3	3^n = -----------

दशमलव के बाद का स्थान	आधार	दशमलव के बाद अकों का मान
पहला	3	3^{-1} = 1/3
दुसरा	3	3^{-2} = 1/9
तिसरा	3	3^{-3} = 1/27
चौथा	3	3^{-4} = 1/81
पांचवा	3	3^{-5} = 1/243
छठा	3	3^{-6} = 1/729
सातवा	3	3^{-7} = 1/2187
आठवां	3	3^{-8} = 1/6561
नौवा	3	3^{-9} = 1/19683
दसवां	3	3^{-10} = 1/59049
ग्यारहवां	3	3^{-11} = 1/177147
बारहवां	3	3^{-12} = 1/531441
----------	3	3^{-n} = -----------

TERNARY SYSTEM

LHS ← Natural Numbers

RHS → Decimal Parts

3^n ---3^4 3^3 3^2 3^1 3^0 3^{-1} 3^{-2} 3^{-3} 3^{-4} ----- 3^{-n}

पूर्णांक संख्या दशमलवांश भाग

दाशमिक प्रणाली के किसी भी संख्या को त्रिआधारी पद्धति मे बदलने के लिए त्रिआधारी पद्धति के आधार 3 से उस संख्या मे लगातार भाग देते जातें है। तथा शेष को दांये तरफ के स्तंभ मे लिखते जाते हैं। और अंत मे शेषफल को नीचे से उपर की तरफ लिखकर त्रिआधारी पद्धति मे व्यक्त करते हैं।

(1) $(41)_{10}$ को त्रिआधारी (TERNARY) पद्धति मे बदलें।

$(41)_{10} = (?)_3$

3	41	R
3	13	2
3	4	1
	1	1

1112

$(41)_{10} = (1112)_3$ Ans

(2) $(50)_{10}$ को त्रिआधारी (TERNARY) पद्धति मे बदलें।

$(50)_{10} = (?)_3$

3	50	R
3	16	2
3	5	1
	1	2

1212

$(50)_{10} = (1212)_3$ Ans

(3) $(705)_{10}$ को त्रिआधारी (TERNARY) पद्धति मे बदलें।

3	705	R
3	235	0
3	78	1
3	26	0
3	8	2
	2	2

= 222010

$(705)_{10} = (222010)_3$ Ans

(4) त्रिआधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(1112)_3 = (\ ? \ )_{10}$

$(1112)_3 = 1\times3^3 + 1\times3^2 + 1\times3^1 + 2\times3^0$

$= 27+9+3+2$

$= 41$ Ans

त्रिआधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए सबसे पहले त्रिआधारी पद्धति के अंको को आधार अंक 3 के स्थान के अनुसार उसके उपर घात लगाकर गुणा करके अगले पद के साथ जोडते जाते है। यहां सबसे पहले त्रिआधारी के अंतिम मानक अंक अर्थात सबसे बांये तरफ के अंक लें। इसके आधार 3 के उपर धात लगाकर आपस मे गुणा कर अगले पद के साथ जोड दिया जाता है। इसके आधार 3 पर धात लगाने का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि जिस त्रिआधारी मानक अंक के साथ गुंणा कर रहे है वह अंक किस स्थान पर है। यहां 1 दांये से चौथे स्थान पर है। इसलिए 3 पर घात इससे 1कम स्थान अर्थात 3 का घात लगाना होगा। इसके बाद अगला त्रिआधारी मानक अंक 1 के साथ गुणा कर 3 पर घात 2 लगाना होगा। इसके बाद अगले त्रिआधारी मानक अंक 1 के साथ गुणा कर 3 पर घात 1 लगाना होगा। और अंत मे त्रिआधारी अंक 2के साथ गुणा कर 3 पर घात 0 लगाना होगा।

अर्थात $(1112)_3 = 1\times3^3 + 1\times3^2 + 1\times3^1 + 2\times3^0 = 27+9+3+2 = 41$ Ans

(5) त्रिआधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(1212)_3 = (\ ?\ )_{10}$

$(1212)_3 = 1\times3^3 + 2\times3^2 + 1\times3^1 + 2\times3^0$

$= 27+18+3+2 = 50$ Ans

त्रिआधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए सबसे पहले त्रिआधारी पद्धति के अंको को आधार अंक 3 के स्थान के अनुसार उसके उपर घात लगाकर गुणा करके अगले पद के साथ जोडते जाते है। यहां सबसे पहले त्रिआधारी के अंतिम अंक अर्थात सबसे बांये तरफ के अंक लें। इसके आधार 3 के उपर धात लगाकर आपस मे गुणा कर अगले पद के साथ जोड दिया जाता है। इसके आधार 3 पर धात लगाने का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि जिस त्रिआधारी अंक के साथ गुंणा कर रहे है वह अंक किस स्थान पर है। यहां 1 दांये से चौथे स्थान पर है। इसलिए 3 पर घात इससे 1कम स्थान अर्थात 3 का घात लगाना होगा। इसके बाद अगला त्रिआधारी अंक 2 के साथ गुणा कर 3 पर घात 2 लगाना होगा। इसके बाद अगले त्रिआधारी अंक 1 के साथ गुणा कर 3 पर घात 1 लगाना होगा। और अंत मे त्रिआधारी अंक 2 के साथ गुणा कर 3 पर घात 0 लगाना होगा। अर्थात $(1212)_3 = 1\times3^3 + 2\times3^2 + 1\times3^1 + 2\times3^0$

$= 27+18+3+2 = 50$ Ans

(6) त्रिआधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

त्रिआधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए कुछ नियम एवं शर्तें है जिसे पालन कर दाशमिक पद्धति मे बदला जा सकता है। जो निम्न है।

$(1002010)_3 = (\ ?\ )_{10}$

$(1002010)_3 = 1\times3^6 + 0\times3^5 + 0\times3^4 + 2\times3^3 + 0\times3^2 + 1\times3^1 + 0\times30$

$= 729+0+0+54+0+3+0$

$= 786$ Ans

(7) त्रिआधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

(1) $(202)_3 = (\ ?\ )_{10}$

$(202)_3 = 2\times3^2 + 0\times3^1 + 2\times3^0$

$= 18+0+2 = 20$ Ans

त्रिआधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए सबसे पहले त्रिआधारी पद्धति के अंको को आधार 3 के स्थान के अनुसार उसके उपर घात लगाकर गुणा करके अगले पद के साथ जोडते जाते है। यहां सबसे पहले त्रिआधारी के अंतिम अंक अर्थात सबसे बांये तरफ के अंक लें। इसके आधार 3 के उपर धात लगाकर आपस मे गुणा कर अगले पद के साथ जोड दिया जाता है। इसके आधार 3 पर धात लगाने का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि जिस त्रिआधारी अंक के साथ गुंणा कर रहे है वह अंक किस स्थान पर है। यहां 2 दांये से तीसरे स्थान पर है। इसलिए 3 पर घात इससे 1कम स्थान अर्थात 2 का घात लगाना होगा। इसके बाद अगला त्रिआधारी अंक 0 के साथ गुणा कर 3 पर घात 1 लगाना होगा। और अंत मे त्रिआधारी अंक 2 के साथ गुणा कर 3 पर घात 0 लगाना होगा। अर्थात $(202)_3 = 2\times3^2 + 0\times3^1 + 2\times3^0 = 18+0+2 = 20$ Ans

(2) $(2020)_3 = (\ ?\ )_{10}$

$(2020)_3 = 2\times3^3 + 0\times3^2 + 2\times3^1 + 2\times3^0$

$= 54+0+6+2$

$= 62$ Ans

(1.5) चतुर्थधारी पद्धति (QUARTERNARY SYSTEM)

चतुर्थधारी पद्धति मे इसके आधार का मान 4 होता हैं। तथा इस पद्धति मे (0,1,2,3) चार मानक अंको से संख्याओं को लिखा जाता हैं।

DECIMAL SYSTEM	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
QUARTERNARY SYSTEM	0	1	2	3	10	11	12	13	20	21	22

चतुर्थधारी पद्धति (QUARTERNARY SYSTEM) मे प्रयंक्त अंको का स्थानीय मान निम्नलिखित होता हैं।		
अकों का स्थान	आधार	अकों का स्थानीय मान
इकाई	4	$4^0 = 1$
दहाई	4	$4^1 = 4$
सैकडा	4	$4^2 = 16$
हजार	4	$4^3 = 64$
दस हजार	4	$4^4 = 256$
लाख	4	$4^5 = 1024$
दस लाख	4	$4^6 = 4096$
करोड	4	$4^7 = 16384$
दस करोड	4	$4^8 = 65536$
अरब	4	$4^9 = 262144$
दस अरब	4	$4^{10} = 1048576$
खरब	4	$4^{11} = 4194304$
दस खरब	4	$4^{12} = 16777216$
----------	4	4^n = -----------

दशमलव के बाद का स्थान	आधार	दशमलव के बाद अकों का मान
पहला	4	$4^{0} = 1$
दुसरा	4	$4^{-1} = 1/4$
तिसरा	4	$4^{-2} = 1/16$
चौथा	4	$4^{-3} = 1/64$
पंचवा	4	$4^{-4} = 1/256$
छठा	4	$4^{-5} = 1/1024$
सतवा	4	$4^{-6} = 1/4096$
आठवां	4	$4^{-7} = 1/16384$
नौवा	4	$4^{-8} = 1/65536$
दसवां	4	$4^{-9} = 1/262144$
ग्यारहवां	4	$4^{-10} = 1/1048576$
बारहवां	4	$4^{-11} = 1/4194304$
----------	4	$4^{-12} = 1/16777216$
	4	4^{-n} = 1/ -----------

QUARTERNARY SYSTEM

LHS ← Natural Numbers

RHS → Decimal Parts

4^{n} ----4^{4} 4^{3} 4^{2} 4^{1} 4^{0} 4^{-1} 4^{-2} 4^{-3} 4^{-4} ----- 4^{-n}

पूर्णांक संख्या दशमलवांश भाग

दाशमिक प्रणाली के किसी भी संख्या को चतुर्थधारी पद्धति मे बदलने के लिए चतुर्थधारी पद्धति के आधार 4 से उस संख्या मे लगातार भाग देते जातें है। तथा शेष को दांये तरफ के स्तंभ मे लिखते जाते हैं। और अंत मे शेषफल को नीचे से उपर की तरफ लिखकर अंको को ब्रैकेट मे बंद कर उसके बाहर बेस 4 लगाकर चतुर्थधारी पद्धति मे व्यक्त करते हैं।

(1) $(51)_{10}$ को चतुर्थधारी (QUARTERNARY) पद्धति मे बदलें।

$(51)_{10} = (\ ?\ )_4$

4	51	R
4	12	3
	3	0

303

$(51)_{10} = (303)_4$ Ans

(2) $(205)_{10}$ को चतुर्थधारी (QUARTERNARY) पद्धति मे बदलें।

$(205)_{10} = (\ ?\ )_4$

4	205	R
4	51	1
4	12	3
	3	0

3031

$(205)_{10} = (3031)_4$ Ans

(3) $(647)_{10}$ को चतुर्थधारी (QUARTERNARY) पद्धति मे बदलें।

$(647)_{10} = (\ ?\ )_4$

4	647	R
4	161	3
4	40	1
4	10	0
	2	2

= 22013

$(647)_{10} = (22013)_4$ Ans

(4) चतुर्थधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

चतुर्थधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए कुछ नियम एवं शर्तें है जिसे पालन कर दाशमिक पद्धति मे बदला जा सकता है। जो निम्न है।

$(303)_4 = (\ ?\ )_{10}$

$(303)_4 = 3\times4^2 + 0\times4^1 + 3\times4^0$

$= 48+0+3 = 51$ Ans

चतुर्थधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए सबसे पहले चतुर्थधारी पद्धति के अंको को आधार 4 के स्थान के अनुसार उसके उपर घात लगाकर मानक अंक के साथ गुणा करके अगले पद के साथ जोडते जाते है। यहां सबसे पहले चतुर्थधारी के अंतिम मानक अंक अर्थात सबसे बांये तरफ के अंक लें। इसके आधार 4 के उपर धात 2 लगाकर आपस मे गुणा कर अगले पद के साथ जोड दिया जाता है। इसके आधार 4 पर धात लगाने का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि जिस चतुर्थधारी मानक अंक के साथ गुंणा कर रहे है वह अंक किस स्थान पर है। यहां 3 दांये से तीसरे स्थान पर है। इसलिए 3 पर घात इससे 1कम स्थान अर्थात आधार 4 पर 2 का घात लगाना होगा।इसके बाद अगला चतुर्थधारी मानक अंक 0 के साथ गुणा कर 4 पर घात 1 लगाना होगा। और अंत मे चतुर्थधारी मानक अंक 3 के साथ गुणा कर आधार 4 पर घात 0 लगाना होगा।

अर्थात $(303)_4 = 3\times4^2 + 0\times4^1 + 3\times4^0 = 48+0+3 = 51$ Ans

(5) चतुर्थधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(3031)_4 = (\ ?\ )_{10}$

$(3031)_4 = 3\times4^3 + 0\times4^2 + 3\times4^1+1\times4^0$

$= 192+0+12+1$

$= 205$ Ans

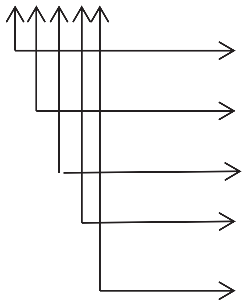
(6) चतुर्थधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(22013)_4 = (\ ?\ )_{10}$

$(22013)_4 = 2\times4^4 + 2\times4^3+ 0\times4^2+1\times4^1+3\times4^0$

$= 512+128+0+4+3 = 647$ Ans

$(22013)_4$ मे अंको का स्थानीय मान निम्नलिखित होगा।



$= 2\times4^4$, 2 का स्थानीय मान 572

$= 2\times4^3$, 2 का स्थानीय मान 128

$= 0\times4^2$, 0 का स्थानीय मान 0

$= 1\times4^1$, 1 का स्थानीय मान 4

$= 3\times4^0$, 3 का स्थानीय मान 3

यहां चतुर्थधारी पद्धति मे लिखे गए संख्या मे इनके अंको का स्थानीय मान को दर्शाया गया है। जैसे सबसे अंत मे आए 2 जो कि दायें से 5 वें स्थान पर है जिसका स्थानीय मान 572 आया है।इसके बाद 2 जो कि दाये से चौथे स्थान पर है इसलिए इसका स्थानीय मान128 आया है। जीरो का स्थानीय या निरपेक्ष मान हमेशा 0 होता है। 1 जो कि दाये से दूसरे स्थान पर है इसलिए इसका स्थानीय मान 4 आया है। 3 जो कि दायें से पहले स्थान पर है इसलिए इसका स्थानीय मान 3 आया है।

(7) चतुर्थधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(23013)_4 = (\ ?\ )_{10}$

$(23013)_4 = 2\times4^4 + 3\times4^3 + 0\times4^2 + 1\times4^1 + 3\times4^0$

$= 512+192+0+4+3$

$= 711$ Ans

(8) चतुर्थधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(13012)_4 = (\ ?\ )_{10}$

$(13012)_4 = 1\times4^4 + 3\times4^3 + 0\times4^2 + 1\times4^1 + 2\times4^0$

$= 256+192+0+4+1$

$= 453$ Ans

(1.6) पंचधारी पद्धति (QUINARY SYSTEM)

पंचधारी पद्धति मे इसके आधार का मान 5 होता हैं। तथा इस पद्धति मे (0,1,2,3,4) पांच अंको से संख्याओं को लिखा जाता हैं।

DECIMAL SYSTEM	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
QUINARY SYSTEM	0	1	2	3	4	10	11	12	13	14	20

पंचधारी पद्धति (QUINARY SYSTEM) मे प्रयंक्त अंको का स्थानीय मान निम्नलिखित होता हैं।

अंको का स्थान	आधार	अको का स्थानीय मान
इकाई	5	$5^0 = 1$
दहाई	5	$5^1 = 5$
सैकडा	5	$5^2 = 25$
हजार	5	$5^3 = 125$
दस हजार	5	$5^4 = 625$
लाख	5	$5^5 = 3125$
दस लाख	5	$5^6 = 15625$
करोड	5	$5^7 = 78125$
दस करोड	5	$5^8 = 390625$
अरब	5	$5^9 = 1953125$
दस अरब	5	$5^{10} = 9765625$
खरब	5	$5^{11} = 48828125$
दस खरब	5	$5^{12} = 244140625$
----------	5	5^n = -----------

दशमलव के बाद का स्थान	आधार	दशमलव के बाद अकों का मान
पहला	5	$5^0 = 1$
दुसरा	5	$5^{-1} = 1/5$
तिसरा	5	$5^{-2} = 1/\ 25$
चौथा	5	$5^{-3} = 1/125$
पंचवा	5	$5^{-4} = 1/625$
छठा	5	$5^{-5} = 1/3125$
सतवा	5	$5^{-6} = 1/15625$
आठवां	5	$5^{-7} = 1/78125$
नौवा	5	$5^{-8} = 1/390625$
दसवां	5	$5^{-9} = 1/1953125$
ग्यारहवां	5	$5^{-10} = 1/9765625$
बारहवां	5	$5^{-11} = 1/48828125$
----------	5	$5^{-12} = 1/244140625$
	5	$5^{-n} =$ 1/ -----------

QUINARY SYSTEM

LHS ← NATURAL NUMBERS

RHS → DECIMAL PARTS

5^n ----5^4 5^3 5 5^1 5^0 5^{-1} 5^{-2} 5^{-3} 5^{-4} ----- 5^{-n}

पूर्णांक संख्या दशमलवांश भाग

दाशमिक प्रणाली के किसी भी संख्या को पंचधारी पद्धति मे बदलने के लिए पंचधारी पद्धति के आधार 5 से उस संख्या मे लगातार भाग देते जातें है। तथा शेष को दांये तरफ के स्तंभ मे लिखते जाते हैं। और अंत मे शेषफल को नीचे से उपर की तरफ लिखकर अंको को ब्रैकेट मे बंद कर उसके बाहर बेस 5 लगाकर पंचधारी पद्धति मे व्यक्त करते हैं।

(1) $(854)_{10}$ को पंचधारी (QUINARY) पद्धति मे बदलें।

$(854)_{10} = (?)_5$

5	854	R
5	170	4
5	34	0
5	6	4
	1	1

= 11404

$(854)_{10} = (11404)_5$ Ans

दाशमिक प्रणाली के किसी भी संख्या को पंचधारी पद्धति मे बदलने के लिए पंचधारी पद्धति के आधार 5 से उस संख्या मे लगातार भाग देते जातें है। तथा शेष को दांये तरफ के स्तंभ मे लिखते जाते हैं। और अंत मे शेषफल को नीचे से उपर की तरफ लिखकर चतुर्थधारी पद्धति मे व्यक्त करते हैं।

(2) $(404)_{10}$ को पंचधारी पद्धति (QUINARY) पद्धति मे बदलें।

$(404)_{10} = (?)_5$

5	404	R
5	80	4
5	16	0
	3	1

3104

$(404)_{10} = (3034)_5$ Ans

(3) पंचधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

पंचधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए कुछ नियम एवं शर्तें है जिसे पालन कर दाशमिक पद्धति मे बदला जा सकता है। जो निम्न है।

$(3104)_5 = (\ ?\ )_{10}$

$(3104)_5 = 3\times5^3 + 1\times5^2 + 0\times5^1 + 4\times5^0$

$= 3\times125+1\times25+0+4\times1$

$= 375+25+0+4$

$= 404$ Ans

पंचधारी पद्धति से दाशमिक पद्धति मे बदलने के लिए सबसे पहले पंचधारी पद्धति के आधार अंक 5 के स्थान के अनुसार उसके उपर घात लगाकर मानक अंक के साथ गुणा करके अगले पद के साथ जोडते जाते है। यहां सबसे पहले पंचधारी के अंतिम मानक अंक अर्थात सबसे बांये तरफ के अंक लें। इसके आधार 5 के उपर धात 3 लगाकर आपस मे गुणा कर अगले पद के साथ जोड दिया जाता है। इसके आधार 5 पर धात लगाने का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि जिस पंचधारी मानक अंक के साथ गुंणा कर रहे है वह अंक किस स्थान पर है। यहां 3 दांये तरफ से चौथे स्थान पर है। इसलिए 5 पर घात इससे 1कम स्थान अर्थात 3 का घात लगाना होगा। इसके बाद अगला पंचधारी मानक अंक 1के साथ गुणा कर 5 पर घात 2 लगाना होगा। इसके बाद अगला पंचधारी मानक अंक 0 के साथ गुणा कर 5 पर घात 1 लगाना होगा। और अंत मे पंचधारी मानक अंक 4 के साथ गुणा कर 5पर घात 0 लगाना होगा। अर्थात

$(3104)_5 = 3\times5^3 + 1\times5^2 + 0\times5^1 + 4\times5^0$

$= 3\times125+1\times25+0+4\times1$

$= 375+25+0+4$

$= 404$ Ans

$(3104)_5$ मे अंको का स्थानीय मान निम्नलिखित होगा।

$= 3\times5^3$, 3 का स्थानीय मान 375

$= 1\times5^2$, 1 का स्थानीय मान 25

$= 0\times5^1$, 0 का स्थानीय मान 0

$= 4\times5^0$, 4 का स्थानीय मान 4

(1.7) विविध पद्धतियां (MISCELLANEOUS SYSTEMS)

इसी प्रकार किसी भी आधार पर संख्याओ को लिखा जा सकता हैं। यदि आधार10 से अधिक हो तो 10 के बाद के अंको को दर्शाने के लिए Alphabet का प्रयोग कर सकते हैं।यदि आधार 12 हो तो इसके लिए 12 मानक संकेत चिन्हो का प्रयोग निम्न प्रकार किया जाएगा। { 0,1,2 ,3,4,5 ,6 ,7, 8, 9, t, e } यहां10 तथा 11 के लिए क्रमश t (ten) तथा e (eleven) का प्रयोग किया गया है।

विभिन्न पद्धतियों मे अंको का स्थानीय मान निम्नलिखित होगा।						
SYSTEM	NTH PLACE FROM RHS	5TH PLACE FROM RHS	4TH PLACE FROM RHS	3RD PLACE FROM RHS	2ND PLACE FROM RHS	1ST PLACE FROM RHS
BINARY	2^N	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
TERNARY	3^N	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0
QUARTENARY	4^N	4^4	4^3	4^2	4^1	4^0
QUINARY	5^N	5^4	5^3	5^2	5^1	5^0
SENARY	6^N	6^4	6^3	6^2	6^1	6^0
SEPTENARY	7^N	7^4	7^3	7^2	7^1	7^0
OCTONARY	8^N	8^4	8^3	8^2	8^1	8^0
NONARY	9^N	9^4	9^3	9^2	9^1	9^0
DENARY	10^N	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
UNDENARY	11^N	11^4	11^3	11^2	11^1	11^0
DEUDONARY	12^N	12^4	12^3	12^2	12^1	12^0
HEXADECIMAL	16^N	16^4	16^3	16^2	161	16^0

विभिन्न पद्धतियों मे दशमलव के बाद अंको का स्थानीय मान निम्न होगा।						
SYSTEM	1ST PLACE FROM LHS	2ST PLACE FROM LHS	3RD PLACE FROM LHS	4TH PLACE FROM LHS	5TH PLACE FROM LHS	NTH PLACE FROM LHS
BINARY / DYADIC	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-N}
TERNARY	3^{-1}	3^{-2}	3^{-3}	3^{-4}	3^{-5}	3^{-N}
QUARTENARY	4^{-1}	4^{-2}	4^{-3}	4^{-4}	4^{-5}	4^{-N}
QUINARY	5^{-1}	5^{-2}	5^{-3}	5^{-4}	5^{-5}	5^{-N}
SENARY	6^{-1}	6^{-2}	6^{-3}	6^{-4}	6^{-5}	6^{-N}
SEPTENARY	7^{-1}	7^{-2}	7^{-3}	7^{-4}	7^{-5}	7^{-N}
OCTONARY	8^{-1}	8^{-2}	8^{-3}	8^{-4}	8^{-5}	8^{-N}
NONARY	9^{-1}	9^{-2}	9^{-3}	9^{-4}	9^{-5}	9^{-N}
DENARY/DECIMAL	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-N}
UNDENARY	11^{-1}	11^{-2}	11^{-3}	11^{-4}	11^{-5}	11^{-N}
DEUDONARY	12^{-1}	12^{-2}	12^{-3}	12^{-4}	12^{-5}	12^{-N}
HEXADECIMAL	16^{-1}	16^{-2}	16^{-3}	16^{-4}	16^{-5}	16^{-N}

(1) बारहधारी पद्धति को दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(3e)_{12} = (\ ?\ )_{10}$

$(3e)_{12} = 3\times12^1 + e\times12^0$

$= 3\times12+11\times12^0$

$= 36+11\times1$

$= 36+11$

$= (47)_{10}$ Ans

(2) बारहधारी पद्धति को दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(2te)_{12} = (\ ?\ )_{10}$

$(2te)_{12} = 2\times12^2 + t\times12^1 + e\times12^0$

$= 2\times144+10\times12^1+11\times12^0$

$= 288+120+11$

$= 419 = (419)_{10}$ Ans

(3) बारहधारी पद्धति को दाशमिक पद्धति मे कैसे बदले?

$(e5t)_{12} = (?)_{10}$

$(2te)_{12} = e \times 12^2 + 5 \times 12^1 + t \times 12^0$

$= 11 \times 144 + 5 \times 12^1 + 11 \times 12^0$

$= 1584 + 60 + 11$

$= 1654$ ie $(1654)_{10}$ Ans

(4) $(419)_{10}$ को बारहधारी पद्धति (DEUDONARY) पद्धति मे बदलें।

$(404)_{10} = (?)_{12}$

12	419	R
12	34	11
	2	10

2,10,11 (2,t,e)

$(419)_{10} = (2te)_{12}$ Ans

यहां t = 10 तथा e =11 मान रखा गया हैं।

(4) $(1654)_{10}$ को बारहधारी पद्धति (DEUDONARY) पद्धति मे बदलें।

$(1654)_{10} = (?)_{12}$

12	1654	R
12	137	10
	11	5

11,5,10 (e,5,t)

$(1654)_{10} = (e5t)_{12}$ Ans

यहां t = 10 तथा e =11 मान रखा गया हैं।

(5) $(2020)_{10}$ को बारहधारी पद्धति (DEUDONARY) पद्धति मे बदलें।

$(2020)_{10} = (?)_{12}$

12	2020	R
12	168	4
12	14	0
	1	2

1,2,0,4

$(2020)_{10} = (1204)_{12}$ Ans

दाशमिक प्रणाली के किसी भी संख्या को बारहधारी पद्धति मे बदलने के लिए बारहधारी पद्धति के आधार 12 से उस संख्या मे लगातार भाग देते जातें है। तथा शेष को दांये तरफ के स्तंभ मे लिखते जाते हैं। और अंत मे शेषफल को नीचे से उपर की तरफ लिखकर बारहधारी पद्धति मे व्यक्त करते हैं।जैसा कि उपरोक्त उदाहरण मे तीर के चिन्ह द्वारा दर्शाया गया है।

(6) $(1204)_{12}$ को दाशमिक पद्धति (Denary) पद्धति मे बदलें।

$(1204)_{12} = (?)_{10}$

$(1204)_{12} = 1\times12^3 + 2\times12^2 + 0\times12^1 + 4\times12^0$

$= 1\times1728+2\times144+0\times12+4\times1$

$= 1728+288+0+4$

$= (2020)_{10}$ ANS

(7) $(1234)_{12}$ को दाशमिक पद्धति (Denary) पद्धति मे बदलें।

$(1234)_{12} = (?)_{10}$

$(1234)_{12} = 1\times12^3 + 2\times12^2 + 3\times12^1 + 4\times12^0$

$= 1\times1728+2\times144+3\times12+4\times1$

$= 1728+288+36+4$

$= (2046)_{10}$ ANS

(1.8) मैट्रिक पद्वति (METRIC SYSTEM)

METRIC SYSTEM ; इस प्रणाली को सर्वप्रथम फ्रांस ने सन 1801AD मे अपनाया था।इसे फ्रांसीसी प्रणाली भी कहा जाता है। इस प्रणाली की इकाई मीटर मे है। इसलिए इसका नाम मैट्रिक प्रणाली पडा। दशमलव प्रणाली पर आधारित होने के कारण गुणा, भाग करने मे बहुत सुविधा होती हैं।

METRIC SYSTEM	
10 MILLI METRE	= 1 CENTI METRE
10 CENTI METRE	= 1 DECI METRE
10 DECI METRE	= 1 METRE
10 METRE	= 1 DECA METRE
10 DECA METRE	= 1 HECTO METRE
10 HECTO METRE	= 1 KILO METRE
10 KILO METRE	= 1 MIRIYA METRE

ASCENDING ORDER	PREFIX / SCALE	NUMERICAL VALUE
1	NANO METRE	10^{-9} = $1/10^{9}$ TH PART OF UNIT
2	MICRO METRE	10^{-6} =1/1000000TH PART OF UNIT
3	MILLI METRE	10^{-3} = 1/1000TH PART OF UNIT
4	CENTI METRE	10^{-2} = 1/100TH PART OF UNIT
5	DECI METRE	10^{-1} = 1/10TH PART OF UNIT
6	METRE	10^{0} = 1 UNIT
7	DECA METRE	10^{1} = 10 FOLD OF UNIT
8	HECTO METRE	10^{2} = 100 FOLD OF UNIT
9	KILO METRE	10^{3} = 1000 FOLD OF UNIT
10	MIRIYA METRE	10^{4} = 10000 FOLD OF UNIT

DESCENDING ORDER	PREFIX / SCALE	NUMERICAL VALUE
1	MIRIYA METRE	10^{4} = 10000 FOLD OF UNIT
2	KILO METRE	10^{3} = 1000 FOLD OF UNIT
3	HECTO METRE	10^{2} = 100 FOLD OF UNIT
4	DECA METRE	10^{1} = 10 FOLD OF UNIT
6	METRE	10^{0} = 1 UNIT
6	DECI METRE	10^{-1} = 1/10TH PART OF UNIT
7	CENTI METRE	10^{-2} = 1/100TH PART OF UNIT
8	MILLI METRE	10^{-3} = 1/1000TH PART OF UNIT
9	NANO METRE	10^{-9} = $1/10^{9}$ TH PART OF UNIT
10	MICRO METRE	10^{-6} =1/1000000TH PART OF UNIT

इसके अंतर्गत हम एक पैमाना से दुसरे पैमाना मे बदला सिखेंगे।

(1) 523874 MILLI METRE को KILO METRE मे बदलें।

यहां छोटे पैमाना से बडे पैमाना मे बदलाना है। अर्थात मिली मीटर से किलो मीटर तक के मध्य (9-3) = 6 पैमाना हुआ। इसलिए संख्या 523874 के दांये तरफ से 6 अंक बाद दशमलव देने पर मिली मीटर से किलो मीटर मे बदल जाएगा।

523874 MILLI METRE = .523874 KM ANS

(2) 72043 CETI METRE को HECTO METRE मे बदलें।

यहां छोटे पैमाना से बडे पैमाना मे बदलाना है। अर्थात सेटी मीटर से हेक्टो मीटर तक के मध्य (8-4) = 4 पैमाना हुआ। इसलिए 72043 के दांये तरफ से 4 अंक बाद दशमलव देने पर सेटी मीटर से हेक्टो मीटर मे बदल जाएगा। 72043 CENTI METRE = 7.2043 HECTO METRE ANS

(3) 769543 METRE को MIRIYA METRE मे बदलें।

यहां छोटे पैमाना से बडे पैमाना मे बदलाना है। अर्थात मीटर से मिरीया मीटर तक के मध्य (10 - 6) = 4 पैमाना हुआ। इसलिए संख्या 769543 के दांये तरफ से 4 अंक बाद दशमलव देने पर मीटर से मिरीया मीटर मे बदल जाएगा। 769543 METRE = **76.9543** MIRIYA METRE ANS

(4) 0.0572 CENTI METRE को MIRIYA METRE मे बदलें।

यहां छोटे पैमाना से बडे पैमाना मे बदलाना है। अर्थात सेंटी मीटर से मिरीया मीटर तक के मध्य (10 - 4) = 6 पैमाना हुआ। इसलिए संख्या .0572 मे दशमलव के पूर्व 6जीरो रखकर दशमलव देने पर मीटर से मिरीया मीटर मे बदल जाएगा। यहां 0.0572 CENTI METRE दशमलवांश मे है। इसलिए दशमलवांश के पूर्व 6 जीरो रखने पर पैमाना बदलेगा। इस बात का आवश्य ध्यान रखे। अर्थात

0.0572 CENTI METRE = **.0000000572** MIRIYA METRE ANS

(5) 0.0572 MLLI METRE को MIRIYA METRE मे बदलें।

यहां छोटे पैमाना से बडे पैमाना मे बदलाना है।अर्थात मिली मीटर से मिरीया मीटर तक के मध्य (10-3) = 7 पैमाना हुआ। इसलिए उक्त संख्या .0572 मे दशमलव के पूर्व 7 जीरो रखकर दशमलव देने पर मिली मीटर से मिरीया मीटर मे बदल जाएगा। यहां 0.0572 MILLI METRE दशमलवांश मे है।

इसलिए दशमलवांश के पूर्व 7 जीरो रखने पर पैमाना बदलेगा। इस बात का आवश्य ध्यान रखे। अर्थात

0.0572 MILLI METRE = **.0000000572** MIRIYA METRE ANS

(6) 0.0572 MIRIYA METRE को MILLI METRE मे बदलें।

यहां बडे पैमाना से छोटे पैमाना मे बदलाना है। अर्थात मिरिया मीटर से मिलि मीटर तक के मध्य (8-1) = 7 पैमाना हुआ। इसलिए संख्या .0572 मे दशमलव हटाकर 7 जीरो के बाद दशमलव देने पर मिरिया मीटर से मिलि मीटर मे बदल जाएगा। यहां 0.0572 MIRIYA METRE दशमलवांश मे है। इसलिए दशमलव के बाद 7 जीरो रखने पर पैमाना बदलेगा। इस बात का आवश्य ध्यान रखे। अर्थात

0.0572 MIRIYA METRE = **572000** MILLI METRE ANS

(7) 0.0000000569 MIRIYA METRE को CENTI METRE मे बदलें।

यहां बडे पैमाना से छोटे पैमाना मे बदलाना है। ie मिरिया मीटर से मिलि मीटर तक के मध्य (7 - 1) = 6 पैमाना हुआ। यहां 0.00000000569 MIRIYA METRE दशमलवांश मे हैं।यहां दशमलव के बाद अंको की संख्या 11 है।यदि उक्त संख्या मे दशमलव के बाद अंको की संख्या ज्यादा हो तो निम्न फरमूला का उपयोग करें।

(दशमलव के बाद अंको की संख्या – पैमाना का अंतर) ⇨ (11– 6) = 5

अब मूल संख्या के दायें तरफ से 5 अंको के बाद दशमलव देने पर मिरिया मीटर से सेंटी मीटर मे बदल जाएगा। अर्थात

0.00000000569 MIRIYA METRE = **.00569** CENTI METRE ANS

(8) 54 KILO METRE को CENTI METRE मे बदलें।

यहां बडे पैमाना से छोटे पैमाना मे बदलाना है। अर्थात किलो मीटर से सेंटी मीटर के मध्य (7-2) = 5 पैमाना हुआ। इसलिए उक्त संख्या 54 km मे दांये तरफ 5 ZERO बैठाने के बाद किलो मीटर से सेंटी मीटर मे बदल जाएगा।

54 KILO METRE = 5400000 CENTI METRE ANS

(9) 576 MIRIYA METRE को CENTI METRE मे बदलें।

यहां बडे पैमाना से छोटे पैमाना मे बदलाना है। अर्थात मिरिया मीटर से सेंटी मीटर तक के मध्य (7-1) = 6 पैमाना हुआ। इसलिए 576 MIRIYA METRE मे दांये तरफ 6 ZERO बैठाने के बाद किलो मीटर से सेंटी मीटर मे बदल जाएगा।

576 MIRIYA METRE = 576000000 CENTI METRE ANS

(10) 3KM 5 HECTO METRE 7 METRE 2 DECI METRE 9 MILLI METRE को MILLI METRE मे बदलें।

सर्वप्रथम पैमाना को अवरोही क्रम मे क्रमवद्ध करें। इसमे बडा पैमाना KM तथा छोटा पैमाना MILLI METRE हैं।इनको पहले DESCENDING ORDER मे क्रमवद्ध करे। यदि पैमाना के अंदर स्थान का गैप हो तो उस गैप के स्थान पर जीरो से भर दे। यहां दो पैमाना DECA METRE तथा CENTI METRE के स्थान पर गैप है। इसलिए उक्त गैप के स्थान पर जीरो से भर दे। इस प्रकार एक पैमाना से दुसरे पैमाना मे बदल जाएगा। अर्थात

KM	HECTO METRE	*DECA METRE	METRE	DECI METRE	*CM	MM
3	5	0	7	2	0	9

3KM 5 HECTO METRE 7 METRE 2 DECI METRE 9 MILLI METRE =

3507209 MM ANS

(11) 3KM 5 HECTO METRE 7 METRE 2 DECI METRE 9 MILLI METRE को MIRIYA METRE मे बदलें।

सर्वप्रथम पैमाना को अवरोही क्रम (DESCENDING ORDER) मे क्रमवद्ध करें। इसे मिरिया मीटर पैमाना मे बदलना है।ऐसी स्थिति मे पहले DESCENDING ORDER मे क्रमवद्ध करे। यहां छोटा पैमाना से बडा पैमाना मे बदना है। यदि पैमाना के अंदर स्थान का पैमाना का गैप हो तो उस गैप के स्थान पर जीरो से भर दे। यहां दो पैमाना DECA METRE तथा CENTI METRE के स्थान पर गैप है। इसलिए उक्त पैमाना के गैप के स्थान पर जीरो से भर दे। यहां मिरिया मीटर से मिली मीटर तक पैमाने का अंतर (8-1) = 7 है। इस प्रकार क्रमबद्ध करने के बाद दांए तरफ से 7 अंको के बाद दशमलव लगा देने पर एक पैमाना से दुसरे पैमाना मे बदल जाएगा। अर्थात

MIRIYA METRE	KM	HECTO METRE	*DECA METRE	METRE	DECI METRE	*CM	MM
*	3	5	0	7	2	0	9

3KM 5 HECTO METRE 7 METRE 2 DECI METRE 9 MILLI METRE =

0.3507209 MIRIYA METRE ANS

ASCENDING ORDER	PREFIX /SCALE	NUMERICAL VALUE
1	NANO METRE	10^{-9} = $1/10^9$ TH PART OF UNIT
2	MICRO METRE	10^{-6} = 1/1000000TH PART OF UNIT
3	MILLI METRE	10^{-3} = 1/1000TH PART OF UNIT
4	CENTI METRE	10^{-2} = 1/100TH PART OF UNIT
5	DECI METRE	10^{-1} = 1/10TH PART OF UNIT
6	METRE	10^0 = 1 UNIT
7	DECA METRE	10^1 = 10 FOLD OF UNIT
8	HECTO METRE	10^2 = 100 FOLD OF UNIT
9	KILO METRE	10^3 = 1000 FOLD OF UNIT
10	MIRIYA METRE	10^4 = 10000 FOLD OF UNIT

METRIC SYSTEM (AREA)

इसके अंतर्गत हम किसी क्षेत्रफल को एक पैमाना से दुसरे पैमाना मे बदलाना सिखेंगे। एक पैमाना से दुसरे पैमाना मे बदलना बहुत आसान है। इसके लिए कुछ नियम एवं शर्ते है जिसका पालन करते हुए बदला जा सकता है। इसके लिए पैमाना चेंज करने का एक फरमूला है जिसके द्वारा अंको के बाद लगाए जाने वाले जीरो की संख्या = { 2 ×(पैमाना का अंतर) }

(1) 5 km^2 को cm^2 मे बदले।

यहां बडे पैमाना वर्ग किलो मीटर को छोटे पैमाना वर्गसेंटी मीटर मे बदलाना है। यहां किलो मीटर से सेंटी मीटर तक कुल (9 - 4) = 5 पैमाना का अंतर हुआ। अतः किलो मीटर अंक के बाद दायें तरफ { 2 ×(पैमाना का अंतर) } = (2×5) = 10 ZERO लगाऐं। अर्थात

5 km^2 = 50000000000 cm^2 Ans

(2) 57 km^2 को mm^2 मे बदले।

यहां बडे पैमाना वर्ग किलो मीटर को छोटे पैमाना वर्ग मिली मीटर मे बदलाना है। यहां किलो मीटर से मिली मीटर तक कुल (9-3) = 6 पैमाना का अंतर हुआ। अतः किलो मीटर अंक के बाद दायें तरफ संख्या के बाद { 2 ×(पैमाना का अंतर) } = (2×6) = 12 ZERO लगाऐं। अर्थात

57 km^2 = 57000000000000 cm^2 Ans

(3) 5 km^2 58 Deca $metre^2$ 7 $Metre^2$ 84 cm^2 को cm^2 मे बदले।

यहां बडे पैमाने वर्ग किलो मीटर के अंतर्गत छोटे पैमाने वर्ग सेंटी मीटर मे बदलाना है। यहां वर्ग किलो मीटर से वर्ग सेंटी मीटर तक कुल (9-4) = 5 पैमाना का अंतर हुआ। इनके बीच यदि पैमाना का गैप हो तो गैप के स्थान पर डबल जीरो स्थापित कर दे। यहां बीच का दो पैमाना *HECTO METRE तथा *DECI METRE MISSING हैं। तो इनके स्थान पर 00 लगाए। यदि बीच मे कोई सिंगल अंक हो तो इसके दहाई अंक के स्थान पर जीरो रखकर डबल अंक बना दें। इस प्रकार आंतरिक गैप को भर देने के बाद उक्त पैमाना वर्ग किलो मीटर से cm^2 मे बदल जाएगा।

KM	*HECTO METRE	DECA METRE	METRE	*DECI METRE	CM
5	00	58	07	00	84

3km² 58 Deca Metre² 7Metre² 84 Metre² = 50058070084 cm² Ans

(4) 50 Deca metre² 3 Metre² 17Deci m² 4 cm² को m² मे बदले।

यहां बडे पैमाने वर्ग डेका मीटर² को छोटे पैमाने वर्ग मीटर² मे बदलाना है। यहां वर्ग डेका मीटर से वर्ग मीटर तक कुल (7- 6) = 1 पैमाना का अंतर हुआ। इनके बीच यदि पैमाना का गैप हो तो गैप के स्थान पर डबल जीरो स्थापित कर दे।यहां पैमाना METRE तथा CENTI METRE के मध्य मे सिंगल अंक है इसलिए दहाई के स्थान पर एक जीरो रखकर डबल अंक बना दें। यहां Metre² के बाद cm² का भी पैमाना है। अंत मे जहां वर्ग मीटर पैमाना है उसके बाद दशमलव लगा दे।

DECA METRE	METRE	DECI METRE	CM
50	03	17	04

50 DECA METRE² 3METRE² 17 DECI METRE² 4 CM² = 5003.1704 m² Ans

(1.9) रोमन संख्या पद्धति (ROMAN NUMBER SYSTEM)

रोमन संख्या पद्धति यह प्राचीन रोम (Greek)/ यूनान द्वारा विकसित की गई एक संख्या पद्धति है। इस पद्वति मे संख्याओं को लिखने के लिए Greek Alphabet का उपयोग किया जाता है। इस पद्वति/ प्रणाली मे जीरो के लिए कोई संकेतिक अक्षर नही है। इस पद्वति मे संख्याओं को जोडने और घटाने के सिद्धांत पर बनाया गया है। इसमे आधुनिक दशमलव प्रणाली की तरह स्थानीय मान और निरपेक्ष मान का उपयोग नही होता है। यह प्रणाली मुख्य रूप से प्राचीन रोमन साम्राज्य के दस्तावेजों मे उपयोग किया जाता था। आज भी इसका उपयोग किताब के अध्याय लिखने,घडियो मे अंक लिखने, कैलेण्डर मे वर्षो को दर्शाने के लिए किया जाता है।

रोमन पद्धति मे संख्याओ के लिखने के नियम।

(1) रोमन संख्या पद्धति मे संख्याओ को बांए से दाएं क्रम मे पढी जाती है। रोमन अंको को लिखने के लिए कुल सात *alphabet* का प्रयोग किया जाता है जो निम्न लिखित है। **(I =1, V= 5 , X= 10, L = 50, C = 100. D = 500, M=1000)**

(2) यदि किसी बडे रोमन Symbol के बाद दांए तरफ कोई छोटा रोमन Symbol आता है तब इसे बडे Symbol मे जोड कर उस संख्या का संयुक्त मान लिखते है। जैसे VI = (5+1) = 6 , XII = (10+2) = 12 , LX = (50+10) = 60 , LXX = (50+10+10) = 70

(3) यदि किसी बडा रोमन Symbol के पहले बांए तरफ कोई छोटा रोमन Symbol आता है तब इसे उस बडे रोमन अंक मे से घटाकर उस संख्या का संयुक्त मान लिखते है। जैसे IV = (5–1) = 4, IX = (10–1) = 9 , XL = (50–10) = 40

(4) रोमन संख्या पद्धति मे I को केवल V और X मे से ही घटाया जा सकता हैं। जैसे IV = (5–1) = 4 , IX = (10–1) = 9

(5) रोमन संख्या पद्धति मे X को केवल L और C मे से ही घटाया जा सकता हैं। जैसे XL = (50 –10) = 40 , XC = (100 –10) = 90

(6) रोमन संख्या पद्धति मे C को केवल D और M मे से ही घटाया जा सकता हैं। जैसे CD = (500–100) = 400 , CM = (1000 –100) = 900

(7) रोमन संख्या पद्धति मे D को केवल M मे से ही घटाया जा सकता हैं। जैसे DM = (1000–500) = 500

(8) ROMAN SYMBOL दोहराने के नियम : रोमन संख्या पद्धति मे कुछ ऐसे Symbol है जिसे अधिकतम तीन बार दुहराया/ Repeat किया जा सकता है। जो निम्नलिखित है I , X , C , M इन प्रतिको को अधिकतम तीन बार दुहराया जा सकता है। जैसे III = 3 , XXX = 30 , CCC = 300 , MMM = 3000

(9) SYMBOL न दोहराने के नियम : रोमन संख्या पद्धति मे कुछ ऐसे मानक Symbol है जिसे दुहराया नही जाता है। जैसे V, L , D इन प्रतिको को दुहराया नही जाता है।

(6) रोमन संख्या पद्धति मे यदि किसी Symbol के उपर एक शिरो रेखा खिच दिया जाता है तब उस संख्या का मान 1000 गुणा हो जाता है। जैसे $\bar{V} = (5\times 1000) = 5000$, $\bar{X} = (10\times 1000) = 10000$, $\bar{L} = (50\times 1000) = 50000$,

(10) 1 से100 तक रोमन अंको को निम्नलिखित प्रकार दर्शाया गया है।

NO	ROMAN Symbol	NO	ROMAN symbol	NO	ROMAN symbol	NO	ROMAN symbol	NO	ROMAN symbol
1	I	21	XXI	41	XLI	61	LXI	81	LXXXI
2	II	22	XXII	42	XLII	62	LXII	82	LXXXII
3	III	23	XXIII	43	XLIII	63	LXIII	83	LXXXIII
4	IV	24	XXIV	44	XLIV	64	LXIV	84	LXXXIV
5	V	25	XXV	45	XLV	65	LXV	85	LXXXV
6	VI	26	XXVI	46	XLVI	66	LXVI	86	LXXXVI
7	VII	27	XXVII	47	XLVII	67	LXVII	87	LXXXVII
8	VIII	28	XXXVIII	48	XLVIII	68	LXVIII	88	LXXXVIII
9	IX	29	XXIX	49	XLIX	69	LXIX	89	LXXXIX
10	X	30	XXX	50	L	70	LXX	90	XC
11	XI	31	XXXI	51	LI	71	LXXI	91	XCI
12	XII	32	XXXII	52	LII	72	LXXII	92	XCII
13	XIII	33	XXXIII	53	LIII	73	LXXIII	93	XCIII
14	XIV	34	XXXIV	54	LIV	74	LXXIV	94	XCIV
15	XV	35	XXXV	55	LV	75	LXXV	95	XCV
16	XVI	36	XXXVI	56	LVI	76	LXXVI	96	XCVI
17	XVII	37	XXXVII	57	LVII	77	LXXVII	97	XCVII
18	XVIII	38	XXXVIII	58	LVIII	78	LXXVIII	98	XCVIII
19	XIX	39	XXXIX	59	LIX	79	LXXIX	99	XCIX
20	XX	40	XL	60	LX	80	LXXX	100	C

(1.10) आर्वत दशमलव (RECURRING DECIMAL)

ऐसे दशमलव भिन्न जिसमे कोई अंक या अंको का एक खास समूह जो बार बार रिपिट करता हो तो उसे आर्वत दशमलव कहते है। जो अंक बार बार रीपिट करता है उन्हे आर्वतांक कहते है। जैसे $\frac{20}{3}$ = 3.66666666 ---------- ∞

यहां 20 मे 3 से भाग देने पर भागफल मे दशमलव बिन्दू के बाद 6 की आवृति लगातार हो रही है। इसलिए भागफल मे 6 आर्वत अंक हुआ। आर्वत दशमलव के अंको को दर्शाने के लिए अंक के उपर एक बिन्दी (·) लगाते है। या उस अंक के उपर एक शिरोरेखा (—) खींच देते है। तथा अनार्वत अंक पर कोई बिन्दी नही लगाते है। जितने अंको की आवृति होती है उतने अंको के उपर बिन्दी लगाकर या अंको के उपर शिरो रेखा खींचकर आर्वत अंको को दर्शातें है। अर्थात $.\dot{6}$ = .66666 ----- ∞ , $.\bar{6}\,\bar{6}\,\bar{6}$ ------- ∞ , = .66666 ----- ∞

आर्वत दशमलव दो प्रकार के होते है। जिसका विवरण निम्नलिखित है।

(1) शुद्ध आर्वत दशमलव (2) मिश्र आर्वत दशमलव

(1) शुद्ध आर्वत दशमलव : शुद्ध आर्वत दशमलव मे दशमलव बिन्दू के बाद से ही आर्वतांक शुरू हो जाता है। जैसे **0.6666**-------- , **0.3333333**-------- , **$0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$** इत्यादि।

$\frac{3}{11}$ = 11) 30 (0.2727 ⇨ 0.2727------------------ ∞

22
———
80
77
———
30
22
———
80
77
———

(2) मिश्र आर्वत दशमलव : मिश्र आर्वत दशमलव मे आर्वतांक के अलावा कोई पूर्णांक या अनार्वत दशमलव या दोनो हो सकते है। जैसे **$5.2^{\circ}8^{\circ}3^{\circ}$** , **$0.028^{\circ}3^{\circ}$**,आदि।

(1) शुद्ध आर्वत दशमलव को साधारण भिन्न मे कैसे बदलें ?

शुद्ध आर्वत दशमलव को साधारण भिन्न मे बदलने के लिए सर्वप्रथम दी गई राशी कों भिन्न के अंश मे रूप मे रखना होता है। तथा राशी मे जितने आर्वत अक होते है,उतने 9 उस भिन्न के हर मे रखा जाता हैं। फिर अंत मे प्राप्त भिन्न को काट छांट कर लधुतम रूप मे रखा जाता हैं। जैसे $0.\overline{27} = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$ यहां आर्वत अंक 2 और 7 है। अर्थात आर्वत अंक यथावत रखते हुए उसके उपर लगे बिन्दी या शिरोरेखा को हटा दिया जाता है और जितने आर्वत अंक होते है उसके बदले मे उतने 9 उसके भिन्न मे रखा जाता है। और बाद मे उस भिन्न को सरल कर दिया जाता हैं। इसके बाद आर्वत दशमलव से साधारण भिन्न मे बदल जाता है। एक और उदाहरण लेकर देखते हैं। जैसे

(1) $0.\overline{45}$ को साधारण भिन्न मे बदलें। ⇨ $= \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$ Ans ,

(2) $0.\overline{0605}$ को साधारण भिन्न मे बदलें। ⇨ $= \frac{0605}{9999} = \frac{55}{909}$ Ans

(3) $.\overline{136}$ को साधारण भिन्न मे बदलें। ⇨ $= \frac{136}{999}$ Ans

(4) $.\overline{105}$ को साधारण भिन्न मे बदलें। ⇨ $= \frac{105}{999} = \frac{35}{333}$ Ans

(2) मिश्र आर्वत दशमलव को साधारण भिन्न मे कैसे बदलें ?

इसके अंतर्गत राशी मे जितने आर्वत अंक हो उतने 9 उस भिन्न के हर मे लिखेंगे। तथा जितने अनार्वत अंक हो उसके बदले उतने जीरो उस भिन्न के हर मे रखेंगे।तथा अंश के रूप मे उस राशी को लिखकर जितने अनार्वत अंक हो उसे उस राशी मे से घटाकर अंश के रूप मे लिखते है।

जैसे साधारण भिन्न =

$$\frac{\text{सम्पूर्ण राशी} - \text{अनार्वत अंक}}{\text{(आर्वत अंको के आवृति के बराबर 9) (अनार्वत अंको के बराबर 1 पर उतना ही जीरो)}}$$

(1) $0.2\overline{83}$ को साधारण भिन्न मे बदलें।

⇨ $= \frac{283-2}{99\times10} = \frac{281}{990}$ Ans ,

यहां राशी मे दो आर्वत अंक 83 है तथा एक अनार्वत अंक 2 है। सबसे पहले सम्पूर्ण राशी मे से अनार्वत अंक को घटाया गया है। और हर मे

आर्वत अंक के बदले उतने ही 9 तथा अनार्वत अंक के लिए एक पर उतना ही जीरो उतारा गया है।

(2) $0.01\overline{09}$ को साधारण भिन्न मे बदलें।

⇨ $= \frac{109-01}{99\times100} = \frac{108}{9900} = \frac{3}{275}$ Ans ,

यहां राशी मे दो आर्वत अंक 09 है तथा दो अनार्वत अंक 01 है। सबसे पहले सम्पूर्ण राशी मे से अनार्वत अंक को घटाया गया है। और हर मे आर्वत अंक के बदले उतने ही 9 तथा अनार्वत अंक के लिए 1पर उतना ही जीरो उतारा गया है।

(3) $0.23\overline{581}$ को साधारण भिन्न मे बदलें।

⇨ $= \frac{23581-23}{999\times100} = \frac{23558}{9900} =$ Ans ,

यहां राशी मे तीन आर्वत अंक 581 है तथा दो अनार्वत अंक 23 है। सबसे पहले सम्पूर्ण राशी मे से अनार्वत अंक को घटाया गया है।और हर मे आर्वत अंक के बदले उतने ही 9 तथा अनार्वत अंक के लिए 1पर उतना ही जीरो उतारा गया है।

(4) $0.01\overline{6}$ को साधारण भिन्न मे बदलें।

⇨ $= \frac{16-01}{9\times100} = \frac{15}{900} = \frac{1}{60}$ Ans ,

यहां राशी मे एक आर्वत अंक 6है तथा दो अनार्वत अंक 01 है। सबसे पहले सम्पूर्ण राशी मे से अनार्वत अंक को घटाया गया है। और हर मे आर्वत अंक के बदले उतने ही 9 तथा अनार्वत अंक के लिए 1पर उतना ही जीरो उतारा गया है।

(5)$16.6\overline{3}$ को साधारण भिन्न मे बदलें।

जैसे साधारण भिन्न = पूर्णांक +

$$\frac{\text{सम्पूर्ण राशी – अनार्वत अंक}}{\text{(आर्वत अंको के आवृति के बराबर 9) (अनार्वत अंको के बराबर 1 पर उतना ही जीरो)}}$$

⇨ $= 16+\frac{63-6}{9\times10} = 16+\frac{57}{90} = 16+\frac{19}{30} = 16\frac{19}{30}$ Ans ,

यहां राशी मे एक आर्वत अंक 6 है तथा दो अनार्वत अंक 01है। सबसे पहले सम्पूर्ण राशी मे से अनार्वत अंक को घटाया गया है। और हर मे आर्वत अंक के बदले उतने ही 9 तथा अनार्वत अंक के लिए 1पर उतना ही जीरो उतारा गया है। तथा दशमलव के पहले जो पूर्णाक आता है उसे यथावत रहने दें।

अब हम आर्वत दशमलव का जोड, घटाव ,गुणा और भाग की क्रिया करना सीखेंगे। यदि आर्वत दशमलव के अंतर्गत एक से अधिक व्यंजको को जोडना हो तो निम्नलिखित नियमो का पालन करे।

(1) $5.2\overline{4} + 12.\overline{67} + 0.64\overline{235}$ इसे जोडे।

यहां प्रथम व्यंजक मे आर्वत अंक 1 है। दुसरे व्यंजक मे आर्वत अंक 2 है। तथा तीसरे व्यंजक मे आर्वत अंक 3 है। तो सबसे पहले आर्वत व्यंजक 1, 2, 3 का लघुतम समार्वतक निकाले। अर्थात 1 2 3 का LCM = 6 इसके बाद सभी व्यंजकों को तीन स्तंभ मे रखकर जोडेंगे। पहले स्तंभ मे अनार्वत अंक दुसरे स्तंभ मे आर्वत अंक तथा तीसरे स्तंभ में हासिल के लिए दो अंक रखतें हैं। हासिल का अंकं जोडनें के लिए किया जाता हैं। अंत मे हासिल वाले अंक को छोंड देते हैं। जोडने के क्रिया सम्पन्न होने पर आर्वत का संकेत चिन्ह आवश्य लगाए। पहले पद मे अनार्वत अंक 1है तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंक ZERO है। तथा तीसरे पर मे अनार्वत अंको की संख्या 2 है। इस लिए अधिकतम अनार्वत अंक 2 के अनुसार उपर नीचे दोना पदो मे दो अंक अनार्वत मे रखा जाएगा।

आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
5.24	444444	44
12.67	676767	67
0.64	235235	23
= 18.56	356447	34

⇨ $5.2\overline{4} + 12.\overline{67} + 0.64\overline{235} = 18.56\overline{356447}$ Ans

(2) $0.\overline{07} + 0.\overline{768} + 1.9\overline{3}$ इसे जोडे।

यहां प्रथम व्यंजक मे आर्वत अंक 2 है। दुसरे व्यंजक मे आर्वत अंक 3 है। तथा तीसरे व्यंजक मे आर्वत अंक 1 है। तथा पहले व्यंज कमे अनावत अंक जीरो है। दुसरे व्यंज कमे अनार्वत अंक जीरो है। तथा तीसरे व्यंजक मे अनार्वत अंक1है। अब सबसे पहले आर्वत व्यंजकों क्रमशः 2, 3, 1का लघुतम समार्वतक निकाले। अर्थात 2, 3, 1 का LCM = 6 इसके बाद सभी व्यंजकों को

तीन स्तंभ मे रखकर जोडेंगे। पहले स्तंभ मे अनार्वत अंक को रखे ,दुसरे स्तंभ मे आर्वत अंकों के आए लघुतम समापर्वतक को रखें जो 6 अंको का होगा तथा तीसरे स्तंभ में हासिल के लिए दो अंक रखतें हैं। हासिल का उपयोग सम्पूर्ण व्यंजक के योगफल मे शुद्धता लाने के लिए किया जाता है। अंत मे हासिल वाले अंक को छोड देते हैं। जोडने के क्रिया सम्पन्न होने पर आर्वत का संकेत चिन्ह आवश्य लगाए।

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
0.0	777777	77
0.7	687687	68
1.9	333333	33
= 2.7	728091	78

⇨ $0.0\overline{7} + 0.7\overline{68} + 1.9\overline{3} = 2.7\,\overline{728091}$ Ans

(3) $7.2\overline{214} + 2.4\overline{2} + 4.21\overline{33}$ इसे जोडे।

यहां प्रथम व्यंजक मे आर्वत अंक 3 है। दुसरे व्यंजक मे आर्वत अंक 2 है। तथा तीसरे व्यंजक मे आर्वत अंक 2 है। तथा पहले व्यंजक मे अनार्वत अंक एक है।दुसरे व्यंज कमे अनार्वत अंक जीरो है।तथा तीसरे व्यंजक मे अनार्वत अंक2 है।अब सबसे पहले आर्वत व्यंजकों क्रमश:3, 2, 2 का लघुतम समार्वतक निकाले। अर्थात 3, 2, 2 का LCM = 6 इसके बाद सभी व्यंजकों को तीन स्तंभ मे रखकर जोडेंगे। पहले स्तंभ मे अनार्वत अंक को रखे ,दुसरे स्तंभ मे आर्वत अंकों के आए लघुतम समापर्वतक को रखें जो 6 अंको का होगा तथा तीसरे स्तंभ में हासिल के लिए दो अंक रखतें हैं। हासिल का उपयोग सम्पूर्ण व्यंजक के योगफल मे शुद्धता लाने के लिए किया जाता है। अंत मे हासिल वाले अंक को छोड देते हैं। जोडने के क्रिया सम्पन्न होने पर आर्वत का संकेत चिन्ह आवश्य लगाए।

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
7.22	142142	14
2.42	424242	42
4.21	383838	38
13.85	950222	94

⇨ $13.85\,\overline{950222}$ Ans

आर्वत दशमलव का घटाव :इसके अंतर्गत हम आर्वत दशमलव का घटाव की क्रिया करके हल करेंगे। इनके कुछ नियम हैजिनका पालन करना होगा।

(1) $20.7\overline{284} - 1.0\overline{123}$

इसके प्रथम पद मे आर्वत अक 4 तथा दुसरे पद मे आर्वत अंक 3 है। प्रथम पद मे अनार्वत अंक जीरो तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंक 1 है। सबसे पहले दोनो पदो मे आर्वत अंक 4 तथा 3 का लघुतम समापर्वतक निकालना होगा। अर्थात 4,3 का LCM = 12 , पहले पद मे अनार्वत अंक ZERO है तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंक 1 है। इस लिए अधिकतम अनार्वत अंक 1 के अनुसार उपर नीचे दोना पदो मे एक अंक अनार्वत मे रखा जाएगा।

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
20.7	284728472847	28
1.0 –	123123123123	12
19. 7	**161605349724**	**16**

⇨ **$19.7\overline{161605349724}$** **Ans**

(2) $48.7\overline{495} - 32.74\overline{32}$

इसके प्रथम पद मे आर्वत अकों की संख्या 3 तथा दुसरे पद मे आर्वत अंकों की संख्या 2 है।प्रथम पद मे अनार्वत अंक 1 तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंको की संख्या 2 है। सबसे पहले दोनो पदो मे आर्वत अंकों की संख्या 3 तथा 2 का लघुतम समापर्वतक निकालना होगा। अर्थात 3,2 का LCM = 6 पहले पद मे अनार्वत अंक1है तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंक 2 है। इस लिए अधिकतम अनार्वत के अनुसार उपर नीचे दोना पदो मे दो अंक अनार्वत मे रखा जाएगा।

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
48.74	954954	95
32.74 –	323232	32
16.00	**631722**	**63**

⇨ **$16.00\overline{631722}$** **Ans**

(3) $30 - .376\overline{98034}$

इसके प्रथम पद मे सीर्फ पूर्णांक हैं। आर्वत अकों की संख्या जीरो तथा दुसरे पद मे आर्वत अंकों की संख्या 5 है। प्रथम पद मे अनार्वत अंक ZERO तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंको की संख्या 3 है। इसके पहले पद मे आर्वत अंक नही है। तथा दुसरे पद मे आर्वत अंक 5 है। इसलिए दोनो पदो के लिए बीच मे 5 अंक का आर्वत पद रहेगा।पहले पद मे अनार्वत अंक जीरो है तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंक 3 है। इसी के अनुसार उपर नीचे दोना पदो मे तीन अंक अनार्वत मे रखा जाएगा।

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
30.000	00000	000
.376 –	98034	980

29.623 01965 020

⇨ $29.623\overline{01965}$ Ans

(4) $7.4\overline{3} - 2.\overline{34}$

इसके प्रथम पद मे आर्वत अकों की संख्या 1 तथा दुसरे पद मे आर्वत अंकों की संख्या 2 है। प्रथम पद मे अनार्वत अंक 1 तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंको की संख्या ZERO है। इसके पहले पद मे आर्वत अंक 1 है।तथा दुसरे पद मे आर्वत अंक 2 है। इसलिए दोनो पदो के आर्वत अंक 1 और 2 का लघुतम समापर्वतक 2 होगा।

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
7.4	33	33
2.3 –	43	43

5,0 89 90

⇨ $5.0\overline{89}$ Ans

(5) $7.1\overline{24} - 2.34\overline{807}$

इसके प्रथम पद मे आर्वत अकों की संख्या 2 तथा दुसरे पद मे आर्वत अंकों की संख्या 3 है।प्रथम पद मे अनार्वत अंक 1 तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंको

की संख्या 2 है। सबसे पहले दोनो पदो मे आर्वत अंकों की संख्या 2 तथा 3 का लघुतम समापर्वतक निकालना होगा। अर्थात 2,3 का LCM = 6 पहले पद मे अनार्वत अंक 1है तथा दुसरे पद मे अनार्वत अंक 2 है। इस लिए अधिकतम अनार्वत के अनुसार उपर नीचे दोना पदो मे दो अंक अनार्वत मे रखा जाएगा।

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
8.12	424242	42
2.34 –	807807	80
5.77	**616434**	**62**

⇨ $\mathbf{5.77\overline{616434}}$ Ans

(6) $7.4\overline{3} - 2.\overline{34} + 3.\overline{853}$ सरल करें।

यदि किसी व्यंजक मे एक साथ जोड तथा घटाव की क्रिया करना हो जो सबसे पहले दो व्यंजक को जोडने की क्रिया करें। इसके बाद अंत मे घटाव की क्रिया करें।

$7.4\overline{3} + 3.8\overline{53}$

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
7.4	333	33
3.8 +	538	53
11.2	**871**	**86**

$7.4\overline{3} + 3.8\overline{53} = 11.2\overline{871}$ अब योगफल मे से दुसरा पद घटाना होगा।

$11.2\overline{871} - 2.3\overline{4}$

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
11.2	871871	87
2.3 –	434343	43
8.9	**437528**	**44**

$7.4\overline{3} - 2.3\overline{4} + 3.8\overline{53} = 8.9\overline{437528}$ Ans

आर्वत दशमलव का गुणाः आर्वत दशमलव का गुणा करते समय सबसे पहले उन्हे साधारण भिन्न मे बदल दे। इसके बाद गुणा करके उतर मे दशमलव मे लिखे।

(1) $1.\overline{2} \times 0.5\overline{4}$ गुणा करें।

$\Rightarrow 1\frac{2}{9} \times \frac{54}{99}$

$= \frac{11}{9} \times \frac{54}{99}$

$= \frac{2}{3} = 0.66666\text{-------} = 0.6°$ Ans

(2) $.\overline{27} \times 0.1\overline{8} \times 2.\overline{4}$ गुणा करें।

$\Rightarrow \frac{27}{99} \times \frac{18}{99} \times 2\frac{4}{9}$

$= \frac{27}{9} \times \frac{18}{99} \times \frac{22}{9}$

$= \frac{4}{33} = 0.1\overline{2}$ Ans

(3) $2.\overline{6} \times 7$ गुणा करें।

$\Rightarrow 2\frac{6}{9} \times 7$

$\frac{24}{9} \times 7 = \frac{56}{3} = 18.6°$ Ans

(4) $2.40\overline{3245} \times 7$ गुणा करें।

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
2.40	3245	32
7 ×		
16.82	**2717**	**24**

$2.40\overline{3245} \times 7 \Rightarrow 16.82\overline{2717}$ Ans

NB : यहां अनार्वत मे दो अंक तथा आर्वतांक मे 4 अंक हैं। तथा हासिल के लिए दो अंको को रखा जाता हैं। अब दाएं तरफ से 7 से गुणा करते हुए बाए तरफ बढतें जाएं। इस प्रकार उपरोक्त गुणनफल प्राप्त होगा। अंत मे आर्वत अंको पर बिन्दी लगा दें।

(5) $5.3\overline{253} \times 77$ गुणा करें।

सबसे पहले **$5.3\overline{253}$ मे इकाइ अंक 7 से गुणा करें। इसके बाद दहाई अंक 70 से गुणा करें। इस प्रकार दोनो प्राप्त गुणनफल को जोडने पर उतर प्राप्त होगा। अर्थात**

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
5.3	253	25
7 ×		

37.2 772 75

ie **$5.3\overline{253} \times 7 \Rightarrow 37.2\overline{772}$** -------------------------- (1)

$\therefore$ **$5.3\overline{253} \times 70 = 37.2\overline{772} \times 10 = 372.7\overline{72}$** ------------- (2)

अब समीकरण 1 और 2 को जोडने परं

पूर्णांक एवं आनार्वत अंक	आर्वत अंक	हासिल
37.2	772	77
372.7 +	727	72

410.0 500 49

अर्थात **$5.3\overline{253} \times 77 \Rightarrow 410.0\overline{500}$ Ans**

आर्वत दशमलव का भागः आर्वत दशमलव के भाग मे सबसे पहले भाज्य एवं भाजक दोनो को साधारण भिन्न मे बदल दिया जाता है। इसके बाद भाग की क्रिया की जाती है। इसके बाद अंत मे प्राप्त भागफल को जहां दशमलव की आवश्यकता हो बदलकर रखा जाता हैं। जैसे

(1) $.4\overline{6} \div .9$

$\Rightarrow \frac{46-4}{90} \div \frac{9}{10}$

$= \frac{42}{90} \div \frac{9}{10}$

$= \frac{42}{90} \times \frac{10}{9}$

$= \frac{14}{27} = .\overline{518}$

(2) $6.\overline{32} \div .\overline{21}$

$\Rightarrow 6\frac{32}{99} \div \frac{21}{99}$

$= \frac{626}{99} \div \frac{21}{99}$

$= \frac{626}{99} \times \frac{99}{21}$

$= \frac{626}{21} = 29.\overline{809523}$ Ans

(3) $0.0\overline{81} \div .00\overline{5}$

$\Rightarrow \frac{81-0}{99} \div \frac{5-00}{900}$

$= \frac{81}{99} \div \frac{5}{900}$

$= \frac{81}{99} \times \frac{900}{5}$

$= \frac{162}{11} = 14.\overline{72}$ Ans

(4) $1.\overline{721} \div .\overline{02}$

$\Rightarrow 1\frac{721}{999} \div \frac{2}{99}$

$= \frac{1720}{999} \div \frac{2}{99}$

$= \frac{1720}{999} \times \frac{99}{2}$

$= \frac{9460}{111} = 85.\overline{225}$ Ans

(5) 5.7333333----- ÷ 2 . 21111111---------

$\Rightarrow 5\frac{73-7}{90} \div 2\frac{21-2}{90}$

$= 5\frac{66}{90} \div 2\frac{19}{90}$

$= \frac{516}{90} \div \frac{199}{90}$

$= \frac{516}{90} \times \frac{90}{199}$

$= \frac{516}{199}$ Ans

(1.11) भिन्न (FRACTION) :

इस TOPIC के अंतर्गत हम भिन्न के बारे मे अध्ययन करेंगें।साधारणतः भिन्न किसी संख्या या वस्तु के आंशिक भाग या हिस्से को दर्शाता है। भिन्न का अंश सम्पूर्ण भाग का आंशिक हिस्से को और हर सम्पूर्ण भाग को दर्शाता है। जिसमे छोटा भाग अंश तथा बडा भाग हर होता है। भिन्न को निम्नलिखित वर्गो मे वर्गीकृत किया गया है।

(1) साधारणतः भिन्न (2) दशमलव भिन्न (3) सम भिन्न या उचित भिन्न (4) बिषसम भिन्न या अनुउचित भिन्न (5) संयुक्त भिन्न या मिश्रभिन्न (6) व्युत्क्रम भिन्न (7) सतत भिन्न।

(1) साधारणतः भिन्न (SIMPLE FRACTION) : ऐसी संख्या जो $\frac{m}{n}$ के रूप मे 1से छोटा हो तो उसे साधारण भिन्न कहते है। भिन्न धनात्मक और ऋणात्मक दोनो हो सकते हैं। इसके दो आवश्यक घटक अंश और हर होते है। अर्थात भिन्न = अंश / हर अर्थात $\frac{m}{n}$ के रूप मे हो जहां m और n एक पूर्णांक है। जहां $n \neq 0$, जैसे $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{16}$, $-\frac{4}{5}$, $-\frac{6}{13}$ etc

(2) दशमलव भिन्न (DECIMAL FRACTION) : दशमलव भिन्न उस भिन्न को कहते है जिसका हर हमेश 10 या 10 के गुणज मे होता हैं। जैसे $\frac{1}{10}$,$\frac{67}{100}$,$\frac{199}{1000}$,$-\frac{3}{100}$,$-\frac{7}{10000}$ etc यहां भिन्न का हर 10 या 10 के MULTIPLE मे है।

(3) सम भिन्न या उचित भिन्न (PROPER FRACTION) : सम भिन्न उस भिन्न को कहते है जिसका अंश छोटा और हर बडा हो। जैसे $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{16}$,$\frac{4}{5}$, $\frac{6}{13}$ *etc*

उपरोक्त भिन्न मे अंश छोटा और हर उससे बडा है।

(4) बिषसम भिन्न या अनुउचित भिन्न (IMPROPER FRACTION) : बिषसम भिन्न उस भिन्न को कहते है जिसका अंश बडा छोटा और हर छोटा हो। जैसे $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{4}$,$\frac{14}{5}$,$\frac{16}{10}$ *etc*उपरोक्त भिन्न मे अंश बडा और हर उससे छोटा है।

(5) संयुक्त भिन्न या मिश्र भिन्न (MIXED FRACTION) : संयुक्त भिन्न उस भिन्न को कहते है जिस भिन्न मे पूर्णांक संख्या तथा भिन्न दोनो एक साथ सामिल हो। जैसे $5\frac{1}{3}$, $7\frac{3}{4}$, $10\frac{4}{5}$, $20\,\frac{7}{10}$ *etc*

(6) व्युत्क्रम भिन्न (RECIPROCAL FRACTION) : किसी भिन्न के अंश और हर को आपस मे बदल देने के बाद जो नया भिन्न बनता हैं वह मूल भिन्न का व्युत्क्रम भिन्न कहा जाता हैं। जैसे कोई भिन्न $\frac{3}{5}$ है तो इसका व्युंत्क्रम भिन्न $\frac{5}{3}$ होगा।क्योंकि यहां अंश और हर को आपस मे बदल देने पर व्युत्क्रम भिन्न

बन गया। दुसरा कोई भिन्न $\frac{2}{7}$ है तो इसका व्युंत्क्रम भिन्न $\frac{7}{2}$ होगा।क्योंकि यहां अंश और हर को आपस मे बदल देने पर व्युत्क्रम भिन्न बन गया।

(7) सतत भिन्न (CONTINEUED FRACTION) : सतत भिन्न उस भिन्न को कहते है। जो किसी भिन्न के नीचे भिन्न लगातार जुडे हुए रहता हैं। जैसे

$$5+\cfrac{2}{2-\cfrac{2}{2+\cfrac{3}{4-\cfrac{1}{3}}}}$$

इसमे सबसे पहले नीचे से क्रिया करते जाते है।

$$= \quad 5+\cfrac{2}{2-\cfrac{2}{2+\cfrac{3}{\frac{12-1}{3}}}}$$

$$= \quad 5+\cfrac{2}{2-\cfrac{2}{2+\frac{3\times 3}{11}}}$$

$$= \quad 5+\cfrac{2}{2-\cfrac{2}{2+\frac{9}{11}}}$$

$$= \quad 5+\cfrac{2}{2-\cfrac{2}{\frac{22+9}{11}}}$$

$$= \quad 5+\cfrac{2}{2-\frac{22}{31}}$$

$$= \quad 5+\cfrac{2}{\frac{62-22}{31}}$$

$$= \quad 5+\frac{2\times 31}{40}$$

$$= \quad 5+\frac{62}{40}$$

$$= \quad \frac{200+62}{40}$$

$= \frac{262}{40}$

$= \frac{131}{20}$ Ans

(2) निम्नलिखित सतत भिन्न को सरल करें।

$$3+\cfrac{1}{4-\cfrac{2}{5+\cfrac{3}{6-\cfrac{1}{4}}}}$$

इसमे सबसे पहले नीचे से क्रिया करते जाते है।

$$3+\cfrac{1}{4-\cfrac{2}{5+\cfrac{3}{\cfrac{24-1}{3}}}}$$

$= 3+\cfrac{1}{4-\cfrac{2}{5+\cfrac{3\times3}{23}}}$

$= 3+\cfrac{1}{4-\cfrac{2}{5+\cfrac{9}{23}}}$

$= 3+\cfrac{1}{4-\cfrac{2}{\cfrac{115+9}{11}}}$

$= 3+\cfrac{1}{4-\cfrac{22}{124}}$

$= 3+\cfrac{1}{\cfrac{496-22}{124}}$

$= 3+\frac{124}{474}$

$= 3+\frac{124}{474}$

$= \frac{1422+124}{474}$

$= \quad \frac{1546}{474}$ Ans

(3) निम्नलिखित सतत भिन्न को सरल करें।

$$3\frac{1}{2} \div \cfrac{2}{2-\cfrac{1}{4+\cfrac{3}{x-\frac{2}{5}}}} = \frac{19}{6}$$

इसमे सबसे पहले नीचे से क्रिया करते जाते है।

$$= 3\frac{1}{2} \div \cfrac{2}{2-\cfrac{1}{4+\cfrac{3}{x-\frac{2}{5}}}} = \frac{19}{6}$$

$$= 3\frac{1}{2} \div \cfrac{2}{2-\cfrac{1}{4+\cfrac{3}{\frac{5x-2}{5}}}} = \frac{19}{6}$$

$$= 3\frac{1}{2} \div \cfrac{2}{2-\cfrac{1}{4+\frac{15}{5x-2}}} = \frac{19}{6}$$

$$= 3\frac{1}{2} \div \cfrac{2}{2-\cfrac{1}{\frac{20x-8+15}{5x-2}}} = \frac{19}{6}$$

$$= 3\frac{1}{2} \div \cfrac{2}{2-\cfrac{1}{\frac{20x+7}{5x-2}}} = \frac{19}{6}$$

$$= 3\frac{1}{2} \div \cfrac{2}{2-\frac{5x-2}{20x+7}} = \frac{19}{6}$$

$$= 3\frac{1}{2} \div \cfrac{2}{\frac{40x+14-(5x-2)}{20x+7}} = \frac{19}{6}$$

$$= 3\frac{1}{2} \div \frac{2\times(20x+7)}{40x+14-5x+2} = \frac{19}{6}$$

$$= 3\frac{1}{2} \div \frac{40x+14}{35x+16} = \frac{19}{6}$$

$$= \frac{7}{2} \div \frac{40x+14}{35x+16} = \frac{19}{6}$$

$= \frac{7}{2} \times \frac{35x+16}{40x+14} = \frac{19}{6}$

$= \frac{245x+112}{80x+28} = \frac{19}{6}$

$= 19(80x + 28) = 6(245x + 112)$

= 1520x+532 = 1470x+672

= 1520x+532 − 1470x−672 = 0

= 50x −140 = 0

ie 50x = 140

$\therefore x = \frac{140}{50}$

$= \frac{14}{5}$ Ans

भिन्नो का प्रकृति (NATURE OF FRACTION)

(1) जब किसी भिन्न के अंश और हर मे किसी संख्या से गुणा करते है तब भिन्न के मान मे कोई अंतर नही आता है। जैसे

(a) $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{15}$ यहां भिन्न के अंश और हर मे 3 से गुणा करने पर $\frac{6}{15}$ आया जोकि $\frac{2}{5}$ के मान के बराबर है।

(b) $\frac{13}{17} = \frac{13}{17} \times \frac{10}{10} = \frac{130}{170}$ यहां भिन्न के अंश और हर मे 10 से गुणा करने पर $\frac{130}{170}$ आया जोकि $\frac{13}{17}$ के मान के बराबर है।

(c) $\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{10}$ यहां भिन्न के अंश और हर मे 2 से गुणा करने पर $\frac{2}{10}$ आया जोकि $\frac{1}{5}$ के मान के बराबर है।

(2) जब किसी भिन्न के अंश और हर मे किसी एक ही संख्या से भाग देते है तब भिन्न के मान मे कोई परिर्वतन नही होता है। जैसे

(a) $\frac{2}{5} = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{7} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{35}$ यहां भिन्न के अंश और हर मे 7 से भाग देने पर $\frac{14}{35}$ आया जोकि $\frac{2}{5}$ के मान के बराबर है।

(b) $\frac{8}{9} = \frac{\frac{8}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{8}{10} \times \frac{10}{9} = \frac{80}{90}$ यहां भिन्न के अंश और हर मे 10 से भाग देने पर $\frac{80}{90}$ आया जोकि $\frac{8}{9}$ के मान के बराबर है।

(3) दो या दो से अधिक भिन्नो को आपस मे तुलना करना हो कि कौन सा भिन्न बडा है। ऐसी स्थिति मे दोनो भिन्नो को cross गुणा करने पर जिस तरफ का मान ज्यादा होगा वह भिन्न दूसरे से बडा होगा।

जैसे दो भिन्न क्रमशः $\frac{a}{b}$. $\frac{c}{d}$ मे कौन बडा है?यदि इसे ज्ञात करना हो तो इसे cross गुणा करने पर यदि ad $> bc$ से तो उक्त भिन्न $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ बडा होगा। इसमे गुणा करने का तरीका यह है की पहले भिन्न के अंश और दूसरे भिन्न के हर को एक साथ गुणा कर बांयें तरफ रखे। इसके बाद दुसरे भिन्न के अंश और पहले भिन्न के हर को आपस मे गुणा करके दांये तरफ रखें। इसके बाद यह देखें कि किस तरफ का अंक ज्यादा है।जिस तरफ का अंक ज्यादा होगा उस तरफ का भिन्न बडा होगा।

(a) जैसे दो भिन्न क्रमशः $\frac{3}{5}$. $\frac{7}{9}$ मे कौन बडा है?यदि इसे ज्ञात करना हो तो इसे cross गुणा करने पर यदि $27 < 35$ से तो उक्त भिन्न $\frac{3}{5} < \frac{7}{9}$ बडा होगा। यहां पहले भिन्न के अंश और दूसरे भिन्न के हर को एक साथ गुणा कर बांयें तरफ रखा गया जो कि गुणनफल 27आया है। इसके बाद दुसरे भिन्न के अंश और पहले भिन्न के हर को आपस मे गुणा करके दांये तरफ रखा गया जो कि35 आया है। यहां बायें तरफ का अंक छोटा है। तथा दांये तरफ का अंक बडा है। इस लिए उक्त भिन्न मे $\frac{3}{5}$ छोटा है और $\frac{7}{9}$ बडा है।

(b) जैसे दो भिन्न क्रमशः $\frac{17}{18}$. $\frac{25}{27}$ मे कौन बडा है? यदि इसे ज्ञात करना हो तो यहां पहले भिन्न के अंश और दूसरे भिन्न के हर को एक साथ गुणा कर बांयें तरफ रखा गया जो कि गुणनफल $17 \times 27 = 459$ आया। इसके बाद दुसरे भिन्न के अंश और पहले भिन्न के हर को आपस मे गुणा करके दांये तरफ रखा गया जो कि $25 \times 18 = 450$ आया है। यहां बायें तरफ का अंक बडा है। तथा दांये तरफ का अंक छोटा है। इस लिए उक्त भिन्न मे $\frac{17}{18}$ बडा और $\frac{25}{27}$ छोटा बडा है। अर्थात $\frac{17}{18} > \frac{25}{27}$

(4) किसी भिन्न के हर को समान करना: किसी दिए गए भिनो के हर को एक समान करने के लिए भिन्नो के हरो को LCM निकाल कर प्रत्येक भिन्न के हर से LCM मे भाग देकर जो भागफल आए उसे भिन्नो के अंश और हर मे गुणा कर देते है। जैसे

(a) $\frac{2}{3}$.$\frac{4}{5}$ तथा $\frac{5}{6}$ के हर को एक समान करें।

सर्वप्रथम सभी भिन्नो के हर 3, 5, 6 का LCM निकाले = 30

पहले भिन्न के हर 3 से LCM 30 मे भाग देने पर भागफल10 हुआ। इसके बादअब प्रथम भिन्न के अंश और हर मे 10 से गुणा करने पर गुणनफल $\frac{2}{3} \times \frac{10}{10} = \frac{20}{30}$ प्राप्त हुआ।

दुसरे भिन्न के हर 5 से LCM 30 मे भाग देने पर भागफल 6 हुआ। इसके बाद अब दुसरे भिन्न के अंश और हर मे 6 से गुणा करने पर गुणनफल $\frac{4}{5} \times \frac{6}{6} = \frac{24}{30}$ प्राप्त हुआ।

अब तिसरे भिन्न के हर 6 से LCM 30 मे भाग देने पर भागफल 5 हुआ। इसके बाद अब तिसरे भिन्न के अंश और हर मे 5 से गुणा करने पर गुणनफल $\frac{5}{6} \times \frac{5}{5} = \frac{25}{30}$ प्राप्त हुआ। अर्थात सभी भिन्नो के हर को एक समान करने पर $\frac{2}{3}$.$\frac{4}{5}$ तथा $\frac{5}{6} = \frac{20}{30}, \frac{24}{30}, \frac{25}{30}$ होगा।

(b) $\frac{2}{5}$.$\frac{4}{7}$ तथा $\frac{5}{6}$ के हर को एक समान करें।

सर्वप्रथम सभी भिन्नो के हर 5, 7, 6 का LCM निकाले = 210

पहले भिन्न के हर 5 से LCM 210 मे भाग देने पर भागफल42 हुआ। इसके बाद अब प्रथम भिन्न के अंश और हर मे 42 से गुणा करने पर गुणनफल $\frac{2}{5} \times \frac{42}{42} = \frac{84}{210}$ प्राप्त हुआ।

दुसरे भिन्न के हर 7 से LCM 210 मे भाग देने पर भागफल 30 हुआ। इसके बाद अब दुसरे भिन्न के अंश और हर मे 30 से गुणा करने पर गुणनफल $\frac{4}{7} \times \frac{30}{30} = \frac{120}{210}$ प्राप्त हुआ।

अब तिसरे भिन्न के हर 6 से LCM 210 मे भाग देने पर भागफल 35 हुआ। इसके बाद अब तिसरे भिन्न के अंश और हर मे 35 से गुणा करने पर गुणनफल $\frac{5}{6} \times \frac{35}{35} = \frac{175}{210}$ प्राप्त हुआ। अर्थात सभी भिन्नो के हर को एक समान करने पर $\frac{2}{5}$.$\frac{4}{7}$ तथा $\frac{5}{6} = \frac{84}{210}, \frac{120}{210}, \frac{175}{210}$ होगा।

(5) किसी दो भिन्न के बीच परिमेय संख्या निकालने के नियमः

(a) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ के बीच तीन परिमेय संख्या ज्ञात करें।

यहां $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{3}$ $b > a$, $n = 3$ परिमेय संख्या ज्ञात करना है।

परिमेय संख्या = $\{ a + \frac{(b-a) \times Serial\ No}{n+1} \}$

पहला परिमेय संख्या = $\{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times 1}{3+1} \}$

$= \{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{4-3}{12}\right) \times 1}{4} \}$

$= \{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{1}{12}\right) \times 1}{4} \}$

$= \{ \frac{1}{4} + \frac{1}{4 \times 12} \}$

$= \{ \frac{1}{4} + \frac{1}{48} \}$

$= \{ \frac{12+1}{48} \}$

$= \{ \frac{13}{48} \}$ Ans

दुसरा परिमेय संख्या = $\{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times 2}{3+1} \}$

$= \{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{4-3}{12}\right) \times 2}{4} \}$

$= \{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{1}{12}\right) \times 2}{4} \}$

$= \{ \frac{1}{4} + \frac{2}{4 \times 12} \}$

$= \{ \frac{1}{4} + \frac{2}{48} \}$

$= \{ \frac{12+2}{48} \}$

$= \{ \frac{14}{48} \}$ Ans

तीसरा परिमेय संख्या = $\{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \times 3}{3+1} \}$

$$= \left\{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{4-3}{12}\right)\times 3}{4} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{1}{4} + \frac{\left(\frac{1}{12}\right)\times 3}{4} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{1}{4} + \frac{3}{4\times 12} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{1}{4} + \frac{3}{48} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{12+3}{48} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{15}{48} \right\} \text{ Ans}$$

(1.12) मानक रूप (STANDARD FORM) :

इस टौपिक के अंतर्गत हम संख्याओं को मानक रूप मे बदलना सीखेंगे। सवाल उठता है कि मानक रूप (STANDARD FORM) क्या है ? वास्तव मे किसी संख्या को संक्षिप्त और वैज्ञानिक तरीके से लिखने का एक तरीका है। यदि M कोई संख्या हो तो उसे मानक रूप मे निम्न प्रकार लिखेंगे।

संख्या (M) = $10^n \times P$ (जहां n घनात्मक,ऋणात्मक या शून्य कुछ भी हो सकता है।)

$p = 1 \le P \le 10$ (जहां P, 1 से बडा तथा 10 से छोटा हो)

(1) 163.2 को मानक रूप (STANDARD FORM) मे लिखें।

$163.2 = \boxed{10^2 \times 1.632} = 1.632 \times 10^2$

संख्या = $10^n \times P$, n = (दशमलव के ठिक पहले अंको की संख्या–1)

$n = (3-1) = 2$

मानक रूप मे लिखते समय STANDARD अंक के लिए 10 पर POWER (+VE , –VE, ZERO) कुछ भी हो सकता है। मानक के रूप मे तथा इसके बाद दूसरे भाग मे दशमलव के पहले सीर्फ एक पोजिटिव अंक रखना होता है। जो 1से बडा और 10 से छोटा रखना होता है। संख्या के पूर्णाक 3 अंकों का है। इसलिए संख्या के पूर्णाक को 3 अंकों मे रखने के लिए 10 पर पावर 2 लगाया गया है। $n^2 \times 1 \le P \le 10$

(2) 2.336 को मानक रूप (STANDARD FORM) मे लिखें।

$2.336 = \boxed{10^0 \times 2.336}$ or 2.336×10^0

n = (दशमलव के ठिक पहले अंको की संख्या –1) = (1–1) = 0

मानक रूप मे लिखते समय STANDARD अंक के लिए 10 पर POWER (+VE , –VE, ZERO) कुछ भी हो सकता है। मानक के रूप मे तथा इसके बाद दूसरे भाग मे दशमलव के पहले सीर्फ एक पोजिटिव अंक रखना होता है। जो 1से बडा और 10 से छोटा रखना होता है। संख्या मे पूर्णाक 1 अंक का है। इसलिए संख्या के पूर्णाक को 1 अंक मे रखने के लिए 10 पर पावर 0 लगाया गया है।

(3) .0001632 को मानक रूप (STANDARD FORM) मे लिखें।

यदि कोई संख्या 1से छोटा हो तो मानक रूप लिखते समय 10 पर पावर n को निगेटिव मे रखना पडता है। जैसे

n = – (दशमलव के बाद ZERO की कुल संख्या +1) = –(3+1) = –4

संख्या = 10^n ×P

.0001632 = $\boxed{10^{-4} \times 1.632}$ OR 1.632 × 10^{-4} Ans

मानक रूप मे लिखते समय STANDARD अंक के लिए 10 पर POWER (+VE , –VE, ZERO) कुछ भी हो सकता है। मानक के रूप मे तथा इसके बाद दूसरे भाग मे दशमलव के पहले सीर्फ एक पोजिटिव अंक रखना होता है। जो 1से बडा और 10 से छोटा रखना होता है। संख्या के दशमलवांश मे 3 जीरो है। संख्या के दशमलवांश को मानक मे रखने के लिए 10 पर पावर –4 लगाया गया है। $n^2 \times\ 1 \le P \le 10$

(4) .0000546 को मानक रूप (STANDARD FORM) मे लिखें।

यदि कोई संख्या 1से छोटा हो तो मानक रूप लिखते समय 10 पर पावर n को निगेटिव मे रखना पडता है। जैसे

n = – (दशमलव के बाद ZERO की कुल संख्या +1) = –(4+1) = –5

संख्या = 10^n ×P

.0000546 = $\boxed{10^{-5} \times 5.46}$ OR 5.46 × 10^{-5} Ans

मानक रूप मे लिखते समय STANDARD अंक के लिए 10 पर POWER (+VE , –VE, ZERO) कुछ भी हो सकता है। मानक के रूप मे तथा इसके बाद दूसरे भाग मे दशमलव के पहले सीर्फ एक पोजिटिव अंक रखना होता है। जो 1से बडा और 10 से छोटा रखना होता है। संख्या मे पूर्णांक नही है। सीर्फ दशमलवांश है। दशमलवांश के अंकों के लिए 10 पर पावर –5 लगाया गया है। $n^2 \times\ 1 \le P \le 10$

अध्याय-2

(2.0) समय और घडी (TIME AND CLOCK)

इस अध्याय के अंतर्गत हम समय और घडी के सम्बन्ध मे अध्ययन करेंगे। समय जींदगी का अनमोल उपहार है। हमारा जीवन समय एवं घडी से जुडा है। जीवन को उत्कृष्ट बनाने मे घडी एवं समय का महत्वपूर्ण योगदान रहा है। घडी समय मापने का एक भौतिक संसाधन है। इसके द्वारा समय को घंटा, मिनट और सेकेण्ड मे व्यक्त किया जाता हैं। हमलोग अपने दैनिक कार्यो को सम्पादित करने के लिए घडी का उपयोग करते हैं। समय के सम्बन्ध मे यह कहा जा सकता है यह एक रहस्यमय चीज है। इसे हम अपने आंखो से देख नही सकते है। स्पर्श नही कर सकते फिर भी हम सभी टाईम फ्रेम मे बन्धकर अपने अपने दैनिक कार्यो का सम्पादन करते हैं। समय की कोई सीमा, किनारा ,बाउन्ड्री नही है। लेकिन हैरत वाली बात यह है कि मनुष्य अपने मस्तिक के बौद्धिक क्षमता के द्वारा समय को कैद करके अपने ढंग से व्यवस्थित कर रखा हैं। यह एक अजीब रहस्यम बात है। समय जो कि भौतिक रूप से दिखाई नही देता फिर भी इसे मानव अपने चेतना के आधार पर घडी के फ्रेम मे समय को कैद कर लिया है। समय अनंत है। मानव ने अनंत समय को अपनी चेतना के उच्चतम स्तर पर अपनी सुविधा के अनुसार समय को छोटे छोटे खण्डो मे विभाजित करके जन साधारण आदमी के लिए सुगम बना दिया हैं। जैसे घंटा,मिनट,सेकेण्ड, दिन, सप्ताह, महीना, वर्ष तथा शताब्दी मे समय को वर्गीकृत किया है।एक क्षण के लिए कल्पना किजिए कि यदि समय घडी के फ्रेम मे कैद/ Adjust नही होता तो क्या होता ? हमारा दैनिक जीवन कैसा होता? हमारे दैनिक जीवन पर क्या प्रभाव पडता ? यदि समय इस प्रकार घडी के फ्रेम से नियंत्रित नही होता तो माानव जीवन अस्त व्यस्त हो जाता। खाने, पीने तथा सोने के समय का निर्धारण नही होता। किसी भी कार्य को करने का निर्धारण नही हो पाता।एक कार्य, दुसरे कार्य को प्रभावित करते रहता। कार्य करने मे व्यवधान उत्पन्न होते रहता। हम भविष्य की कार्य योजनाओं की प्लानिग नही कर पाते,जो कार्य होता वह अनंत समय तक होते रहता। हमारी चेतना का स्तर हमे विज्ञान से जोडता है। यह विज्ञान की बहुत बडी सफलता है।

भौतिक रूप से घडी के समान्यतः4 अवयव होते हैं। जो निम्नलिखित है। **(1) घडी की डायल (2) घंटे की सुई (3) मिनट की सुई तथा (4) सेकेण्ड की सुई।**

(1) डायल (DIAL) :- घडी सामान्यतः वृताकार आकृति मे होती हैं। इसके वाहय सतह पर 1 से लेकर 12 अंक अंकित होते हैं। अर्थात डायल की सतह 12 बराबर भागो मे बंटा होता हैं। जिसके एक भाग को एक घंटा कहते हैं। तथा प्रत्येक घंटा का घर 5 बराबर भागों मे बंटा होता है। इसके एक भाग एक मिनट को दर्शाता है। इस प्रकार घडी की डायल 60 बराबर भागों मे बंटा होता है जिसके एक भाग एक सेकेण्ड को दर्शाता हैं। घडी के डायल मे समय दर्शाने के लिए तीन सुईयां लगी होती है। जिसे कमशः घंटे की सुई, मिनट की सुई, एवं सेकेण्ड की सुई कहते है। इन तीनो सुईयो की गति अलग अलग होती हैं। सभी अपने अपने वृतीय मार्ग पर चलते रहते है। डायल के केन्द्र पर घडी के तीनो सुईयो का अपने अपने कोणीय माप 360 डिग्री के बराबर होती हैं।

(2) घंटे की सुई - घडी मे घंटे की सुई सबसे छोटी होती है। यह सबसे धीरे चलती है। घंटे की सुई जब डायल मे एक चक्कर लगा लेती है तब 12 घंटे गुजर जाते है। इस प्रकार घंटे की सुई 12 घंटे मे 360 डिग्री की वृतीय कोण बनाती हैं। यदि घंटे की सुई 8 पर तथा मिनट और सेकेण्ड की सुई 12 पर हो तो तब कहा जाएगा कि समय 8 बजे है।

$\because$ 12 घंटे मे घंटे की सुई 360 डिग्री का कोण बनाती है।

$\therefore$ 1 घंटा मे घंटे की सुई $\frac{360}{12} = 30$ डिग्री का कोण बनाएगी।

ie 60 मिनट मे घंटे की सुई 30 डिग्री का कोण बनाती है।

$\therefore$ 1 मिनट मे घंटे की सुई $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी।

(3) मिनट की सुई : घडी मे मिनट की सुई घंटे की सुई से बडी / लम्बी होती है। यह घंटे की सुई से तेज चलती है। मिनट वाली सुई जब डायल मे एक चक्कर लगाती है तब 60 मिनट का समय गुजर जाता हैं। अर्थात

$\because$ 60 मिनट मे मिनट की सुई 360 डिग्री का कोण बनाती है।

$\therefore$ 1 मिनट मे मिनट की सुई $\frac{360}{60} = 6$ डिग्री का कोण बनाएगी।

(4) सेकेन्ड की सुई- घडी मे सेकेण्ड की सुई सबसे लम्बी तथा पतली होती है और यह सबसे तेज चलती है। सेकेण्ड वाली सुई जब घडी के डायल मे एक चक्कर लगाती है तब 60 सेकेण्ड का समय गुजर जाता हैं। अर्थात

∵ 60 सेकेण्ड मे सेकेण्ड की सुई 360 डिग्री का कोण बनाती है।

∴ 1 सेकेण्ड मे सेकेण्ड की सुई $\frac{360}{60} = 6$ डिग्री का कोण बनाएगीं।

जब घंटा की सुई 8 पर तथा मिनट की सुई 2 पर और सेकेण्ड की सुई 4 पर होतो कहा जाएगा कि अभी 8 बजकर10 मिनट और 20 सेकेण्ड हुए है।

(5) जब घडी मे घंटा, मिनट तथा सेकेण्ड की सुईयां एक ही स्थान पर OVER LAP करती है। अर्थात सभी एक एक दुसरे पर चढ जाती है तो उसे संपाती (COINCIDENT) कहा जाता है। उनके बीच 0 डिग्री का कोण बनता है। यह संयोग 24 घंटे के दो बार होता हैं। पहली बार अर्घ ऱात्री के 12 बजे तथा दुसरी बार दिन मे दोपहर के 12 बजे।

(6) जब घडी मे घंटा तथा मिनट की सुईयां एक सीधी रेखा मे हो अर्थात एक दूसरे की बिपरीत हो तो उसे (Opposite to each other) कहते है। उनके बीच 180 डिग्री का कोण बनता है। यह संयोग12 घंटे मे 11 बार होता हैं।

(7) जब घडी मे घंटा तथा मिनट की सुईयां एक ही स्थान पर स्थित हो अर्थात एक एक दुसरे पर चढी हो या एक साथ मिलती है तब उसे संपाती (COINCIDENT) कहते है। यह संयोग 12 घंटे मे 11 बार होता हैं।

(8) घडी मे घंटा तथा मिनट की सुईयां आपस मे एक कोण भी बनाती हैं। यह कोण समय के साथ बदलते रहता हैं। जब घंटा, मिनट तथा सेकेण्ड की सुईयां डायल मे एक चक्कर लगाती है तब अलग अलग समय मे घडी के केन्द्र पर 360 डीग्री की कोण बनाती हैं।
(9) घडी मे घंटा वाली सुई 12 घंटा मे 360 डिग्री की कोण बनाती है। इस लिए 1 घंटा मे 30 डिग्री तथा 1 मिनट मे $1/2°$ का कोण बनाती है।

(10) घडी मे मिनट वाली सुई 1 घंटा अर्थात 60 मिनट मे 360 डिग्री की कोण बनाती है। जिसके कारण केन्द्र पर एक मिनट मे 6 डिग्री की कोण बनाती है।

(11) घडी मे सेकेण्ड वाली सुई 1 मिनट अर्थात 60 सेकेण्ड मे 360 डिग्री की कोण बनाती है। जिसके कारण एक सेकेण्ड मे 6 डिग्री की कोण बनाती है।

(12) घडी के डायल मे इसके केन्द्र पर अधिकतम 360 डिग्री के कोण बनते है जो कि Constant है। इसके कोण को हम 4 बराबर भागो मे बाटते है तब प्रत्येक भाग 90 डिग्री के बराबर होता है। जब रात्री के बारह बजते है या

दिन के बारह बजते है तब 0 degree या अपने चक्र को पुरा करके 360 डिग्री के कोण को दर्शाता है।

(13) जब घडी मे घंटा तथा मिनट की सुईयां चलते चलते एक ही स्थान पर मिलती है अर्थात एक एक दुसरे पर चढ जाती है तब उनके बीच 0 डिग्री का कोण बनाती है।

(14) जब घडी मे घंटा तथा मिनट की सुईयां एक दुसरे पर लम्बवत होती है तब उनके बीच 90 डिग्री का कोण बनाती है। इस प्रकार 12 घंटे के 22 बार लम्बवत होती हैं।

(15) जब घडी मे घंटा तथा मिनट की सुईयां एक दुसरे के विपरीत होती है तब उनके बीच 180 डिग्री का कोण बनाती है। इस प्रकार 12 घंटे मे 11 बार एक दुसरे के विपरीत होती हैं।

(16) जब घडी मे घंटा तथा मिनट की सुईयां परस्पर अदला बदली करती है तब घंटा वाली सुई तथा मिनट वाली सुई 60/13 मिनट अर्थात 1/13 घंटा के गुणज की दुरी के अंतर पर होती है।

(17) जब मिनट की सुई एक चक्कर लगा लेती है तब उस समय तक घंटा वाली सुई $\frac{1}{12}$ चक्कर ही लगा पाती है। अर्थात मिनट वाली सुई घंटे वाली सुई की चाल से तेज चलती है इसलिए मिनट वाली सुई प्रति धंटा $(1-\frac{1}{12})$ $= \frac{11}{12}$ चक्कर अधिक लगाती है।

घडी मे दोनो सुईयों के बीच बने कोणो की माप ज्ञात करने के नियम

इसके अंतर्गत कोई निश्चित समय दिया गया होता है। इसी निश्चित समय के आधार पर यह ज्ञात करना होता है कि निश्चित समय के दौरान घंटा तथा मिनट की सुई के बीच कितने डिग्री या रेडियन या ग्रेड का कोण बन रहा है।

(1) किसी घडी मे सुबह 5:20 बजे कितने डिग्री का कोण बनेएगी ?

$\because$ 1 घंटा मे घंटा की सुई 30 डिग्री का कोण बनाती है।

$\therefore$ 5 घंटा 20 मिनट मे $(5\times30 + 20\times\frac{1}{2}) = 160°$

तथा मिनट वाली सुई 20 मिनट मे $(20\times6) = 120°$

$\therefore$ दोनो सुईयो के बीच का अतर $(160 - 120) = 40°$

अर्थात 5:20 बजे दोनो सुईयो के बीच का कोण 40° Ans

(1) TRICKY METHOD

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$ +VE MOD VALUE

H = HOUR HAND = 5

M = MINUTE HAND = 20

(60, 11, 2 CONSTANT)

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right| = \frac{60\times5-11\times20}{2} = \frac{300-220}{2} = \frac{80}{2}$ = 40° Ans

(2) किसी घडी मे 10 : $5\frac{5}{11}$ बजे कितने डिग्री का कोण बनेएगी ?

∵ 1 घंटा मे घंटा की सुई 30 डिग्री का कोण बनाती है।

∴ 10 घंटा $5\frac{5}{11}$ मिनट मे ($10\times30 + \frac{60}{11}\times\frac{1}{2}$) = $300+\frac{30}{11}$ = $302\frac{8}{11}$°

तथा मिनट वाली सुई $5\frac{5}{11}$ मिनट मे ($\frac{60}{11}\times6$) = $\frac{360}{11}$ = $32\frac{8}{11}$°

∴ दोनो सुईयो के बीच बाहय कोण ($302\frac{8}{11} - 32\frac{8}{11}$) = 270°

ie 10: $5\frac{5}{11}$ बजे दोनो सुईयो के बीच आंतरिक कोण (360-270)= 90° Ans

(2)TRICKY METHOD

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$ +Ve Mod Value

H = Hour Hand = 10

M = Minute Hand = $5\frac{5}{11}$ (60, 11, 2 CONSTANT)

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right| = \frac{60\times10-11\times60/11}{2} = \frac{600-660/11}{2} = \frac{540}{2}$ = 270°

Internal angle = (360 – 270) = 90° Ans (special case)

(3) किसी घडी मे 7 : 30 बजे कितने डिग्री का कोण बनेएगी ?

∵ 1 घंटा मे घंटा की सुई 30 डिग्री का कोण बनाती है।

∴ 7 घंटा 30 मिनट मे $(7\times30 + 30\times\frac{1}{2}) = 210+15 = 225°$

तथा मिनट वाली सुई 30 मिनट मे $(30\times6) = 180°$

∴ दोनो सुईयो के बीच का अतर $(225 - 180) = 45°$

अर्थात 7: 30 बजे दोनो सुईयो के बीच का कोण 45° Ans

(3) TRICKY METHOD

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$ +VE MOD VALUE

H = HOUR HAND = 7

M = MINUTE HAND = 30

(60, 11, 2 CONSTANT)

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right| = \frac{60\times7-11\times30}{2} = \frac{420-330}{2} = \frac{90}{2} = 45°$ Ans

(4) कितने समय के बाद घंटा तथा मिनट की सुईयां पुणः एक साथ मिलेगी?

माना कि X मिनट बाद पुणः एक साथ मिलेगे।

∵मिनट वाली सुई 1 मिनट मे 6 डिग्री का कोण बनाती है। तथा घंटा वाली सुई 1 मिनट मे $\frac{1}{2}$ डिग्री का कोण बनाती है।

∴ X मिनट मे मिनट वाली सुई 6X डिग्री का कोण बनाएगी। तथा घंटे वाली सुई X मिनट मे $\frac{x}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी।

दोनो सुईयो को पुणः एक साथ मिलने पर उनके बीच 360 डिग्री का अंतर होनी चाहिए। इस लिए प्रंश्नानुसार X मिनट बाद दोनो सुईयो के बीच का अंतर 360 डिग्री होगा। अर्थात

$6x - \frac{x}{2} = 360$

ie $\frac{12x-x}{2} = 360$

ie $\frac{11x}{2} = 360$

ie $11x = 720$

$\therefore\ x = \frac{720}{11} = 65\frac{5}{11}$ Minutes Ans

(5) कितने समय के बाद घंटा तथा मिनट की सुईयां पुणः एक दुसरे के विपरीत होगी ?

माना कि X मिनट बाद दोनो सुईयां पुणःएक दुसरे के विपरीत होगी ?

$\because$ मिनट वाली सुई 1मिनट मे 6 डिग्री का कोण बनाती है। तथा घंटा वाली सुई 1 मिनट मे $\frac{1}{2}$ डिग्री का कोण बनाती है।

$\therefore$ X मिनट मे मिनट वाली सुई 6X डिग्री का कोण बनाएगी। तथा घंटे वाली सुई X मिनट मे $\frac{x}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी।

प्रश्नानुसार पहली बार दोनो सुईया 180 डिग्री के अंतर पर होती है।इसलिए पुणः विपरीत मे होने के लिए $2 \times 180 = 360^{\circ}$ का अंतर होना आवश्यक है। अर्थात प्रश्नानुसार

$6x - \frac{x}{2} = 360^{\circ}$

ie $\frac{12x-x}{2} = 360$

ie $\frac{11x}{2} = 360$

ie $11x = 720$

$\therefore\ x = \frac{720}{11} = 65\frac{5}{11}$ Minutes Ans

(6) कितने समय के बाद घंटा तथा मिनट की सुईयां पुणः एक दुसरे के लम्बत या समकोण बनाएगी ?

माना कि X मिनट बाद दोनो सुईयां पुणः एक दुसरे के लम्बत या समकोण बनाएगी ।

∵ मिनट वाली सुई 1 मिनट मे 6 डिग्री का कोण बनाती है। तथा घंटा वाली सुई 1 मिनट मे $\frac{1}{2}$ डिग्री का कोण बनाती है।

∴ X मिनट मे मिनट वाली सुई 6X डिग्री का कोण बनाएगी। तथा घंटे वाली सुई X मिनट मे $\frac{x}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी।

प्रश्नानुसार पहली बार दोनो सुईया 90 डिग्री के अंतर पर लम्बवत या समकोण होती है।इसलिए पुणः लम्बवत मे होने के लिए $2\times 90 = 180$ का अंतर होना आवश्यक है। अर्थात प्रश्नानुसार

$6x - \frac{x}{2} = 180$

ie $\frac{12x-x}{2} = 180$

ie $\frac{11x}{2} = 180$

ie $11x = 360$

∴ $x = \frac{360}{11} = 32\frac{8}{11}$ Minutes Ans

(7) 4- 5 बजे के मध्य दोनो सुईयां कब एक दुसरे के साथ मिलेगी ?

माना कि 4 बजकर x मिनट पर एक साथ मिलेगी। इसलिए घंटे की सुई इतने समय मे $\{4\times 30 + \frac{x}{2}\} = 120 + \frac{x}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी। तथा मिनट वाली सुई x मिनट मे 6x डिग्री का बनाएगी। जब दोनो सुईयां आपस मे मिलेंगी तब उनके बीच 0 डिग्री का अंतर होगा। ∴ प्रश्नानुसार

$6x - (120 + \frac{x}{2}) = 0$

ie $6x - \frac{240+x}{2} = 0$

ie $\frac{12x-240-x}{2} = 0$

ie $11x - 240 = 0$

ie $11x = 240$

∴ $x = \frac{240}{11} = 21\frac{9}{11}$ Minutes

ie 4 बजकर : $21\frac{9}{11}$ Minutes Ans

(7) TRICKY METHOD

OVER LAPPING TIME = { BASE TIME + ($\frac{60H}{11}$) }

BASE TIME = 4 , H = Hour Hand = 4

OVER LAPPING TIME = { 4 + ($\frac{60\times4}{11}$) } = 4+ $\frac{240}{11}$ = 4 : 21$\frac{9}{11}$ am / pm

(8) 5- 6 बजे के मध्य दोनो सुईयां कब एक दुसरे के विपरीत मे होगी ?

माना कि 5 बजकर x मिनट पर एक दुसरे के विपरीत मे होगे। इसलिए घंटे की सुई इतने समय मे { 5×30+ $\frac{X}{2}$ } = 150 + $\frac{X}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी। तथा मिनट वाली सुई x मिनट मे 6x डिग्री का बनाएगी। जब दोनो सुईयां आपस मे मिलेंगी तब उनके बीच 180 डिग्री का अंतर होगा।

∴ प्रश्नानुसार

$6x - (150 + \frac{x}{2}) = 180$

ie $6x - \frac{300+x}{2} = 180$

ie $\frac{12x-300-x}{2} = 180$

ie $11x - 300 = 2\times180$

ie $11x - 300 = 360$

$\therefore\ 11x = 660$

$\therefore x = \frac{660}{11} = 60$ Minutes

ie 5 बजकर x मिनट = 5+ 1 = 6: 00 Ans

(8)TRICKY METHOD

OPOSITE TO EACH OTHER TIME = { BASE TIME + ($\frac{60\,(H\pm6)}{11}$) }

BASE TIME = 5 (60, 6 ,11 CONSTANT)

H= HOUR HAND = 5

OPOSITE TO EACH OTHER TIME = [5 + { $\frac{60(5+6)}{11}$ }] = 5 + $\frac{60\times11}{11}$

= 5+ 60 M = 5+1 = 6:00 AM/PM Ans

(H+ 6) का प्रयोग तब करे जब H का मान 6 से छोटा हो।

(H– 6) का प्रयोग तब करे जब H का मान 6 से बडा हो।

(9) 8-9 बजे के मध्य दोनो सुईयां कब एक दुसरे के विपरीत मे होगी ?

माना कि 8 बजकर x मिनट पर एक दुसरे के विपरीत मे होगे। इसलिए घंटे की सुई इतने समय मे { 8×30+ $\frac{X}{2}$ } = 240 + $\frac{X}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी। तथा मिनट वाली सुई x मिनट मे 6x डिग्री का बनाएगी। जब दोनो सुईयां आपस मे मिलेंगी तब उनके बीच 180 डिग्री का अंतर होगा।

∴ प्रश्नानुसार

$\left(240 + \frac{x}{2}\right) - 6x = 180$

ie $\frac{480+x}{2} - 6x = 180$

ie $\frac{480+x-12x}{2} = 180$

ie 480−11x = 2×180

ie 480−11x = 360

∴ 480−360 −11x = 0

∴ 120−11x = 0

∴ $11x = 120$

$\therefore x = \frac{120}{11} = 10\frac{10}{11}$

ie 8 बजकर x मिनट $= 8 : 10\frac{10}{11}$ = Ans

(9) TRICKY METHOD

Oposite to each other time = { Base Time + ($\frac{60\ (H\pm6)}{11}$) }

Base Time = 8 , (60, 6 ,11 Constant)

H= Hour hand = 8

Oposite to each other time = { 8 + ($\frac{60(8-6)}{11}$) } $= 8 + \frac{60\times2}{11}$

$= 8+ \frac{120}{11}$ M $= 8 + 10\frac{10}{11} = 8{:}\ 10\frac{10}{11}$ am / pm Ans

(H+6) का प्रयोग तब करे जब H का मान 6 से छोटा हो।

(H– 6) का प्रयोग तब करे जब H का मान 6 से बडा हो।

(10) 4- 5 बजे के मध्य दोनो सुईयां कब एक दुसरे के लम्बवत होगी ?

माना कि 4 बजकर x मिनट पर एक दुसरे के लम्बवत होगे। इसलिए घंटे की सुई इतने समय मे { $4\times30+ \frac{X}{2}$ } = $120 + \frac{X}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी। तथा मिनट वाली सुई x मिनट मे 6x डिग्री का बनाएगी। जब दोनो सुईयां आपस मे मिलेंगी तब उनके बीच 90 डिग्री का अंतर होगा। उक्त समय के अंतर्गत दो बार लम्बवत होगे।

∴ प्रश्नानुसार पहली बार लम्बवत

$(120 + \frac{x}{2}) - 6x = 90$

ie $(\frac{240+x}{2}) - 6x = 90$

ie $\frac{240+x-12x}{2} = 90$

ie $240-11x = 2\times90$

ie $240 - 180-11x = 0$

$\therefore 60 - 11x = 0$

$\therefore 11x = 60$

$\therefore X = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$ Minutes

ie 4 बजकर x मिनट $= 4 + 5\frac{5}{11} = 4{:}\,5\frac{5}{11}$ Ans

(10) TRICKY METHOD

PERPENDICULAR TIME = { BASE TIME + ($\frac{60\,(H\pm3)}{11}$) }

BASE TIME = 4 (60, 3 ,11 CONSTANT)

H = HOUR HAND = 4

PERPENDICULAR TIME = { 4 + ($\frac{60(4-3)}{11}$) } = 4 + $\frac{60\times1}{11}$

= 4+ $\frac{60}{11}$ M = 4 +5 $\frac{5}{11}$ = 4: 5 $\frac{5}{11}$ AM/PM Ans

(H+3) का प्रयोग तब करे जब H का मान 3 से छोटा हो।

(H– 6) का प्रयोग तब करे जब H का मान 3 से बडा हो।

प्रश्नानुसार दूसरी बार लम्बवत

ie $6x - (120 + \frac{x}{2}) = 90$

ie $6x - (\frac{240+x}{2}) = 90$

ie $\frac{12x-240-x}{2} = 90$

ie $11x - 240 = 2\times90$

ie $11x - 240 = 180$

$\therefore 11x = 420$

$\therefore x = \frac{420}{11} = 38\frac{2}{11}$ Minutes

ie 4 बजकर x मिनट $= 4 + 38\frac{2}{11} = 4{:}\,38\frac{2}{11}$ Ans

(10) TRICKY METHOD

PERPENDICULAR TIME = { BASE TIME + ($\frac{60\ (H\pm3)}{11}$) }

BASE TIME = 4 , (60, 3 ,11 CONSTANT)

H = HOUR HAND = 4

PERPENDICULAR TIME = { 4 + ($\frac{60(4+3)}{11}$) } = 4 + $\frac{60\times7}{11}$

= 4+ $\frac{420}{11}$ M = 4 +38 $\frac{2}{11}$ = 4: 38 $\frac{2}{11}$ AM/PM Ans

(H+3) का प्रयोग तब करे जब H का मान 3 से छोटा हो।

(H- 6) का प्रयोग तब करे जब H का मान 3 से बडा हो।

(11) 10- 11 बजे के मध्य दोनो सुईयां कब एक दुसरे के लम्बवत होगी ?

माना कि 10 बजकर x मिनट पर एक दुसरे के लम्बवत होगे। इसलिए घंटे की सुई इतने समय मे {10×30+ $\frac{X}{2}$ } = 300 + $\frac{X}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी। तथा मिनट वाली सुई x मिनट मे 6x डिग्री का बनाएगी। जब दोनो सुईयां आपस मे मिलेंगी तब उनके बीच 90 डिग्री का अंतर होगा। उक्त समय के अंतर्गत दो बार लम्बवत होगे।

∴ प्रश्नानुसार पहली बार लम्बवत

ie 6x −(300 + $\frac{x}{2}$) = 90

ie 6x – ($\frac{600+x}{2}$) = 90

ie $\frac{12x-600-x}{2}$ = 90

ie 11x – 600 = 2×90

ie 11x – 600 – 180 =0

∴ 11x = 780

$\therefore x = (\frac{780}{11} - \frac{720}{11} *) = \frac{60}{11}$ Minutes

ie 10 बजकर x मिनट = 10 + 5 $\frac{5}{11}$ = 10: 5 $\frac{5}{11}$ Ans

जरूरत पडने पर $\left(\frac{720}{11}\right)*$ घटा दे।

प्रश्नानुसार दुसरी बार लम्बवत निम्नलिखित होगा।

ie $(300 + \frac{x}{2}) - 6x = 90$

ie $(\frac{600+x}{2}) - 6x = 90$

ie $\frac{600+x-12x}{2} = 90$

ie $600 - 11x = 2\times90$

ie $600 - 180 - 11x = 0$

$\therefore\ 420 - 11x = 0$

$\therefore\ 11x = 420$

$X = \frac{420}{11} = 38\frac{2}{11}$ Minutes

ie 10 बजकर x मिनट $= 10 + 38\frac{2}{11} = 10{:}\,38\frac{2}{11}$ Ans

(11) TRICKY METHOD

PERPENDICULAR TIME = $\{$ BASE TIME + $(\frac{60\,(H\pm3)}{11})\}$

BASE TIME = 10 **(60, 3 ,11 CONSTANT)**

H = HOUR HAND = 10

PERPENDICULAR TIME = $\{10 + (\frac{60(10-3)}{11})\} = 10 + \frac{60\times7}{11}$

$= 10 + (\frac{420}{11})$ M $= 10 + 38\frac{2}{11}$ am / pm Ans

(12) घडी मे 2 - 3 बजे के मध्य कब $\frac{1^\circ}{2}$ का कोण बनाएगा ?

माना कि 2 बजकर x मिनट पर $\frac{1^\circ}{2}$ का कोण बनाएगा। इसलिए घंटे की सुई इतने समय मे $\{2\times30+\frac{x}{2}\} = 60+\frac{x}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी। तथा मिनट वाली सुई x मिनट मे 6x डिग्री का बनाएगी। जब दोनो सुईयां आपस मे मिलेंगी तब उनके बीच $\frac{1}{2}$ डिग्री का अंतर होगा। प्रश्नानुसार

ie $6x-(60+\frac{x}{2}) = \frac{1}{2}$

ie $6x-(\frac{120+x}{2}) = \frac{1}{2}$

ie $\frac{12x-120-x}{2} = \frac{1}{2}$

ie $11x-120 = 1$

ie $11x-120-1 = 0$

$\therefore 11x-121 = 0$

$\therefore 11x = 121$

$\therefore x = \frac{121}{11} = 11$

ie 2 बजकर x मिनट = 2 : 11 Ans

(13) घडी मे 7 - 8 बजे के मध्य दानो सुईयो के बीच कब कब 10°का कोण बनेगा ?

उक्त समय के अंतर्गत दो बार 10° डिग्री का कोण बनाएगां। पहली बार जब मिनट की सुई निर्धारित स्थान 12 बजे के निशान से चलकर घंटे की सुई से मिलने के पूर्व दोनो सुईयो के मध्य 10 डिग्री का कोण बनेगा। तथा दुसरी बार जब मिनट वाली सुई, घंटे की सुई के साथ मिलने के बाद कुछ आगे बढने पर 10 डिग्री का कोण बनाएगा।

माना कि 7 बजकर x मिनट पर 10° का कोण बनाएगा। इसलिए घंटे की सुई इतने समय मे $\{7\times30+\frac{x}{2}\} = 210+\frac{x}{2}$ डिग्री का कोण बनाएगी। तथा मिनट वाली सुई x मिनट मे 6x डिग्री का बनाएगी। जब दोनो सुईयां आपस मे मिलेंगी तब उनके बीच 10 डिग्री का अंतर होगा।

प्रश्नानुसार पहली बार 10 डिग्री का कोण बनाएगी।

ie $(210 + \frac{x}{2}) - 6x = 10$

ie $(\frac{420+x}{2}) - 6x = 10$

ie $\frac{420+x-12x}{2} = 10$

ie $420 - 11x = 20$

ie $420 - 20 - 11x = 0$

$\therefore 400 - 11x = 0$

$\therefore 11x = 400$

$X = \frac{400}{11} = 36\frac{4}{11}$ Minutes

ie 7 बजकर x मिनट $= 7 : 36\frac{4}{11}$ Ans

(13) TRICKY METHOD

TIME = BASE TIME + $\{\frac{60H \pm 2\theta}{11}\}$

H = HOUR HAND = 7 , ANGLE = $\theta = 10°$

ie TIME = BASE TIME + $\{\frac{60H \pm 2\theta}{11}\}$

$= 7 + \{\frac{60\times7 \pm 2\times10}{11}\}$

$= 7 + \{\frac{420-20}{11}\}$

$= 7 + \{\frac{400}{11}\}$

$= 7 + 36\frac{4}{11}$

ie $7 : 36\frac{4}{11}$ Ans

प्रश्नानुसार दुसरी बार 10 डिग्री का कोण

ie $6x - (210 + \frac{x}{2}) = 10$

ie $6x - \left(\frac{420+x}{2} \right) = 10$

ie $\frac{12x - 420 - x}{2} = 10$

ie $11x - 420 = 20$

ie $11x - 420 - 20 = 0$

$\therefore$ $11x - 440 = 0$

$\therefore$ $11x = 440$

$\therefore$ $x = \frac{440}{11} = 40$

ie 7 बजकर x मिनट = 2 : 40 Ans

(13) TRICKY METHOD

TIME = BASE TIME + $\left\{ \frac{60H \pm 2\theta}{11} \right\}$

H = HOUR HAND = 7 , ANGLE = $\theta = 10°$

ie TIME = BASE TIME + $\left\{ \frac{60H \pm 2\theta}{11} \right\}$

$= 7 + \left\{ \frac{60 \times 7 \pm 2 \times 10}{11} \right\}$

$= 7 + \left\{ \frac{420 + 20}{11} \right\}$

$= 7 + \left\{ \frac{440}{11} \right\}$

$= 7 + 40$

ie $= 7 : 40$ Ans

(14) राम ने श्याम से पुछा कि घडी मे कितना बज रहा है? तो उसने कहा कि सुबह 4 बजे से अब तक का समय अब से रात्री 12 बजे तक के समय का 3/7 है। तो बताएं कि उस समय कितना बज रहा था?

माना कि सही समय X बज रहा था। इसलिए सुबह 4 बजे से अब तक का समय = X –4 घंटा।तथा अब से रात्री 12 बजे तक का समय = 24 – X घंटा $\because$ (1 दिन = 24 घंटा) $\therefore$ प्रश्नानुसार

$$X - 4 = (24 - X) \times \frac{3}{7}$$

$$7X - 28 = 72 - 3X$$

ie $7x - 28 - 72 + 3x = 0$

ie $10x - 100 = 0$

ie $10x = 100$

$\therefore$ $x = \frac{100}{10} = 10$ AM   Ans

(15) यदि किसी घडी की सुईयां प्रति 63 मिनट मे एक साथ मिलती है तो बताऐ कि वह घडी एक घंटा मे कितना FAST चलती है ?

$\because$ कोई भी सही घडी $65\frac{5}{11}$ मिनट मे एक साथ मिलती है। लेकिन ऐक घडी ऐसी है जिसमे 63 मिनट मे एक साथ मिलती है। तो यह घडी आवश्य ही तेज चल रही है। इस प्रकार यह गलत घडी सही धडी से $(65\frac{5}{11} - 63) =$ 27/11 मिनट तेज चल रही है।

$\because$ 63 मिनट मे गलत धडी $\frac{27}{11}$ मिनट तेज चलती है।

$\therefore$ 1 मिनट मे गलत धडी $\frac{27}{11 \times 63}$ मिनट तेज चलती है।

$\therefore$ 60 मिनट मे गलत धडी $\frac{27 \times 60}{11 \times 63} = \frac{180}{77}$ मिनट तेज चलती है।

अर्थात प्रति घंटा $\frac{180}{77}$ मिनट तेज चलती है। Ans

(15) TRICKY METHOD

FAST / HOUR = $\left\{\frac{60\,(720-11X)}{11X}\right\}$

X = 63 Minuts (Given Wrong Time)

(60 , 720 , 11 CONSTANT)

FAST / HOUR = $\left\{\frac{60\,(720-11X)}{11X}\right\}$

$= \left\{\frac{60\,(720-11\times63)}{11\times63}\right\}$

$= \left\{\frac{60\,(720-693)}{693}\right\}$

$= \left\{\frac{60\times27}{693}\right\}$

$= \frac{180}{77}$ MINUTES FAST / HOUR Ans

(16) यदि किसी घडी की सुईयां प्रति $66\frac{2}{3}$ मिनट मे एक साथ मिलती है तो बताऐ कि वह घडी एक दिन मे कितना SLOW चलती है ?

∵ कोई भी सही घडी $65\frac{5}{11}$मिनट मे एक साथ मिलती है। लेकिन एक घडी ऐसी है जो $66\frac{2}{3}$ मिनट मे एक साथ मिलती है।तो यह घडी आवश्य ही SLOW चल रही है।इस प्रकार यह गलत घडी, सही धडी से $(66\frac{2}{3} - 65\frac{5}{11})$ = 40/33 मिनट SLOW चल रही है।

∵ $66\frac{2}{3}$ मिनट मे गलत धडी $\frac{40}{33}$ मिनट SLOW चलती है।

∴ 1 मिनट मे गलत धडी $\frac{40\times3}{33\times200}$ मिनट SLOW चलती है।

∴ 60 मिनट मे गलत धडी $\frac{40\times3\times60}{33\times200} = \frac{12}{11}$ मिनट SLOW चलेगी।

अर्थात प्रति घंटा $\frac{12}{11}$ मिनट SLOW चलती है।

∴ 24 घंटा मे गलत धडी $\frac{12}{11} \times 24 = \frac{288}{11}$ मिनट SLOW चलेगी। Ans

(16) TRICKY METHOD

SLOW / SLOW $= \left\{ \frac{60\,(11X - 720)}{11X} \right\}$

$X = 66\frac{2}{3} = \frac{200}{3}$ Minutes (Given Wrong Time)

(60 , 720 , 11 CONSTANT)

SLOW / HOUR $= \left\{ \frac{60\,(11X - 720)}{11X} \right\}$

$= \left\{ \frac{60\left(11\frac{200}{3}\right) - 720}{\frac{11 \times 200}{3}} \right\}$

$= \frac{60 \times 40}{11 \times 200}$

$= \frac{2400}{2200}$

$= \frac{12}{11}$ MINUTES , SLOW / HOUR

$\therefore$ SLOW / DAY $= \frac{12}{11} \times 24 = 26\frac{2}{11}$ MINUTES Ans

(17) एक व्यक्ति 2-3 बजे के मध्य घर से बाहर गया तथा 7 से 8 बजे के बीच वह वापस आया। आने पर उसने देखा कि घडी की सुईयां आपस मे अपनी स्थान बदल चुकी हैं। अर्थात घंटे की सुई की जगह मिनट की सुई तथा मिनट की स्थान पर घंटे की सुई हो गई है तो बताएं कि वह व्यक्ति कितने बजे घर से बाहर गया था? और कितने बजे वापस आया ?

माना कि 2 बजकर x मिनट पर घर से बाहर गया। उस समय घंटा तथा मिनट वाली सुई द्वारा बनाया गया केन्द्रीय कोण निम्नलिखित होगां।

TRICK :

Angle = $\left| \frac{60H - 11M}{2} \right|$ or $\left| \frac{11M - 60H}{2} \right|$ +Ve Mod Value

H = Hour Hand = 2 , M = Minute Hand = x

(60, 11, 2 Constant)

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right| = \frac{60\times2-11\times x}{2} = \frac{120-11x}{2}$ ------------ (1)

Or

ANGLE = $\frac{11M-60H}{2} = \frac{11X-60\times2}{2} = \frac{11X-120}{2}$ ------------ (2)

जब वह वापस घर आया तब दोनो सुईयां आपस मे स्थान बदल चुकी थी। इस वक्त भी दोनो सुईया उतनी ही डिग्री का कोण बनाएगी जितना घर से बाहर जाते समय बनाई थी। प्रश्नानुसार घंटा की सुई 2 घंटा x मिनट मे जितना निशान पार किया उतना ही निशान लौटते समय मिनट वाली सुई पार करेगी तब उस स्थिति मे एक समान कोण बनाएगी।

∵ 60 मिनट मे घंटा वाली सुई 5 निशान पार करती है।

∴ 1 मिनट मे घंटा वाली सुई $\frac{5}{60}$ निशान पार करेगी।

∴ 2 घंटा x मिनट मे घंटा वाली सुई $\frac{5}{60}\times(120+x)$ निशान पार करेगी।

वापस लौटते समय दोनो सुईयो द्वारा बनाया गया केन्द्रीय कोण

TRICK :

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$ or $\left|\frac{11M-60H}{2}\right|$ +VE MOD VALUE

H = Hour hand = 7 , M = Minute hand , (60, 11, 2 CONSTANT)

$= \frac{5(120+x)}{60} = \frac{120+x}{12}$

ANGLE = $\left|\frac{60\times7-11(\frac{120+X}{12})}{2}\right| = \frac{420\times12-11(120+x)}{2\times12}$

$= \frac{5450-11\times120-11x}{24}$

$= \frac{5450-1320-11x}{24} = \frac{3720-11x}{24}$ ------------ (2)

अब समीकरण से (1) तथा (2) दोनो बराबर है। अर्थात

$\frac{11X-120}{2} = \frac{3720-11x}{24}$ ---------------- (1) & (2)

ie 24 (11x – 120) = 2 (3720 –11x)

ie 264x – 2880 = 7440–22x

ie 264x −2880 – 7440 + 22x = 0

ie 286x −10320 = 0

$\therefore$ 286X = 10320

$\therefore X = \frac{10320}{286} = \frac{5160}{243} = 36\frac{12}{143}$ Minutes.

अर्थात बाहर जाने का समय 2 बजकर x मिनट। ie $2: 26\frac{12}{143}$ Ans

वापस लौटने का समय 7 बजकर $\frac{120+x}{12}$ मिनट $= 7: \left(\frac{120+36\frac{12}{143}}{12}\right)$

ie $7: \left(\frac{120+\frac{5160}{143}}{12}\right)$

ie $7: \left(\frac{\frac{120\times143+5160}{143}}{12}\right)$

ie $7: \left(\frac{\frac{17160+5160}{143}}{12}\right)$

ie $7: \left(\frac{22320}{12\times143}\right)$

ie $7: \left(\frac{22320}{1716}\right)$

ie $7: 13\frac{1}{143}$ Ans

(18) प्रशांत 2 - 3 बजे के मध्य घर से बाहर गया तथा 7 से 8 बजे के बीच वह वापस आया। आने पर उसने देखा कि घडी की सुईयां आपस मे अपनी स्थान बदल चुकी हैं। अर्थात घंटे की सुई की जगह मिनट की सुई तथा मिनट की स्थान पर घंटे की सुई हो गई है तो बताएं कि प्रशांत कितने बजे घर से बाहर गया था? और कितने बजे घर वापस आया ?

TRICKY METHOD

घर से बाहर जाने का समय $= \left\{ \frac{60\,(X+12Y)}{143} \right\}$

X = Out going time *2-3 , Y = Returning time *7 - 8

{ 60 , 12 , 143 CONSTANT }

घर से बाहर जाने का समय $= \left\{ \frac{60\,(X+12Y)}{143} \right\}$

x $= \{ \frac{60\,(2+12\times7)}{143} \}$

$= \{ \frac{60\,(2+84)}{143} \}$

$= \{ \frac{60\times86}{143} \}$

$= \{ \frac{5160}{143} \}$

$= 36\frac{12}{143}$ minutes

ie X $= 2{:}\,36\frac{12}{143}$ *minutes* Ans

घर वापस आने का समय $= \{ \frac{60\,(12X+Y)}{143} \}$

X = Out going time *2-3 , Y = Returning time *7 - 8

{ 60 , 12 , 143 Constant }

घर वापस आने का समय $= \{ \frac{60\,(12X+Y)}{143} \}$

Y $= \{ \frac{60\,(12\times2+7)}{143} \}$

$= \{ \frac{60\,(24+7)}{143} \}$

$= \{ \frac{60\times31}{143} \}$

$= \{ \frac{1860}{143} \}$

$= 13\frac{1}{143}$ minutes

ie Y $= 7{:}\,13\frac{1}{143}$ *Minutes* Ans

NB : यदि समय कहीं x = 12 या y = 12 आए तो ऐसी स्थिति मे x = 0 या y = 0 मान रखे क्योकिं जब घडी मे 12 बजता है तो उस समय 0 घंटा 0 मिनट तथा 0 सेकेण्ड होता हैं।

(19) सुबन्त 10-11 बजे के मध्य घर से बाहर गया तथा 11 से 12 बजे के बीच वह वापस आया। आने पर उसने देखा कि घडी की सुईयां आपस मे अपनी स्थान बदल चुकी हैं। अर्थात घंटे की सुई की जगह मिनट की सुई तथा मिनट की स्थान पर घंटे की सुई हो गई है तो बताएं कि सुबन्त कितने बजे घर से बाहर गया था? और कितने बजे वापस आया ?

माना कि 10 बजकर x मिनट पर घर से बाहर गया। उस समय घंटा तथा मिनट वाली सुई द्वारा बनाया गया केन्द्रीय कोण निम्नलिखित होगां।

TRICK :

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$ or $\left|\frac{11M-60H}{2}\right|$ +VE MOD VALUE

H = HOUR HAND = *10-11 , M = MINUTE HAND = x

(60, 11, 2 CONSTANT)

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right| = \frac{60\times2-11\times x}{2} = \frac{120-11x}{2}$ ------------ (1) OR

ANGLE = $\frac{11M-60H}{2} = \frac{11X-60\times2}{2} = \frac{11X-120}{2}$ ------------ (2)

जब सुबन्त वापस घर आया तब दोनो सुईयां आपस मे स्थान बदल चुकी थी। इस वक्त भी दोनो सुईया उतनी ही डिग्री का कोण बनाएगी जितना घर से बाहर जाते समय बनाई थी। प्रश्नानुसार घंटा की सुई 10 घंटा x मिनट मे जितने निशान पार किया उतना ही निशान लौटते समय मिनट वाली सुई पार करेगी तब उस स्थिति मे एक समान कोण बनाएगी।

∵ 60 मिनट मे घंटा वाली सुई 5 निशान पार करती है।

∴ 1 मिनट मे घंटा वाली सुई $\frac{5}{60}$ निशान पार करेगी।

∴ 10 घंटा x मिनट मे घंटा वाली सुई $\frac{5}{60}\times(600+x)$ ie

= $\frac{600+X}{12}$ निशान पार करेगी।

दुसरी स्थिति मे वापस लौटते समय दोनो सुईयो द्वारा बनाया गया कोण

TRICK :

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$ or $\left|\frac{11M-60H}{2}\right|$ +VE MOD VALUE

H = HOUR HAND = *11-12

M = MINUTE HAND = $\frac{5(120+x)}{60} = \frac{120+x}{12}$

(60, 11, 2 CONSTANT)

ANGLE = $\left| \frac{60\times11-11(\frac{600+X}{12})}{2} \right| = \frac{660\times12-11(600+x)}{2\times12}$

$= \frac{7920-6600-11x}{24} = \frac{1320-11x}{24} =$ ------------ (2)

अब समीकरण से 1 तथा 2 दोनो बराबर है। अर्थात

$\frac{11X-600}{2} = \frac{1320-11x}{24}$ ------------ (1) & (2)

ie 24 (11x – 600) = 2 (1320 –11x)

ie 264x – 14400 = 2640–22x

ie 264x – 14400 – 2640 +22x = 0

ie 286x – 17040 = 0

∴ 286X = 17040

∴ X = $\frac{17040}{286} = \frac{8520}{243} = 59\frac{83}{143}$ Minutes.

अर्थात बाहर जाने का समय 10 बजकर x मिनट ie 10: 59 $\frac{83}{143}$ Ans

वापस लौटने का समय 11 बजकर $\frac{600+x}{12}$ मिनट = 11: ($\frac{600+36\frac{12}{143}}{12}$)

ie 11: ($\frac{600+\frac{8520}{143}}{12}$)

ie 11: ($\frac{\frac{600\times143+8520}{143}}{12}$)

ie 11: ($\frac{\frac{85800+8520}{143}}{12}$)

ie 11: ($\frac{94320}{12\times143}$)

ie 11: ($\frac{94320}{1716}$)

ie 11: $\frac{7860}{143}$

ie 11: 54 $\frac{138}{143}$ Ans

(19) TRICKY METHOD

घर से बाहर जाने का समय $= \left\{ \frac{60\,(X+12Y)}{143} \right\}$

X = OUT GOING TIME *10 -11 , Y = RETURNING TIME *11 - 12

60 , 12 , 143 CONSTANT

घर से बाहर जाने का समय $= \left\{ \frac{60\,(X+12Y)}{143} \right\}$

x $= \left\{ \frac{60\,(10+12\times 11)}{143} \right\}$

$= \left\{ \frac{60\,(10+132)}{143} \right\}$

$= \left\{ \frac{60 \times 142}{143} \right\}$

$= \left\{ \frac{8520}{143} \right\}$

$= 59\frac{83}{143}$ minutes

ie X = 10: 59 $\frac{83}{143}$ *Minutes* Ans

घर वापस आने का समय $= \left\{ \frac{60\,(12X+Y)}{143} \right\}$

X = Out going time *10-11, Y = Returning time *11-12

(60 , 12 , 143 Constant)

घर वापस आने का समय $= \left\{ \frac{60\,(12X+Y)}{143} \right\}$

Y $= \left\{ \frac{60\,(12\times 10+11)}{143} \right\}$

$= \left\{ \frac{60\,(120+11)}{143} \right\}$

$= \left\{ \frac{60 \times 131}{143} \right\}$

$= \{ \frac{7860}{143} \}$

$= 54\frac{138}{143}$ Minutes

ie Y $= 11: 54\frac{138}{143}$ *Minutes* Ans

NB : यदि समय कहीं x = 12 या y = 12 आए तो ऐसी स्थिति मे x = 0 या y = 0 मान रखे क्योकिं जब घडी मे 12 बजता है तो उस समय 0 घंटा 0 मिनट तथा 0 सेकेण्ड होता हैं।

(20) एक व्यक्ति ने जल्दी मे घडी के घंटे की सुई को मिनट की सुई समझ कर उसने देखा कि घडी मे 7 बजकर 28 मिनट हुए हैं। तो बताए कि उस समय वास्तव मे कितना बज रहा था ?

∵ ऐसी स्थिति मे घंटा की सुई 28 वें निशान पर रहा होगा।

∵ घंटा की सुई 5 निशान की दुरी 1 घंटा मे तय करती हैं।

∴ घंटा की सुई 1 निशान की दुरी $\frac{1}{5}$ घंटा मे तय करेगी।

∴ घंटा की सुई 28 निशान की दुरी $\frac{1}{5} \times 28 = 5\frac{3}{5}$ घंटा मे तय करेगी।

अर्थात उस समय $5\frac{3}{5}$ बज रहा था। अर्थात 5 बजकर 36 मिनट Ans

(20) TRICK METHOD

REAL TIME = $\{ \frac{X}{5} \}$ hour

X = जहा घंटा की सुई मिनट के स्थान या निशान पर = 28

5 = constant

∴ Real time $= \{ \frac{X}{5} \}$ hour

$= \{ \frac{28}{5} \}$ hour

$= \{ 5\frac{3}{5} \}$ hour

ie 5 hours 36 minutes Ans

(21) एक व्यक्ति कलाई घडी मे गलती से घडी के घंटे की सुई को मिनट की सुई समझ कर उसने देखा कि घडी मे 8 बजकर $48\frac{1}{2}$ मिनट हुए हैं। तो बताए कि उस समय वास्तव मे कितना बज रहा था ?

∵ ऐसी स्थिति मे घंटा की सुई $48\frac{1}{2}$ वें निशान पर रहा होगा।

∵ घंटा की सुई 5 निशान की दुरी 1 घंटा मे तय करती हैं।

∴ घंटा की सुई 1 निशान की दुरी $\frac{1}{5}$ घंटा मे तय करेगी।

∴ घंटा की सुई $48\frac{1}{2}$ निशान की दुरी $\frac{1}{5} \times \frac{97}{2} = \frac{97}{10}$ घंटा मे तय करेगी।

अर्थात उस समय $9\frac{7}{10}$ बज रहा था। अर्थात 9 बजकर 42 मिनट Ans

(21) TRICKY METHOD

Real time = $\{ \frac{X}{5} \}$ hour

X = जहा घंटा की सुई मिनट के ंस्थान या निशान पर = $48\frac{1}{2} = \frac{97}{2}$

5 = constant.

∴ Real time $= \{ \frac{X}{5} \}$ hours

$= \{ \frac{97}{5\times2} \}$ hours

$= \{ \frac{97}{10} \}$ hours

ie 9 hours 42 minutes Ans

(22) एक व्यक्ति प्रति दिन सुबह 6 बजे टहलने जाते थे। एक दिन उसने अघखुली नजरों से अपने कलाई घडी मे समय देखा तो उसे लगा कि 6 बजकर $17\frac{1}{2}$ मिनट हुए हैं। वह घबराकर टहलने के लिए चल दिए। लेकिन बहुत देर बाद सूर्योदय हुआ। असल बात यह थी कि गलती से घडी मे घंटे की सुई को मिनट की सुई समझ कर उसने देखा कि घडी मे 6 बजकर $17\frac{1}{2}$ मिनट हुए हैतो बताए कि उस समय वास्तव मे कितना बज रहा था ?

∵ घडी की सुई की आपस मे अदला बदली होने के कारण सुई $17\frac{1}{2}$ वें निशान पर दिखी थी।

∵ ऐसी स्थिति मे घंटा की सुई $17\frac{1}{2}$ वें निशान पर रहा होगा।

∵ घंटा की सुई 5 निशान की दुरी 1 घंटा मे तय करती हैं।

∴ घंटा की सुई 1 निशान की दुरी $\frac{1}{5}$ घंटा मे तय करेगी।

∴ घंटा की सुई $17\frac{1}{2}$ निशान की दुरी $\frac{1}{5} \times \frac{35}{2} = \frac{35}{10}$ घंटा मे तय करेगी।

अर्थात उस समय $3\frac{1}{2}$ बज रहा था। अर्थात 3 बजकर 30 मिनट Ans

(22) TRICKY METHOD

REAL TIME = { $\frac{X}{5}$ } hour

X = जहा घंटा की सुई मिनट के स्थान या निशान पर = $17\frac{1}{2} = \frac{35}{2}$

5 = constant.

∴ REAL TIME = { $\frac{X}{5}$ } hours

= { $\frac{35}{5\times2}$ } hours

= { $\frac{35}{10}$ } hours

ie 3 hours 30 minutes Ans

(23) राम ने श्याम से पुछा कि घडी मे कितना बज रहा है? तो उसने कहा कि दोपहर 12 बजे से अब तक के समय का चौथाई भाग को अब से कल दोपहर 12 बजे तक के समय का आधे मे जोड दे तब सही समय मालूम हो जाएगा । तो बताएं कि उस समय कितना बज रहा था?

माना कि सही समय X बज रहा था। इसलिए दोपहर 12 बजे से अब तक का समय एक चौथाई = $\frac{X}{4}$ घंटा ।

तथा अब से कल 12 बजे तक का समय कर आधा = $(\frac{24-X}{2})$

∵ (1 दिन = 24 घंटा) ∴ प्रश्नानुसार

$\frac{X}{4} + \frac{24-X}{2} = X$

$\frac{X}{4} + \frac{24-x}{2} = X$

ie $\frac{X+48-2X}{4} = X$

ie $\frac{48-X}{4} = X$

ie $4X = 48 - X$

ie $4X - 48 + X = 0$

ie $5x - 48 = 0$

ie $5x = 48$

∴ $x = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$ PM Ans

ie 9 : 36 pm Ans

(24) राम ने श्याम से पुछा कि घडी मे कितना बज रहा है? तो उसने कहा कि दिन के बाकी घंटे, गुजरे हुए घंटे का $\frac{1}{5}$ तो बताएं कि उस समय कितना बज रहा था?

माना कि सही समय X बज रहा था। इसलिए शेष समय 24-X घंटा ।

∴ प्रश्नानुसार ∵ (1 दिन = 24 घंटा)

ie $24 - X = \frac{X}{5}$

ie $120 - 5X = X$

ie $120 - 5X - X = 0$

∴ $120 - 6x = 0$

∴ $6X = 120$

∴ $X = \frac{120}{6} = 20$ pm अर्थात रात्री के 20 – 12 = 8 pm Ans

(25) 5 बजकर 16 मिनट पर घडी के दोनो सुईयो मे क्या दुरी रहेगी तथा कितने समय बाद घंटे की सुई दूसरी तरफ मिनट की सुई फीर उतनी ही दूरी पर होगी?

सर्वप्रथम उनके बीच का कोण ज्ञात करना होगा। इस प्रकार 5 बजकर 16 मिनट पर घडी के दोनो सुईयो के बीच बना कोण निम्नलिखित होगें।

TRICKY METHOD :

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$ or $\left|\frac{11M-60H}{2}\right|$ +VE MOD VALUE

H = HOUR HAND = *5-6 , M = MINUTE HAND = 16 th marking

(60, 11, 2 CONSTANT)

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$

$= \frac{60\times5-11\times16}{2}$

$= \frac{300-176}{2}$

$= \frac{124}{2} = 62°$

∵ मिनट वाली सुई 6° का कोण 1 मिनट के निशान पार करती है।

∴ मिनट वाली सुई 1° का कोण $\frac{1}{6}$ मिनट के निशान पार करेगी।

∴ मिनट वाली सुई 62 का कोण $\frac{1}{6}\times 62$ मिनट के निशान को पार करेगी।

इस प्रकार मिनट वाली सुई घंटे की सुई को पार कर जब आगे बढेगी उस समय कुल $25+\frac{62}{6} = 35\frac{1}{3}$ निशान पार कर उतनी ही दुरी पर होगी।।

∵ मिनट वाली सुई 55 निशान ज्यादा चलती 60 मिनट मे घंटे की सुई सें।

∴ मिनट वाली सुई 1 निशान ज्यादा चलेगी $\frac{60}{55}$ मिनट मे घंटे की सुई से।

∴ मिनट वाली सुई $35\frac{1}{3}$ निशान ज्यादा चलेगी $\frac{60}{55}\times\frac{106}{3} = \frac{424}{11}$ मिनट मे घंटे की सुई से। अर्थात

5 बजकर $\frac{424}{11} minutes = 5{:}38\frac{6}{11}$ मिनट पर दोनो स्थितियो के बराबर दुरी पर होंगे। Ans

(25) TRICKY METHOD

सर्वप्रथम उनके बीच का कोण ज्ञात करना होगा। इस प्रकार 5 बजकर 16 मिनट पर घडी के दोनो सुईयो के बीच बना कोण निम्नलिखित होगें।

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$ or $\left|\frac{11M-60H}{2}\right|$ +VE Mod value

H = Hour hand = *5-6 , M = Minute hand = 16th marking

(60, 11, 2 CONSTANT)

ANGLE = $\left|\frac{60H-11M}{2}\right|$

$= \frac{60\times5-11\times16}{2}$

$= \frac{300-176}{2}$

$= \frac{124}{2} = 62°$ -------------------- $\alpha°$

दुसरी बार इतना ही दूरी पर होने के लिए / उतना ही डिग्री कोण बनाने के लिए लिया गया समय

TIME = $\left|\frac{2\,\alpha+60H}{11}\right|$ +Ve Mod value

Angle = $\alpha° = 62°$, Hour Hand = 5 (60, 11, 2 Constant)

ANGLE = $\left|\frac{2\times62+60\times5}{11}\right|$

$= \frac{124+300}{2}$

$= \frac{424}{11}$

$= 38\frac{6}{11}$ Minutes ie TIME = $5{:}\ 38\frac{6}{11}$ Ans

(26) एक घडी रविवार को 12 दोपहर मे 3 मिनट SLOW थी। यदि प्रतिदिन $\frac{9}{4}$ मिनट FAST हो जाती है तो बताएं कि वह घडी कब सही समय बताएगी?

घडी रविवार को दोपहर 3 मिनट SLOW थी। इस प्रकार यदि 3 मिनट FAST हो जाए तो घडी मे ठिक समय देगी।

$\because$ *ghadi* $\frac{9}{4}$ मिनट FAST 1 दिन मे होती है।

$\therefore$ *ghadi* 1 मिनट FAST $1 \div \frac{9}{4} = \frac{4}{9}$ दिन मे होगी।

$\therefore$ *ghadi* 3 मिनट FAST $\frac{4}{9} \times 3 = \frac{4}{3}$ दिन मे होगी।

अर्थात $\frac{4}{3}$ दिन बाद $= \frac{4}{3} \times 24 = 32$ hours

अर्थात रविवार दोपहर 12 बजे से 32 घंटा बाद सही समय देगी।

अर्थात 32 धंटे बाद सोमवार को शाम 8 बजे सही समय देगी। Ans

(27) एक घडी सोमवार को सुबह 9 बजे 5 मिनट FAST थी। और अगामी बुद्धवार को दोपहर 12 बजे 25 मिनट SLOW हो गई। तो बताएं कि वह घडी कब सही समय दिया था ?

घडी सोमवार सुबह 9 को बुद्धवार दोपहर12 बजे तक कुल समय= 51 घंटा । घडी मे फास्ट तथा स्लो के मध्य का अंतर = (5+25) = *30 minutes, slow

$\because *$ 30 मिनट SLOW 51 धंटे मे होती है।

$\therefore$ 1 मिनट SLOW $\frac{51}{30}$ घंटे मे होगी।

$\therefore$ 5 मिनट SLOW $\frac{51}{30} \times 5 = \frac{51}{6} = 8\frac{1}{2}$ घंटे मे होगी।

प्रारंभ मे घडी 5 मिनट FAST थी। यदि घडी 5 मिनट SLOW हो जाए तो ठिक समय देगी।

$\therefore$ सोमवार सुबह 9 बजे से $8\frac{1}{2}$ घंटे बाद का समय $9 + 8\frac{1}{2} = 17\frac{1}{2}$ pm

अर्थात सोमवार शाम $17\frac{1}{2} = 5{:}30$pm Ans

(28) एक घडी 24 घंटे मे 2 मिनट FAST थी। तथा दुसरी घडी 3 मिनट FAST चलती है। पहली घडी मगलवार को दोपहर 12 बजे ठिक कर दी गई तथा दुसरी घडी बुद्धवार को 3PM बजे ठिक कर दी गई तो बताएं कि वह दोनो घडी एक साथ कब सही समय प्रकट करेगी ?

पहली घडी मगलवार को दोपहर 12 बजे ठिक कर दी गई। तथा दुसरी घडी बुद्धवार को 3PM बजे ठिक कर दी गई ।

पहली घडी एक दिन (24) घंटे मे 2 मिनट FAST चलती है।

दुसरी घडी एक दिन (24) घंटे मे 3 मिनट FAST चलती है।

∵ दुसरी घडी,पहली घडी से 24 धंटे मे (3-2) = 1 मिनट FAST चलती है।

मंगलवार 12PM बजे से बुद्धवार शाम 3 बजे तक कुल समय = 27 hours

∵ पहली घडी 24 घंटे मे 2 मिनट FAST चलती है।

∴ पहली घडी 1 घंटे मे $\frac{2}{24}$ मिनट FAST चलेगी।

∴ पहली घडी 27 घंटे मे $\frac{2}{24} \times 27 = \frac{9}{4}$ मिनट FAST चलेगी।

∵ दुसरी घडी,पहली घडी से 24 धंटे मे (3-2) = 1 मिनट FAST चलती है।

∵ दुसरी घडी ,पहली घडी से

1 मिनट FAST चलती है 24 धंटे मे।

∴ $\frac{9}{4}$ मिनट FAST चलेगी $24 \times \frac{9}{4} = 54$ धंटे मे।

∴ बुद्धवार 3PM से 54 घंटे बाद दोनो घडियो मे एक साथ सही समय देगी। अर्थात शुक्रवार को शाम 9PM बजे दोनो घडियो मे सही समय देगी। Ans

(29) दो घडीयों मे एक दिन सुबह 8 बजे एक साथ बजा। एक घडी 24 घटे मे 6 सेकेण्ड SLOW चलती है। तथा दुसरी घडी 24 घंटे मे 10 सेकेण्ड FAST चलती है। तो बताएं कि एक घडी दुसरे से कब 30 मिनट आगे हो जाएगी? तथा उस समय दोनो घडियो मे क्या समय होगा।

पहली घडी 24 घंटे मे 6 सेकेण्ड SLOW चलती है।

दुसरी घडी 24घंटे मे 10 सेकेण्ड FAST चलती है।

FAST घडी 24 धंटे मे (6+10) = 16 सेकेण्ड = $\frac{16}{60}$ मिनट आगे हो जाएगी।

$\because \frac{16}{60}$ मिनट आगे एक दूसरे से 24 घंटे मे होती हैं।

$\therefore$ 1मिनट आगे एक दूसरे से $24 \div \frac{16}{60} = 24 \times \frac{60}{16} = 90$ घंटे मे होगी।

$\therefore$ 30 मिनट आगे एक दूसरे से $90 \times 30 = 2700$ घंटे मे हागी।

2700 घंटा $= 2700 \div 24 = 112\frac{1}{2}$ दिन

$\therefore$ *slow*घडी $112\frac{1}{2}$ दिनो मे$112.5 \times 6 = 675$ sec = 11 minutes 45 sec

$\therefore$ *fast*घडी $112\frac{1}{2}$ दिनो मे$112.5 \times 10 = 1125$ sec = 18 minutes 45 sec

$\therefore$ *slow*घडी निश्चित समय से 112.5 घंटे बाद समय निम्नलिखित होगा।

ie H : M : S

8 : 00 : 00

− 0 : 11 : 45

7 : 48 ; 15 pm ANS

$\therefore$ *FAST* घडी निश्चित समय से 112.5 घंटे बाद समय निम्नलिखित होगा।

ie H : M : S

8 : 00 : 00

+ 0 : 18 : 45

8 : 18 : 45 pm ANS

(30) एक धडी मंगलवार को दोपहर 12 बजे ठिक थी। इसके बाद प्रतिदिन 5/2 मिनट फास्ट चलती है तो अगामी रविवार को सुबह 9 बज रहा हो तो तब सही समय क्या होगा ?

$\because$ TUES दोपहर 12 बजे से रविवार सुबह 9बजे तक कुल समय = 117 घंटे

जब गलत घडी मे (24 hours + $\frac{5}{2}$ minute) = $\frac{577}{24}$ hours होता है तब सही घडी मे 24 घंटा अर्थात 1 दिन होता हैं।

∵ गलत घडी मे $\frac{577}{24}$ धंटा होता है तब सही घडी मे 24 घंटा होता हैं।

∴गलत घडी मे 1 धंटा होता है तब सही घडी मे $24 \div \frac{577}{24} = \frac{476}{577}$ घंटा होगा।

∴गलत घडी मे 117 धंटा होता है तब सही घडी मे $\frac{576}{577} \times 117$ घंटा होगा।

ie $\frac{576}{577} \times 117$ hours = $\frac{576 \times 117}{577 \times 24} = \frac{2808}{577}$ Days = 4 days 20 hours $47\frac{481}{577}$ Minutes

∴ सही समय = मंगलवार दोपहर 12 बजे से + (4days 20hours $47\frac{481}{577}$ minutes) बाद का समय।

अर्थात अगामी रविवार को सुबह 8 बजकर $47\frac{481}{577}$ minutes Ans

(31) एक धडी दिनांक 01-01-1987 AD को दोपहर 12 बजे 73 सेकेण्ड SLOW थी। तो बताऐ कि प्रतिदिन कितने मिनट FAST चले कि दिनांक 01-07-1987AD को दोपहर 12 बजे $17\frac{1}{2}$ सेकेण्ड FAST हो जाए।

∵ 01-01-1987AD को दोपहर 12 बजे 73 सेकेण्ड SLOW थी।

\+ 01-07-1987AD को दोपहर 12 बजे $17\frac{1}{2}$ सेकेण्ड FAST हो जाए।

कुल समय 181दिन मे (slow + fast) का अंतर= $(73+17\frac{1}{2})$ sec = $90\frac{1}{2}$ sec

∵ 181 दिनो मे $90\frac{1}{2}$ SECOND FAST होती है।

∴ 1 दिन मे $\frac{90.5}{181}$ SECOND = $\frac{1}{2}$ SECOND FAST चलेगी।

अर्थात प्रतिदिन $\frac{1}{2}$ SECOND FAST चलेगी। Ans

(32) एक धडी 24 घंटे मे $\frac{7}{2}$ मिनट फास्ट चलती है।तथा दूसरी घडी 24 घंटे मे $\frac{5}{2}$ मिनट स्लो चलती है। रविवार को दोपहर मे पहली घडी 2 मिनट फास्ट थी। दुसरी घडी 2 मिनट स्लो थी। अब दोनो घडियो मे 16 मिनट का अंतर है। तो बताएं कि आज कौन सा दिन है और कितना बज रहा है?

$\because$ 24 धंटे मे एक दुसरे से कुल ($\frac{7}{2}+\frac{5}{2}=\frac{12}{2}$) = 6 minutes का अंतर होगा।

$\because$ 6 मिनट का अंतर 1 दिन मे होता है।

$\therefore$ 1 मिनट अंतर $\frac{1}{6}$ दिन मे होगा।

$\therefore$ 16–(*2+*2) =12 मिनट अंतर $\frac{1}{6}\times 12=2$ दिन मे होगा।

($\because$ रविवार को दोपहर 12 बजे एक दुसरे से 2+2 = 4मिनट के दुरी पर था। इसलिए शेष समय 16-4 = 12 मिनट का अंतर बाकी है।)

अर्थात रविवार से 2 दिन बाद अर्थात मंगलवार को दोपहर 12 बज रहा था।

(33) एक धडी दिनांक 28-11-2001 AD को 10:45 pm बजे $\frac{11}{9}$ मिनट FAST थी। दुसरे दिन रात्री 11: 30 pm पर ठिक हो गई। तो बताऐ कि 7-12-2001AD का 1 : 45 am कितना फास्ट होगी?

$\because$ 28-11-2001AD को 10:45 pm से दुसरे दिन 29-11-2001AD को11:30 pm तक कुल समय = 24 घंटा 45 मिनट = $24\frac{3}{4}$ hours = $\frac{99}{4}$ hours.

$\because$ 29-11-2001AD को 11:30 pm से 07-12-2001AD को1: 45 am तक कुल समय = $\frac{729}{4}$ hours. = $\frac{729}{96}$ days = $7\frac{57}{96}$ days

$\because$ $\frac{99}{4}$ घंटे मे $\frac{11}{9}$ MINUTES FAST होती है।

$\therefore$ 1 घंटा मे $\frac{11}{9}\div\frac{99}{4}=\frac{11}{9}\times\frac{4}{99}=\frac{4}{81}$ MINUTES FAST चलेगी।

$\therefore$ $\frac{729}{4}$ घंटे मे $\frac{4}{81}\times\frac{729}{4}=9$ MINUTES FAST चलेगी। Ans

(34) एक धडी 20 दिन पूर्व 15 मिनट FAST थी। आज उतना ही बजे 15 मिनट SLOW है। तो बताएं कि कब ठिक समय प्रकट किया और फिर कब ठिक समय बताएगीं ?

20 दिन पूर्व 15 मिनट FAST थी।

आज उतना ही बजे 15 मिनट SLOW है।

+

कुल 20 दिनो की अवधी मे (15+15) = 30 मिनट का अंतर / slow

$\because *$ 30 मिनट SLOW 20 दिनो मे होती है।

$\therefore$ 1 मिनट SLOW $\frac{20}{30}$ दिनो मे होगी।

$\therefore$ 15 मिनट SLOW $\frac{20}{30} \times 15 =$ 10 दिनो मे होगी।

प्रारंभ मे घडी 15 मिनट FAST थी। यदि घडी 15 मिनट SLOW हो जाए तो ठिक समय देगी। अर्थात आज से 10 दिन पूर्व ठिक समय दिया था।

दुसरी स्थिति मे आज 15 मिनट स्लो हैं। यदि धीरे धीरे (720 - 15) = 705 मिनट और स्लो हो जाए तो दुसरी बार सही समय मिलेगा।

$\because *$ 15 मिनट SLOW 10 दिनो मे होती है।

$\therefore$ 1 मिनट SLOW $\frac{10}{15}$ दिनो मे होगी।

$\therefore$ 705 मिनट SLOW $\frac{10}{15} \times 705 = 470$ दिनो मे होगी।

अर्थात आज से 470 दिनो बाद सही समय देगी। Ans

(35) एक धडी प्रतिदिन $\frac{5}{2}$ मिनट SLOW चलती है। सुबह 9 बजे घडी की सुईयां किस तरह रखी जाए की दोपहर 12 बजे सही समय प्रकट करे।

सुबह 9 बजे से दोपहर 12 बजे तक को कुल समय = 3 घंटा

$\because$ 24 घंटे मे $\frac{5}{2}$ मिनट Slow होती है।

$\therefore$ 1 घंटा मे $\frac{5}{2} \div 24 = \frac{5}{48}$ मिनट Slow होगी।

$\therefore$ 3 घंटा मे $\frac{5}{48} \times 3 = \frac{5}{16}$ मिनट` Slow होगी।

अर्थात 9 बजे की जगह सुईयो को 9:$\frac{5}{16}$ mitutes पर रखनी होगी। तब 12 बजे सही समय बताएगी।

(36) एक धडी सोमवार को सुबह 9 बजे 5 मिनट FAST थी। और अगामी बुद्धवार को दोपहर 12 बजे 12 मिनट स्लो हो गई तो बताएं कि कब ठिक समय दिया?

$\because$ सोमवार सुबह 9 बजे से बुद्धवार दोपहर 12 बजे तक कुल समय = 51 घंटे

कुल अंतर (5+12) = 17 minutes

∵ * 17 मिनट Slow 51 घंटे मे होती है।

∴ 1 मिनट Slow $\frac{51}{17}$ घंटे मे होगी।

∴ 5 मिनट Slow $\frac{51}{17} \times 5 = 15$ घंटे मे होगी।

प्रारंभ मे घडी 5 मिनट Fast थी। यदि घडी 5 मिनट Slow हो जाए तो ठिक समय देगी। अर्थात सोमवार सुबह 9 बजे से 15 घंटे बाद रात्री को 12 बजे सही समय देगी। Ans

(37) एक धडी दोपहर 1:50 pm बजे 55 सेकेण्ड Slow थी। और संध्या समय 6 pm बजे 30 सेकेण्ड Slow रह गई तो बताएं कि कब ठिक समय देगी ?

∵ दोपहर 1:50pm बजे से शाम 6pm बजे तक कुल समय $= \frac{25}{6}$ घंटे

55 Second Slow से Fast होकर 30 सेकेण्ड रह गई। अर्थात (55-30) = 25 Second Fast हुई।

∵ 25 सेकेण्ड Fast $\frac{25}{6}$ धंटे मे होती है।

∴ 1 सेंकेण्ड Fast $\frac{25}{6} \div 25 = \frac{25}{6} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{6}$ घंटे मे होगी।

∴ 55 सेकेण्ड Fast $\frac{1}{6} \times 55 = \frac{55}{6} = 9\frac{1}{6}$ घंटे मे होगी।

अर्थात $9\frac{1}{6}$ hours = 9 Hours 10 minutes

प्रारंभ मे घडी 55 सेकेण्ड Slow थी। यदि घडी 55 सेकेण्ड Fsat हो जाए तो ठिक समय देगी। अर्थात सही समय निम्नलिखित होगा।

RIGHT TIME = 1 : 50 : 00

+ 9 : 10 : 00

11 : 00 : 00

ie Right Time = 11 pm Ans

(38) एक धडी प्रतिदिन 8 मिनट Fast चलती है। तथा दुसरी घडी प्रतिदिन 4 मिनट Slow चलती है। रविवार को दोपहर 12 बजे ठिक कर दी गई तो बताएं कि उस समय दोनो घडियों मे क्या समय होगा जब एक दूसरे से 25 मिनट आगें हो ?

दोनो घडियों मे फास्ट और स्लो का योग (8+4) = 12 Minutes

∵ 12 मिनट का फासला अंतर 1 दिन मे होती है।

∴ 1 मिनट का फासला अंतर $\frac{1}{12}$ दिन मे होगी।

∴ 24 मिनट का फासला अंतर $\frac{1}{12} \times 24 = 2$ दिन मे होगी।

फास्ट चलने वाली घडी 2 दिनो मे $8\times 2 = 16\, minutes$ FAST होगी।

स्लो चलने वाली घडी 2 दिनो मे $4\times 2 = 8\, minutes\ \ SLOW$ होगी।

फास्ट चलने वाली घडी 2 दिन बाद अर्थात मंगलवार को 16 मिनट फास्ट हो जाएगी। अर्थात सही समय = 12:00 +16 minutes = 12:16 pm Ans

स्लो चलने वाली घडी 2 दिन बाद अर्थात मंगलवार को 8 मिनट स्लो हो जाएगी। अर्थात सही समय = 12:00 - 8 minutes = 11:52 am Ans

(39) एक धडी प्रतिदिन 10 मिनट Fast चलती है। वह घडी सोमवार को दोपहर 12 बजे 15 मिनट फास्ट थी। जब उसमे बिहस्पतिवार को रात्री के 12:35 am बजे हो तो उस समय ठिक समय क्या था?

∵ सोमवार दोपहर 12 बजे से THU रात्री 12 बजे तक कुल समय = $\frac{7}{2}$ days

∵ 1 दिन मे 10 मिनट Fast चलती है।

∴ $\frac{7}{2}$ दिन मे $10\times \frac{7}{2} = 25$ मिनट फास्ट होगी।

बिहस्पतिवार को रात्री मे 12 : 35 pm बजे था। इसलिए प्रश्नानुसार

वास्तविक समय = (12:35 – 00: 35) = 12:00 am Ans

(40) एक धडी प्रति घंटा 1.5 मिनट SLOW हो जाती है। यदि सोमवार को दोपहर 12 बजे वह 18 मिनट FAST थी।तो बताए कि वह किस समय ठिक समय बताएगी ?

∵ घडी प्रतिधंटा 1.5 मिनट Slow हो जाती है। सोमवार को दोपहर 12 बजे 18 मिनट Fast थी।

TOTAL TIME = $\left(\frac{TOTAL\ FAST}{SLOW/HOURS} \right) = \frac{18\, MINUTES}{1.5\ MINUTES}$ = 12 Hours

सोमवार दोपहर12 बजे से 12 घंटे बाद ठिक समय बताएगीं। ie12: 00 AM

(41) एक धडी 12 घंटे मे 45 सेकेण्ड Fast हो जाती है। यदि उसमे विहस्पतिवार को शाम 9 बजे ठिक समय था। तो बताए कि अगामी रविवार को शाम 3PM बजे उसमे क्या समय होगा?

$\because$ THU को रात्री 9PM बजे से SUN शाम 3PMबजे तक कुल समय = 66Hrs

$\because$ 12 घंटे मे 45 सेकेण्ड FAST होती है।

$\therefore$ 1 घंटा मे $\frac{45}{12}$ सेकेण्ड FAST होगी।

$\therefore$ 66 घंटा मे $\frac{45}{12} \times 66 = \frac{495}{2}$ $seconds = \frac{495}{2 \times 60} = \frac{33}{8}$ मिनट फास्ट होगी।

अर्थात उस समय 3:00 PM + $\frac{33}{8}$ $MINUTES = (3:04:07\frac{1}{2})$ PM Ans

(42) एक धडी सोमवार 12: 00 बजे 10 मिनट Fast थी। और प्रतिदिन $\frac{9}{4}$ मिनट फास्ट चलती है। तो बताएं कि बुद्धवार को दोपहर 2:30pm बजे उसमें कितना समय होगा ?

$\because$ सोमवार को 12PM बजे से बुद्धवार 2:30 PM बजे तक कुल समय = $50\frac{1}{2}$ hours $= \frac{101}{2}$ hours $= \frac{101}{2 \times 24} = \frac{101}{48}$ days

$\frac{101}{48}$ days मे कुल फास्ट $= \frac{101}{48} \times \frac{9}{4} = \frac{303}{64}$ MINUTES

$\because$ सोमवार को 12:00 PM बजे 10 मिनट फास्ट थी। इसलिए बुद्धवार को 2:30PM तक कुल फास्ट $= 10 + \frac{303}{64}$ minutes $= 14\frac{42}{64}$ minutes.

$\therefore$ बुद्धवार 2:30 PM बजे उस घडी मे बताया गया समय = 2 : 30 : 00

$$+ 00:14:39\frac{3}{8}$$

$$= 2 ; 44 : 39\frac{3}{8} \text{ pm}$$

(43) एक धडी शनिवार दोपहर 12 बजे $\frac{5}{2}$ मिनट SLOW थी।परंतु वह प्रतिदिन कुछ समय फास्ट हो जाती है। और अगामी बिहस्पतिवार को सुबह 7:12 AM बजे उसमें $\frac{7}{2}$ मिनट फास्ट थी। तो बताएं कि उसने ठिक समय कब और किस दिन दिया ?

$\because$ पहले वह घडी $\frac{5}{2}$ मिनट SLOW थी। यदि वह घडी $\frac{5}{2}$ मिनट FAST हो जाए तब ठिक समय बताऐगा।

∵शनिवार को दोपहर 12:00PM बजे से बिहस्पतिवार सुबह7:12 AM बजे तक कुल समय = 115 hours 12 minutes = $\frac{576}{5}$ hours

∵ SLOW + FAST समय का योगफल ($\frac{5}{2}+\frac{7}{2}$) = 6 minutes

∵ 6 मिनट FAST $\frac{576}{5}$ घंटे मे होती है।

∴ 1 मिनट FAST $\frac{576}{5\times6}$ घंटे मे होगी।

∴ $\frac{5}{2}$ मिनट FAST $\frac{576}{30}\times\frac{5}{2}$ = 48 घंटे मे होगी।

SAT दोपहर 12 बजे से 48 घंटे बाद का समय = MON 12:00PM बजे Ans

(44) दो धडी 12 घंटे मे क्रमशः1 मिनट 45 सेकेण्ड फास्ट तथा दुसरी 1 मिनट 15 सेकेण्ड स्लो चलती है। बुद्धवार को पहली घडी1मिनट फास्ट और दुसरी घडी 1मिनट स्लो हो जाती थी। यदि आज दोनो के समय मे 15 मिनट का अंतर है तो बताएं कि आज कौन सा दिन या वार है?

∵ पहली घडी12 घटे मे (1minute 45second) = $\frac{7}{4}$minutes फास्ट चलती है।

∴ 1 घंटा मे $\frac{7}{4\times12}$ मिनट फास्ट होगी।

∴ 24 घंटा मे $\frac{7}{48}\times24=\frac{7}{2}$ $minutes$फास्ट होगी।

∵ दुसरी घडी 12घटे मे (1minute 15second) = $\frac{5}{4}$ minutes स्लो चलती है।

∴ 1 घंटा मे $\frac{5}{4\times12}$ मिनट स्लो होगी।

∴ 24 घंटा मे $\frac{5}{48}\times24=\frac{5}{2}$ $minutes$ स्लो होगी।

इस प्रकार दोनो घडियो के मध्य 24 घंटे मे एक दूसरे से ($\frac{7}{2}+\frac{5}{2}$) = 6 minutes की दुरी या अंतर पर होगे।

इस प्रकार बुद्धवार को दोनो घडियो के बीच ($1minute\ fast 1minute\ slow$) = 2 minutes की दुरी या अंतर पर होगे।

इसलिए प्रश्नानुसार(15-2) =13 minutes के अंतर से उक्त दिन ज्ञात होगा।

∵6 मिनट का अंतर 1 दिन मे होता है।

∴ 1 मिनट का अंतर $\frac{1}{6}$ दिन मे होगा।

∴ 13 मिनट का अंतर $\frac{1}{6} \times 13 = \frac{13}{6} =$ 2दिन 4 घंटा मे होगा।

(∵ बुद्धवार को दोपहर12;00 बजे से 2 दिन 4 घंटा बाद का समय = शुक्रवार को शाम 4 pm) Ans

(45) एक धडी प्रतिदिन 3 मिनट SLOW हो जाती हैं।तो बताएं कि घडी की सुई को प्रातःकाल 7बजे किस स्थान पर रखी जाए कि शाम 4 बजे सही समय बताए ?

∵ सुबह 7:00AM बजे से शाम 4:00 PM बजे तक कुल समय = 9 hours

∵ 24 घंटे मे 3 मिनट SLOW होती है।

∴ 1 घंटा मे $\frac{3}{24}$ मिनट SLOW होगी।

∴ 9 घंटा मे $\frac{3}{24} \times 9 = \frac{9}{8}$ मिनट SLOW होगी।

इसलिए सुबह 7: 00 बजे मिनट की सुई को $1\frac{1}{8}$मिनट के निशान पर रखा जाएगा तब शाम को 4 बजे सही बताएगी। Ans

(46) एक धडी 01-04-1995AD को सुबह 7:00 बजे 38 सेकेण्ड SLOW थी। तथा 31-08-1995 AD को प्रातःकाल 7:00 बजे 38 सेकेण्ड FAST हो गई तो बताए कि वह प्रतिदिन कितनी तेज / FAST चली ?

∵ 01-04-1995 AD **को सुबह** 7 **बजे** 38 **सेकेण्ड** SLOW **थी।**

+ 31-08-1995AD **को सुबह** 7 **बजे** 38 **सेकेण्ड** FAST **हो गई।**

कुल समय 152 दिन मे (slow + fast) का अंतर = (38+38) sec = 76 sec

∵ 152 दिनो मे 76 SECOND FAST चली।

∴ 1 दिन मे $\frac{76}{152}$ sec $= \frac{1}{2}$ SECOND FAST चलेगी।

अर्थात प्रतिदिन $\frac{1}{2}$ SECOND FAST चली। Ans

(47) एक धडी प्रतिदिन 10मिनट FAST हो जाती है। यदि उसे 15-01-1996 को ठिक कर दी गई तो बताए कि वह फिर कब ठिक समय देगी ?

∵ घडी प्रतिदिन 10 मिनट फास्ट हो जाती है। इसी तरह फास्ट होते होते (720-10) = 710 मिनट और फास्ट हो जाए तब सही समय बताएगी।

∵ 10 मिनट FAST 1 दिन मे होती है।

∴ 1 मिनट FAST $\frac{1}{10}$ दिनो मे होगी।

∴ 710 मिनट FAST $\frac{1}{10} \times 710 = 71$ दिनो मे होगी।

अर्थात 15-01-1996 AD से 71 दिनो बाद सही समय देगी। Ans

अर्थात JAN = (31-15) = 16 DAYS

FEB (LEAP YEAR) = 29

\+ MARCH = X SAY

TOTAL = (16+29+ X) = 71 DAYS

ie X+ 45 = 71 days ∴ X = 71 − 45 = 26 DAYS

अर्थात 26 मार्च 1996AD के बाद सही समय देंगी।

अर्थात 27 मार्च 1996AD को सही समय देंगी। Ans

(48) एक धडी 01-01-1996 AD को सुबह 7:00 AM बजे15 मिनट FAST थीं। और 11-01-1996 AD को उसी समय 15 मिनट SLOW हो गई। तो बताए कि उसमे कब सही समय प्रकट किया था। और पुनः फिर कब ठिक समय बताएगी ?

∵ 01-01-1996 AD **को सुबह 7 बजे** 15 **मिनट** FAST **थी।**

\+11-01-1996 AD **को सुबह 7 बजे**15 **मिनट** SLOW **हो गई।**

कुल समय10 दिनो मे (FAST + SLOW) का अंतर = (15+15) = 30 MINUTES.

∵ घडी 2 बार सही समय बतलाएगी। पहली बार उक्त दोनो तारिखो मे मध्य तथा दुसरी बाद दोनो तारिखो के बाद सही समय बताएगी।

(1) FAST समय का प्रयोग तब होता है जब दो तिथियां दी हुई रहती है। तथा उन्ही दो तिथियो के मध्य समय ज्ञात करना होता हैं।

(2) SLOW समय का प्रयोग तब होता है जब दोनो तिथियो के बाद का सही समय ज्ञात करना होता है।

According to first condition

∵ 10 दिनो मे 30 MINUTES की दुरी / अंतर / SLOW होती है।

∴ 1 दिन मे $\frac{30}{10}$ Minutes = 3 Minutes अंतर/ SLOW चलेगी।

∵ 3 मिनट SLOW 1 दिन मे होती है।

∴ 1मिनट SLOW $\frac{1}{3}$ दिनो मे होगी।

∴ 15 मिनटSLOW $\frac{1}{3} \times 15 = 5$ दिनो मे होगी।

अर्थात 1-01-1996 AD से 5 दिनो बाद सही समय देगी। Ans

According to Second condition

दुसरी स्थिति मे11-01-1996 को 15 मिनट SLOW हो गई हैं। यदि धीरे धीरे (720-15) =705 मिनट और स्लो हो जाए तो दुसरी बार सही समय बताएगी।

∵ 3 मिनट SLOW 1 दिन मे होती है।

∴ 1मिनट SLOW $\frac{1}{3}$ दिनो मे होगी।

∴ 705 मिनट SLOW $\frac{1}{3} \times 705 = 235$ दिनो मे होगी।

अर्थात 11-01-1996 AD से 235 दिनो बाद सही समय देगी। Ans

JAN (31-11)	= 20 DAYS
FEB – LY	= 29 DAYS
MARCH	= 31 DAYS
APRIL	= 30 DAYS
MAY	= 31 DAYS
JUNE	= 30 DAYS
JULY	= 31 DAYS
AUGUST	= 31 DAYS

TOTAL = 233 DAYS

SEPT + = X DAYS

ie 233+X = 235 DAYS

∴ X = 235−233 = 2 DAYS

ie 2 Sept 1996 AD के बाद अर्थात 3 सितम्बर 1996 को दुसरी बार ठिक समय बतागी। Ans

(49) एक धडी रविवार को सुबह 6:00 AM बजे ठिक कर दी गई। परंतु वह प्रति 6 मिनट मे 10 सेकेण्ड फास्ट हो जाती है। तो बताए कि जब उसमे उसी दिन शाम को 3:15 PM हुए हो तो उस समय ठिक समय कितना बज रहा था ?

∵ 6 मिनट मे 10 सेकेण्ड फास्ट होती है।

∴ 1 मिनट मे $\frac{10}{6}$ सेकेण्ड फास्ट होगी।

∴ 60 मिनट मे $\frac{10}{6} \times 60 = 100$ *seconds* $= \frac{100}{60} = \frac{5}{3}$ मिनट फास्ट होगी।

ie 1 घंटा मे $\frac{5}{3}$ मिनट फास्ट चलेगी।

∵ SUNसुबह 6:00AM बजे से शाम3:15 PM बजे तक कुल समय $= 9\frac{1}{4}$ hrs

∵ 1 घंटा मे $\frac{5}{3}$ मिनट फास्ट चलती है।

∴ $\frac{37}{4}$ घंटा मे $\frac{5}{3} \times \frac{37}{4} = \frac{185}{12}$ *minutes* = 15 मिनट 25 सेकेण्ड फास्ट होगी।

ie उस समय सही समय (3:15 PM - 15 *Min* 25 sec) = 2 : 59 : 35 PM Ans

(50) एक धडी बुद्धवार को सुबह 6:00 AM बजे 15 मिनट फास्ट थी। और अगामी मगलवार को शाम 6;00 PM बजे $8\frac{1}{2}$ मिनट फास्ट रह गई तो बताए कि वह प्रतिदिन कितना फास्ट चली ?

∵ बुद्धवार सुबह 6:00AM बजे से मंगलवार को शाम 6:00 PM बजे तक कुल समय $= 6\frac{1}{2}$ DAYS

∴ $6\frac{1}{2}$ दिनो मे कुल SLOW TIME $= (15 - 8\frac{1}{2}) = 6\frac{1}{2}$ MINUTES SLOW हुई।

∵ $6\frac{1}{2}$ दिनो मे $6\frac{1}{2}$ MINUTES SLOW हो जाती हैं।

∴ 1 दिन मे $6\frac{1}{2} \div 6\frac{1}{2}$ = 1 MINUTES SLOW हो जाएगी।

अर्थात प्रतिदिन 1 मिनट SLOW चली । Ans

(51) एक धडी 12-03-1995 AD को दोपहर 12:00 PM बजे 10 मिनट फास्ट थी। और अगामी 27-03-195 AD को दोपहर 12:00 PM बजे 20 मिनट स्लो हो गई तो बताए कि (a) वह प्रति धंटा कितना स्लो चली ? (b) 30-03-1995 AD को 6;00PM बजे कितना बजा होगा? (c) 01-04-1995 AD को उसमे किस समय 5:30:30AM हुआ? (d) किस वक्त उसने सही समय दिया होगा?

(51) (a) वह घडी प्रति धंटा कितना SLOW चली ?

∵ 12-03-1995AD को12:00 PM से 27-03-1995 AD को12:00 PM तक कुल समय = 15 days = 15×24 = 360 hours

15 दिनो मे कुल Fast / SLOW का योग (10+20) = 30 minutes slow

∵ 15 दिनो मे 30 MINUTES की दुरी / अंतर / SLOW होती है।

∴ 1 दिन मे $\frac{30}{15}$ Minutes = 2 Minutes अंतर / Slow चलेगी।

अर्थात 24 घंटा मे 2 मिनट Slow चली।

∴ 1 घंटा मे $\frac{2}{24}$ मिनट = 5 सेकेण्ड प्रतिघंटा SLOW चली। Ans

(51) (b) 30-03-1995 AD को 6:00PM बजे कितना बजा होगा?

∵ 27-03-1995AD को12:00 PM से 30-03-1995 AD को12:00 PM तक कुल समय = $3\frac{1}{4}$ days

∵ उक्त घडी प्रतिदिन 2 मिनट SLOW चलती है।

∴ $3\frac{1}{4}$ दिनो मे $\frac{13}{4} \times 2$ MINUTES = $\frac{13}{2}$ MINUTES SLOW चलेगी।

∵ उक्त घडी मे 27-03-1995AD को12:00 pm बजे 20 मिनट SLOW थीं।

इसलिए 30-03-1995AD तक कुल SLOW ($20+\frac{13}{2}$) = $26\frac{1}{2}$ minutes

30-03-1995 AD को 6:00PM बजे को

वास्तविक समय $(6:00:00-26min\ 30sec)$ = 5:33:30 pm Ans

(51) (c) 01-04-1995 AD को उसमे किस समय 5:30:30AM हुआ?

प्रश्नानुसार

∵ उक्त घडी मे 27-03-1995AD को12:00 pm बजे 20 मिनट SLOW थीं। अर्थात उस समय वास्तव मे 11:40 am हुआ होगा।

∴ 27-03-1995AD को 12:PM बजे से 01-04-1995 AD को 5:30:30 PM तक

कुल समय 4 DAYS 17 HOURS 50 $\frac{1}{2}$ SECONDS = $\frac{13661}{120}$ Hours.

∵ प्रश्नानुसार यह घडी 1 घंटा मे 5 सेकेण्ड स्लो चलती हैं।

∵ जब तक उक्त गलत घडी मे $\frac{719}{720}$ घंटा बताती है तो उस समय ठिक घडी मे 1घंटा।

∴ जब तक उक्त गलत घडी मे 1 घंटा बताती है तो उस समय ठिक घडी मे $1 \div \frac{719}{720}$ घंटा $= 1\times\frac{720}{719}=\frac{720}{719}$ hours

∴ जब तक उक्त गलत घडी मे $\frac{13661}{120}$ घंटा बताती है तो उस समय ठिक घडी मे $\frac{720}{719}\times\frac{13661}{120}$ = 114 hours

अर्थात उक्त घडी मे 27-03-1995AD को12:00 pm बजे से 114 घंटे बाद अर्थात 01-04-1995AD को सुबह 6:00 am बजेगा। Ans

(51) (d) किस वक्त उसने सही समय दिया होगा?

उक्त घडी मे 27-03-1995AD को 20 मिनट स्लो होने के कारण उसमे 12:00PM बजे के बजाए वास्तव मे 11:40 AM बज रहा था। यह प्रतिदिन 2 मिनट स्लो होते जा रही है। इस प्रकार धीरे धीरे स्लो होकर एक चक्कर अर्थात 12 घंटा = 720 मिनट और पीछे हो जाए तब ठिक समय देगी।

अर्थात गलत घडी(720-20) = 700 मिनट और स्लो हो जाए तब ठिक समय देगीं।

∵ 2 मिनट SLOW 1 दिन मे होती है।

∴ 1 मिनट Slow $\frac{1}{2}$ दिनो मे होगी।

∴ 700 मिनट Slow $\frac{1}{2} \times 700 = 350$ दिनो मे होगी।

अर्थात 27-03-1996 AD को दोपहर 12 बजे से 350 दिनो बाद सही समय देगी। अर्थात 10-03-1996 को दोपहर 12 बजे ठिक समय बताएगी। Ans

(52) दो घडियो मे रविवार को दोपहर 12 बजे एक साथ सही समय दिखा रही थी। उसमे से एक धडी प्रतिदिन 5 मिनट स्लो चलती हैं। तथा दुसरी घडी 4 मिनट फास्ट चलती है। तो बताऐ कि तेज चलने वाली घडी सुस्त चलने वाली धडी से कब 5 मिनट आगे हो जाएगी। और प्रत्येक घडी मे उस समय क्या होगा?

∵ 1 दिन मे एक दुसरे से $(5+4) = 9$ Minutes की आगे होती है।

∵ 9 मिनट आगे 1 दिन मे होती है।

∴ 1 मिनट आगे $\frac{1}{9}$ दिनो मे होगी।

∴ 5 मिनट आगे $\frac{1}{9} \times 5 = \frac{5}{9}$ दिनो = 13 hours 20 minutes मे होगी।

अर्थात रविवार दोपहर 12 बजे से 13hours 20 minutes बाद सही समय देगी। अर्थात सोमवार अर्द्धरात्री 1: 20 AM Ans

SLOW घडी $\frac{5}{9}$ दिनो मे कुल $\frac{5}{9} \times 5 = \frac{25}{9}$ मिनट स्लो चलेगी। इसलिए स्लो घडी मे वास्तविक समय = (1:20 AM − $\frac{25}{9}$ *MINUTES*) = 1; 17$\frac{2}{9}$ am Ans

FAST घडी $\frac{5}{9}$ दिनो मे कुल $\frac{5}{9} \times 4 = \frac{20}{9}$ मिनट फास्ट चलेगी। इसलिए फास्ट घडी मे REAL TIME= (1:20 AM + $\frac{20}{9}$ *MINUTES*) = 1: 22$\frac{2}{9}$ am Ans

(53) एक धडी प्रतिदिन 2 मिनट स्लो हो जाती हैं। सोमवार को सुबह 7:00 AM बजे उसे ठिक कर दी गई तो बताए कि (a) मंगलवार को सुबह 7:00 AM बजे क्या समय बताएगी? (b) जब मंगलवार को सुबह 7:00AM बजे तो उसमे ठिक समय क्या होगा? (c) कब वह ठिक समय देगी?

(a) सोमवार सुबह 7 बजे से मंगलवार सुबह 7 बजे तक कुल समय = 24 hours = 1 day

∵ 1दिन मे 2 मिनट SLOW चलती है। इसलिए मंगलवार को सुबह 7 बजे के बदले समय (7:00:00 – 00:02:00) = 6:58:00 AM Ans

(b) मंगलवार को 7 बजे वास्तविक समय = ($7:2\frac{2}{719}$) AM Ans

(c) ∵ घडी प्रतिदिन 2 मिनट स्लो चलती है। यदि 720-2 = 718 मिनट और SLOW हो जाए तब सही समय बतलाएगी।

∵ 2 मिनट Slow 1 दिन मे होती है।

∴ 1 मिनट Slow $\frac{1}{2}$ दिनो मे होगी।

∴ 718 मिनट Slow $\frac{1}{2} \times 718 = 359$ दिनो मे होगी।

उक्त दिन से 359 दिनो बाद ie 360 वां दिन सही समय बतलाएगी। **Ans**

(54) दो घडियो मे दोपहर को 12 बजे है। उसमे से एक धडी प्रतिदिन 40 सेकेण्ड फास्ट चलती हैं। तथा दुसरी घडी प्रतिदिन 50 सेकेण्ड स्लो चलती है। तो बताऐ कि

(a) कितने समय मे पहली घडी, दुसरी घडी से 16 मिनट आगे होगी?

(b) तब उस समय दोनो घडियो मे क्या समय होगे?

(c) जब पहली घडी मे दूसरी दिन 3 बजेगे तब ठिक समय क्या होगा?

(a) एक घडी दुसरे से 1 दिन मे (40+50) = 90 seconds = 1.5 minutes

की दूरी या अंतर या आगे होती है।

∵ 1.5 मिनट आगे 1 दिन मे होती है।

∴ 1 मिनट आगे $\frac{1}{1.5}$ दिनो मे होगी।

∴ 16 मिनट आगे $\frac{1}{1.5} \times 16 = \frac{32}{3}$ दिनो = 10 days 16 hours मे होगी।

अर्थात उक्त समय से 10 दिन 16 घटे बाद Ans

(b) ∵ FAST घडी $\frac{32}{3}$ दिनो मे कुल $\frac{32}{3} \times 40 = \frac{1280}{3\times60} = \frac{64}{9}$ मिनट फास्ट चलेगी। इसलिए फास्ट घडी मे 10 दिन बाद REAL TIME = (12:00 PM +16 hours+ $\frac{64}{9}$ *MINUTES*) = $4:07:06\frac{4}{9}$ am Ans

∵ Slow घडी $\frac{32}{3}$ दिनो मे कुल $\frac{32}{3} \times 50 = \frac{1600}{3\times60} = \frac{80}{9}$ मिनट स्लो चलेगी। इसलिए स्लो घडी मे 10 दिन बाद REAL TIME = (12:00 PM +16 hours− $\frac{80}{9}$ $MINUTES$) = 3: 51: 06 $\frac{4}{9}$ am Ans

(c) दोपहर 12 बजे से दूसरे दिन 3 बजे तक कुल समय = 27 hours

∵ पहली घडी फास्ट चलती है। जब फास्ट घडी 24 घंटा 40 सेकेण्ड = ($\frac{2161}{90}$ hrs) लेगी तब वास्तविक घडी मे 24 घंटा अर्थात 1 दिन होता हैं।

∵ ($\frac{2161}{90}$ hrs) लेगी तब वास्तविक घडी मे 24 घंटा अर्थात 1 दिन होता हैं।

∴ 1 घंटा लेगी तब वास्तविक घडी मे $1 \div \frac{2161}{90} = \frac{90}{2161}$ दिन होगा।

∴ 27 घंटा लेती तब वास्तविक घडी मे $\frac{\mathbf{90}}{\mathbf{2161}} \times 17 = \frac{2430}{2161}$ दिन होगा।

ie = $\frac{2430}{2161} days = 1 day\ 2 hour\ 59\ \frac{541}{2161}\ seconds$

जब पहली घडी मे दुसरे दिन 3बजेगें तब सही समय = 2:59 $\frac{541}{2161}$ pm Ans

(55) किसी घडी मे 3-4 बजे के बीच दोनो सुईयो के मध्य कब 3 मिनट या निशान की दूरी पर होगी?

इसमे दो स्थिति ऐसे होगें जब उनके बीच की दूरी 3 मिनट की होगीं।

पहली वार घंटे की सुई से मिलने से पूर्व जब मिनट की सुई 12 बजे के निशान से बढते हुए (15-3) = 12 मिनट की अधिक दुरी तय करने के बाद।

जब घंटे और मिनट के सुई के बीच 3 मिनट या निशान का अंतर होगा। तब उनके बीच मिनट की सुई द्वारा बनाया गया केन्द्रीय कोण = (Minutes × α) = 3×6 = 18°

प्रश्नानुसार पहली बार 3-4 बजे के मध्य 3 मिनट की दुरी पर होने का समय

TIME = $\left|\frac{\mathbf{60H-2\alpha}}{\mathbf{11}}\right|$ **+VE** MOD VALUE

H = Hour Hand = 3

Angle = $\alpha°$ = 18° (60, 11, 2 CONSTANT)

TIME = $\left|\frac{60H-2\alpha}{11}\right| = \frac{60\times3-2\times18}{11} = \frac{180-36}{11} = \frac{144}{11} = 13\frac{1}{11}\ M$ Ans

अर्थात पहली वार 3 बजकर $13\frac{1}{11}$ मिनट पर 3 मिनट की दुरी पर होगा।

दुसरी बार जब मिनट की सुई घंटे की सुई से मिलने के बाद घंटे की सुई से आगे निकल जाएगी तब दुसरी बार दोनो के बीच 3 मिनट की दुरी पर होने का समय निम्नलिखित होगा।

TIME = $\left|\frac{60H+2\alpha}{11}\right|$ +VE Mod Value

H = Hours Hand = 3 , Angle = $\alpha°$ = 18° (60, 11, 2 CONSTANT)

TIME = $\left|\frac{60H+2\alpha}{11}\right| = \frac{60\times3+2\times18}{11} = \frac{180+36}{11} = \frac{216}{11} = 19\frac{7}{11}\ M$ Ans

ie दुसरी वार 3 बजकर $19\frac{7}{11}$ मिनट पर 3 मिनट की दुरी पर होगा। Ans

(56) किसी घडी मे 2-3 बजे के बीच दोनो सुईयो के मध्य कब 5 मिनट की दूरी पर होगी?

इसमे दो ऐसी स्थिति होगें जब उनके बीच की दुरी 5 मिनट की होगीं।

जब घंटे और मिनट के सुई के बीच 5 मिनट या निशान का अंतर होगा। तब उनके बीच मिनट की सुई द्वारा बनाया गया केन्द्रीय कोण = (Minutes × α)° = 5×6 = 30°

प्रश्नानुसार पहली बार 2-3 बजे के मध्य 5 मिनट की दुरी पर होने का समय

TIME = $\left|\frac{60H\pm2\alpha}{11}\right|$ +VE MOD VALUE

H = HOUR HAND = *2-3 ANGLE = $\alpha°$ = 30°

(60, 11, 2 CONSTANT)

TIME= $\left|\frac{60H\pm 2\alpha}{11}\right| = \frac{60\times *2-2\times 30}{11} = \frac{120-60}{11} = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}\ M$ Ans

अर्थात पहली वार 2 बजकर $5\frac{5}{11}$ मिनट पर 5 मिनट की दुरी पर होगा।

दुसरी बार जब मिनट की सुई घंटे की सुई से मिलने के बाद घंटे की सुई से आगे निकल जाएगी तब दुसरी बार दोनो के बीच 5 मिनट की दुरी पर होने का समय निम्नलिखित होगा।

5 मिनट मे बनाया गया केन्द्रीय कोण = (Minutes × α) = 5×6 = 30°

TIME = $\left|\frac{60H+ 2\alpha}{11}\right|$ +VE MOD VALUE

H = Hour hand = *2-3 , Angle = $\alpha°$ = 30° (60, 11, 2 Constant)

TIME= $\left|\frac{60H+2\alpha}{11}\right| = \frac{60\times 2+2\times 30}{11} = \frac{120+60}{11} = \frac{180}{11} = 16\frac{4}{11}\ M$ Ans

दुसरी वार 2 बजकर $16\frac{4}{11}$ मिनट पर 5 मिनट की दुरी पर होगा। Ans

(57) किसी घडी मे 3-4 बजे के बीच दोनो सुईयो के मध्य कब 17 मिनट की दूरी पर होगी?

इसमे दो ऐसी स्थिति होगें जब उनके बीच की दुरी 17 मिनट की होगीं।

जब घंटे और मिनट के सुई के बीच 17 मिनट या निशान का अंतर होगा। तब उनके बीच मिनट की सुई द्वारा बनाया गया केन्द्रीय कोण = (Minutes × α) = 17×6 = 102°

प्रश्नानुसार पहली बार 3-4 बजे के मध्य17मिनट की दुरी पर होने का समय

TIME = $\left|\frac{60H\pm 2\alpha}{11}\right|$ +VE Mod Value

H = Hour Hand = *3 - 4 , Angle = $\alpha°$ = 102 °

(60, 11, 2 CONSTANT)

TIME = $\left|\frac{60H \pm 2\alpha}{11}\right| = \left|\frac{60\times3-2\times102}{11}\right| = \left|\frac{180-204}{11}\right| = \left|\frac{-24}{11}\right| = 2\frac{2}{11}$ M Ans

अर्थात पहली वार 3 बजकर $2\frac{2}{11}$ मिनट पर 17 मिनट की दुरी पर होगा।

दुसरी बार जब मिनट की सुई घंटे की सुई से मिलने के बाद घंटे की सुई से आगे निकल जाएगी तब दुसरी बार दोनो के बीच 17 मिनट की दुरी पर होने का समय निम्नलिखित होगा। 17 मिनट मे बनाया गया केन्द्रीय कोण = (Minutes × α) = 17×6 = 102°

TIME = $\left|\frac{60H+2\alpha}{11}\right|$ +VE Mod value

H = Hours Hand = *3-4 , Angle = $\alpha°$ = 102° (60, 11, 2 Constant)

TIME= $\left|\frac{60H+2\alpha}{11}\right| = \frac{60\times3+2\times102}{11} = \frac{180+204}{11} = \frac{384}{11} = 34\frac{10}{11}$ M Ans

दुसरी वार 3 बजकर $34\frac{10}{11}$ मिनट पर 17 मिनट की दुरी पर होगा। Ans

(58) किसी घडी मे मिनट की सुई 2 घंटा 10 मिनट की दूरी तय करती है तब कितने डिग्री का केन्द्रीय कोण बनाएगी ?

2 hours 10minutes = 130 minutes

∵ मिनट वाली सुई 1 मिनट मे 6 डिग्री का कोण बनाती हैं।

∴ मिनट वाली सुई 130 मिनट मे 6×130 = 780 डिग्री का कोण बनाएगी।

(59) किसी 12 बार बजने मे 44 सेकेण्ड का समय लेती है तो 7 बार बजने मे कितना समय लेगी ?

∵ घडी के 12 बार बजने मे कुल समय अंतराल = (N−1)

∴ घडी के 12 बार बजने मे कुल समय अंतराल = 12−1 = 11

∵11 अंतराल बजने मे कुल समय 44 सेकेण्ड लेती हैं।

∴ 1 अंतराल बजने मे कुल समय $44 \div 11 = 4$ सेकेण्ड लेगी।

∴ 7 अंतराल बजने मे कुल समय $4 \times (n-1) = 4 \times (7-1) = 24$ Sec लेगी।

(60) एक घडी मे 1बजे 1 बार टयून बजती है। 2 बजे 2 बार तीन बजे 3 बार टयून इत्यादि बजती है। अर्थात जितना समय होता है घंडी की टयून भी उतनी ही बार बजती हैं। तो बताए कि 24 घंटे मे कितनी बार टयून बजेगी?

12 घंटे मे कुल टयून = (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12) N=12

$$= \frac{N(N+1)}{2}$$

$$= \frac{12(12+1)}{2}$$

$$= \frac{12 \times 13}{2}$$

= 78 बार

24 घंटे मे कुल टयून = $2 \times 78 = 156$ बार Ans

(61) घडी मे सुईयों की ऐसी कितनी सापेक्ष स्थितियां होगी जिसमे 12 घंटे की एक परिक्रमा के दौरान सुईयां आपस मे स्थान बदल सकेंगी?

किसी घडी मे सुईयो की स्थिति परिवर्तत तभी संभव है जब सुईयो के बीच $\frac{60}{13}$ मिनट या इसके गुणज की दुरी हो। $\frac{60}{13}$ मिनट की दूरी घंटे की सुई द्वारा तय की गई दुरी हैं। साथ ही यह दुरी घंटे की सुई तब चलती है जब दोनो सुईयां एक चक्कर पुरा करती हैं। घंटे की सुई 60 मिनट का निशान पार करने मे 12 धटे का समय लेती हैं।

∵ घडी मे घंटे की सुई $\frac{60}{13}$ मिनट की निशान पर करने पर 1 बार स्थान परिवर्तन होता है।

∴ घडी मे घंटे की सुई 1 मिनट की निशान पर करने पर $1 \div \frac{60}{13} = \frac{13}{60}$ बार स्थान परिवर्तन होगा।

∴ घडी मे घंटे की सुई 60 मिनट की निशान पर करने पर $\frac{13}{60} \times 60 = 13$ बार स्थान परिवर्तन होगा। अतः12 घंटे की एक चक्कर लगाने मे 13 बार सुईयां आपस मे स्थान बदलेगी। Ans

(62) एक धडी 10-04-1990 AD को सुबह 7:00 AM बजे15 मिनट SLOW रखी गई थीं। परंतु वह प्रतिदिन कुछ फास्ट हो जाती थी। इस प्रकार वह 17-05-1990 AD को सुबह 11 बजे 7 मिनट फास्ट हो गई तो बताए कि उसमे कब सही समय प्रकट किया था।

$\because$ 10-04-1990 AD **को सुबह 7 बजे** 15 **मिनट** SLOW **थी।**

+17-05-1990 AD **को सुबह**11 **बजे** 7 **मिनट** FAST **हो गई।**

कुल समय = 37 दिन 4 घंटा

इतने समय मे (SLOW+FAST) का अंतर = (15+7) = 22 MINUTES.

प्रारंभ मे 15 मिनट स्लो रखी गई थी। धीरे धीरे स्लो से 15 मिनट फास्ट हो जाए तब सही समय बताएगी।

$\because$ 22 मिनट FAST $37\frac{1}{6}=\frac{223}{6}$ दिन मे होती है।

$\therefore$ 1 मिनट FAST $\frac{223}{6\times22}$ दिनो मे होगी।

$\therefore$ 15 मिनट FAST $\frac{223}{132}\times 15 = \frac{1115}{132}$ दिनो मे होगी।

अर्थात 10-04-1990 AD से $\frac{1115}{132}$ दिन बाद अर्थात

10-04-1990AD + 25 DAYS 8 HOURS 10 MINUTES $54\frac{6}{11}$ *SECONDS*बाद
ie 05-05-1990 AD को शाम 3:10: $54\frac{6}{11}$ pm Ans

(63) दो धडियों मे रविार को 7:00 AM बजे दोनो मे एक ही समय हो रहा था। सोमवार को सुबह मे एक घडी मे 8:50 AM तथा दुसरे मे 9:00 AM बज रहा था। तो बताए कि फास्ट घडी को कितना मिनट स्लो कर दिया जाए तथा स्लो को कितना मिनट फास्ट कर दिया जाए कि शाम को दोनो घडियो मे एक साथ 7:00PM बजे ?

(1) FAST घडी को $13\frac{20}{31}$ मिनट Slow करना होगा। Ans

(2) SLOW घडी को $13\frac{11}{31}$ मिनट Fast करना होगा। Ans

(64) एक घडी सुबह 7: 00 AM बजे ठिक कर दी गई परंतु सांयकाल ठिक 7:00PM बजे 6:48 PM हुआ था। तो बताऐ कि उसमे 7:00 PM बजेगाा तो ठिक समय क्या होगा?

Correct Time : $7:12\frac{12}{59}$ pm Ans

(65) A, B, C तीन घडियां अपनी अपनी नियत चाल से चलती हैं। A घडी रविवार को दोपहर 12 बजे 1 मिनट स्लो थी। B घडी रविवार को दोपहर 12 बजे 2 मिनट स्लो तथा C घडी रविवार को दोपहर 12 बजे 1 मिनट फास्ट थी। सोमवार को शाम 8:00PM बजे B घडी 1 मिनट फास्ट तथा C घडी 3 मिनट स्लो थी। मंगलवार सुबह 8 बजे A घडी $2\frac{3}{8}$ मिनट B घडी से आगे थी। तो बताए कि A एवं C घडी कब दोनो एक समान समय प्रकट करेंगी?

Ans रविवार का शाम 8 बजे दोनो घडियो मे एक समान समय होगा।

(66) जब ठिक समय 2 बजकर 59 मिनट है तब एक गलत घडी मे 3 बजती है। और जब ठिक समय 4 बजकर 30 सेकेण्ड है तब गलत घडी 4 बजाती है। तो बताए कि यदि 4 और 5 बजे के बीच मे सुईयां एक साथ हो तो उस समय ठिक समय क्या था?

Ans; 4 बजकर $22\frac{19}{22}$ मिनट

(67) एक घडी मे रात्री के 1 बजे 5 मिनट स्लो थी। तो बताए कि 1 बजे रात्री के बाद कब परस्पर 5 बार मिलेगे और उस बक्त ठिक समय क्या होगा? यदि वह प्रतिदिन 24 मिनट फास्ट चलती हैं।

Ans; 5 बजकर $27\frac{543}{671}$ मिनट

(68) एक व्यक्ति सैलून मे सेविग करा रहा था। उसने सामने दर्पण मे घडी देखा जिसमे 6:30 बज रहा था। तो बताए कि उस समय वास्तव मे कितना समय हो रहा था ?

वास्तविक समय = (12 – दर्पण का समय) 12 constant

= (12 – 6:30)

= 5:30 Ans

(2.1) LOG & ANTI LOGARITHMS (लघुगणक एवं प्रतिलघुगणक)

इस अध्याय के अंतर्गत हम लघुगणक तथा प्रतिलघुगणक के सम्बन्ध मे अध्ययन करेंगे। लघुगणक तथा प्रतिलघुगणक क्या है? इसकी उपयोगिता क्या है? बहुत सारे सवाल है जिसके बारे मे जानना अति आवश्यक है। यदि इसका आविष्कार नही हुआ होता तो आज गणित के जटिल से जटिल सवालो का हल करना आसान नही होता। इसके आविष्कार से गणित के क्षेत्र मे एक क्रांति आ गई। गणित सुगम हो गया। गणित के क्षेत्र मे LOG & ANTI LOGARITHMS के आविष्कार के बाद चार चांद लग गए।

लघुगणक (LOGARITHMS) ;- LOGARITHM का आविष्कार स्कौटलैण्ड के गणितज्ञ जौन नैपियर ने सन् 1614 ईस्वी मे किया था। LOGARITHM को संक्षेप मे Log के नाम से जाना जाता है। गणित की जटिल क्रियाओं के CALCULATION मे लघुगणक का महत्वपूर्ण योगदान होता है। इसे सामान्य लघुगणक कहा जाता है। सामान्य लघुगणक का आधार हमेशा 10 होता है।

(1) परिभाषाः- यदि किसी वास्तविक धनात्मक संख्या a $(a > 0)$ के लिए $a^m = b$ हो तो हम m को a आधार पर b लघुगणक कहते हैं। अर्थात $\text{Log } a^b = m$ लघुगणक किसी भी आधार के संदर्भ मे लिया जा सकता है।

(2) परिभाषाः- यदि a , x और N तीन संख्याए इस प्रकार की हो $(a > 0)$, $a \neq 1$, $N > 0$

$a^X = N$ -- (1)

तो इन तीनो संख्याओं मे हम इस प्रकार संबन्ध स्थापित करते हैं।

$X = \text{Log } a^N$ ---------------------------------- (2)

यहां x को a आधार पर N का लघुगणक कहा जाता हैं। समीकरण (1) और (2) से स्पष्ट है कि एक का संबन्ध से दुसरे के संबन्ध को प्राप्त किया जा सकता हैं।

(1) $10^2 = 100$ $\quad \therefore \log 10^{100} = 2$

(2) $5^1 = 5$ $\quad \therefore \log 5^5 = 1$

(3) $10^{-1} = .1$ $\quad \therefore \log 10^{.1} = -1$

(4) $100^1 = 100$ $\quad \therefore \log 100^{100} = 1$

लघुगणक से सम्बन्धित महत्वपूर्ण फरमूला निम्नलिखित हैं।

(1) Log $a^{(m\times n)}$ = Log a^m + Log a^n

(2) Log $a^{(\frac{m}{n})}$ = Log a^m − Log a^n

(3) Log a m^n = nLog a^m

(4) Log a^1 = 0 (5) Log a^a = 1

(6) Log b^a = $\frac{1}{loga^b}$

(7) Log a^km = $\frac{loga^m}{k}$

(8) Log b^a = $\frac{loge^a}{loge^b}$ = Log $b^e \times$ Loge^a

(9) Log a^{mb^n} = $\frac{n}{m}$Loga^b (m≠0)

लघुगणक की विशेष स्थितियां

(1) यदि आधार एक अशून्य (NOT ZERO) परिमित राशी हो तो 1 का लघुगणक हमेशा शून्य (ZERO) होता हैं। a^0= 1 (where a ≠ 0)

∴ Log a^1 = 0 (∵ Log 1= 0 most important)

(2) साबित करें कि Log 1= 0

∵ $\frac{x}{x}$ = 1 दोनो तरफ Log लेने पर

अर्थात Log ($\frac{x}{x}$) = Log1

Log x − Log x = Log1

0 = Log1

अर्थात Log1= 0 proved

(3) किसी संख्या का लघुगणक जिसका आधार वही हो तो उस संख्या के लघुगणक का मान हमेशा 1 होता है। अर्थात संख्या और आधार एक समान हो तो उसका लघुगणक का मान हमेशा 1 होगा। जैसे

$\text{Log}\, a^{a} = 1$

$\text{Log}\, \text{b}^{\text{b}} = 1$

$\text{Log}\, \text{c}^{\text{c}} = 1$

$\text{Log}\, \text{N}^{\text{N}} = 1$

ie. $\text{Log}10^{10} = 1$

ie. $\text{Log}100^{100} = 1$

ie. $\text{Log}200^{200} = 1$ and so on -------------------

(4) यदि $a >$ b तथा $b >$ c हो तो

$\text{Log}\, a^{b} > \text{Log}\, \text{a}^{\text{c}}$ जिसमे $\text{Log}10^{b} > \text{Log}\, 10^{\text{c}}$

(5) यदि $0 < a < 1$ तथा $b <$ c हो तो

$\text{Log}\, a^{b} < \text{Log}\, \text{a}^{\text{c}}$

लघुगणक के गुणधर्म

(1) किसी आधार पर दो या दो से अधिक संख्याओ का गुणफल उसी आधार पर दो या दो से अधिक संख्याओं के अलग अलग लघुगणकों के योगफल के बराबर होता हैं।

(1) $\text{Log}\, a^{(m\times n)} = \text{Log}\, a^{m} + \text{Log}\, a^{n}$

$\text{Log}\, a^{(m\times n)} = \text{x}$
$\text{Log}\, a^{m} = \text{y}$ ⎬ माना
$\text{Log}\, a^{n} = \text{z}$

$\therefore a^{x} = \text{m}\times\text{n}$

$\therefore a^{y} = \text{m}$

$\therefore a^z = n$

अर्थात $a^x = m \times n$

$a^x = a^y \times a^z$

$a^x = a^{y+z}$

$\therefore x = y+z$

अर्थात $\text{Log}\, a^{(m\times n)} = \text{Log}\, a^m + \text{Log}\, a^n$

a के स्थान पर 10 मान रखने पर

$\text{Log}\, 10^{(m\times n)} = \text{Log}\, 10^m + \text{Log}\, 10^n$ proved

(2) किसी भी आधार पर दो संख्याओ के भागफल का लघुगणक उसी आधार पर अंश तथा हर के लघुगणकों के अंतर के बराबर होता हैं।

$\text{Log a}\left(\frac{m}{n}\right) = \text{Log}a^m - \text{Log}a^n$ (log का आधार a है।)

Proof : $\text{Log a}\left(\frac{m}{n}\right) = x$ — माना — $\therefore a^x = \frac{m}{n}$

$\therefore \text{Log}a^m = y$ — $\therefore a^y = m$

$\therefore \text{Log}a^n = z$ — $\therefore a^z = n$

$\therefore a^x = \frac{m}{n}$

$a^x = \frac{a^y}{a^z}$

$a^x = a^{y-z}$

$\text{Log a}\left(\frac{m}{n}\right) = \text{Log}a^m - \text{Log}a^n$

a के स्थान पर 10 मान रखने पर

$\text{Log } 10\left(\frac{m}{n}\right) = \text{Log}10^m - \text{Log}10^n$ proved

(3) किसी आधार पर किसी संख्या के घात का लघुगणक उसी आधार पर उसी संख्या के लघुगण और घातांक के गुणनफल के बराबर होता हैं।

$\text{Log}_a m^n = n \text{ Log}_a{}^{m}$

Proof :

$\text{Log}_a m^n = x$ माना $\quad \therefore a^x = m^n$

$\text{Log}_a{}^{m} = y$ माना $\quad \therefore a^y = m$

➡ $\therefore a^x = m^n$

ie $a^x = (a^y)^n$, ($m = a^y$ मान रखने पर)

ie $a^x = a^{yn}$

ie $x = yn$

$\text{Log}_a m^n = n \text{ Log}_a{}^{m}$ And

$\text{Log}_a m^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \text{Log}_a{}^{m}$ proved

(4) किसी संख्या N को हम दो प्रकार से लिख सकते है।

(1) घातांक / POWER / INDEX / EXPONENT के रूप मे

(2) Log के रूप मे

N = 25

↓ Power / index

$N = 25 = 5^2$

↑ Base

N ↓

$\text{Log}5^{25} = 2$

↑ Base ↑ Power

ie $Log_a^N = x$ ⇔ (implies) $N = a^x$
$N > 0$
$a > 0$
$a \neq 1$ Most important

Example (1)

$Log_{\sqrt{2}}2^2 = ?$

$Log_{\sqrt{2}}2^2 = x$ say

$\therefore \sqrt{2}^x = 2$

ie$(2)^{\frac{x}{2}} = 2$

ie $(2)^{\frac{x}{2}} = 2^1$

ie $\frac{x}{2} = 1$

$\therefore x = 2$ Ans

(2) $Log_2^{\sqrt{2}} = ?$

$Log_2^{\sqrt{2}} = x$ say

$\therefore 2^x = \sqrt{2}$

ie $2^x = 2^{1/2}$

ie $x = ½$ Ans

(यदि आधार / Base बराबर हो तो घातांक / Power भी बराबर होगें)

(2) $Log_3^{9\sqrt{3}} = ?$

$Log_3 9\sqrt{3} = x$ say

$\therefore 3^x = 9\sqrt{3}$

ie $3^x = 9\times\sqrt{3}$

ie $3^x = 9\times(3)^{\frac{1}{2}}$

ie $3^x = 3^2\times3^{1/2}$

ie $3^x = 3^{(2+\frac{1}{2})}$

ie $3^x = 3^{5/2}$

ie $x = 5/2$ Ans

(4) $\text{Log}5^{1/\sqrt{5}} = ?$

$\text{Log}5^{1/\sqrt{5}} = x$ say

$\therefore 5^x = \frac{1}{\sqrt{5}}$

ie $5^x = \frac{1}{5^{1/2}}$

ie $5^x = 5^{-(\frac{1}{2})}$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ Ans

(यदि आधार / Base बराबर हो तो घातांक /Power भी बराबर होगें)

(5) $\text{Log}3^{\sqrt[3]{3}} = ?$

$\text{Log}3\sqrt[3]{3} = x$ say

$\therefore 3^x = \sqrt[3]{3}$

ie $3^x = 3^{1/3}$

ie $x = 1/3$ Ans

(6) $\text{Log}_{(\text{cosec}30^\circ)}{}^{\cos60} = ?$

$\text{Log}_{(\text{cosec}30^\circ)}{}^{\cos60} = x$ say

ie $(\text{cosec}30^\circ)^x = \cos60$

ie $2^x = \frac{1}{2}$

ie $2^x = 2^{-1}$

ie x = -1 Ans

(7) Log$\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{4}{3}}$ =?

Log $(4/3)^{4/3}$ = x say

ie$(4/3)^x$ = 4/3

ie $\left(\frac{4}{3}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^1$

∴ x = 1 Ans

(8) Log $\left(\frac{3}{4}\right)^{4/3}$ =?

Log $(3/4)^{4/3}$ = x say

ie $(3/4)^x$ = 4/3

ie $(3/4)^x = (3/4)^{-1}$

ie x = -1 Ans

Most important Rule

(9) LogN^N= 1

Were N > 0 , N≠ 1

(10) Log $N^{1/N}$= -1

Were N > 0 , N≠ 1

(11) Log N^1= 0

Were N > 0 , N ≠ 1

(12) Log 2^{-4} = ND (Not Defined)

Were N > 0 , N ≠ 1

(13) Log 2^0 = $-\infty$

$\Leftrightarrow 2^{-\infty} = \frac{1}{2^{\infty}} = 0$

(14) Log $1/2^0$ = $+\infty$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}^{\infty} = 0$

(15) Log 1^5 = ?

Log 1^5 = X SAY

$\therefore 1^x = 5$

$\therefore$ X = ND (NOT DEFINED)

(यहां X = ND क्योंकि 1 के पावर कितना रखा जाए कि वह 5 के बराबर हो। यहां X का कोई ऐसा मान नही होगा जो 5 के बराबर हो)

(16) Log 0^5 = ?

Log 0^5 = X SAY

$\therefore 0^x = 5$

$\therefore$ X = ND (NOT DEFINED)

(यहां X= ND क्योंकि 0 के पावर कितना रखा जाएकि वह 5 के बराबर हो । यहां X का कोई ऐसा मान नही होगा जो 5 के बराबर हो)

(17) Log $(-2)^{32}$ = ?

Log $(-2)^{32}$ = X Say

$\therefore -2^x = 32$

$\therefore -2^x = 2^5$ Here base is not equall ($-2 \neq 2$)

$\therefore$ X = ND (NOT DEFINED)

(18) Log 1^1 = ?

Log 1^1 = X SAY

$\therefore 1^x = 1^{(0,1,2,3,-------)}$

$\therefore$ X = ND (NOT DEFINED)

(यहां X का मान एक से अधिक संभव है इसलिए X = ND होगा)

(19) $\text{Log}\ 5^{(X-3)}$ = ?

$5^{(X-3)} > 0$

$\therefore X > 3$

(यहां X का मान 3 से बडा रखने पर Log Defined होगा)

(20) $\text{Log}\ 3^{(4-5x)}$ = ?

N , (4- 5X) > 0

$\therefore X < \frac{4}{5}$

(21) $\text{Log}\ 1/3^{\ (9\sqrt{3})}$ = ?

$\text{Log}\ 1/3^{\ (9\sqrt{3})} = X$ SAY

$\therefore 1/3^X = 9\sqrt{3}$

ie $1/3^X = 3^2 \times 3^{1/2}$

ie $1/3^X = 3^{(2+1/2)}$

ie $3^{-X} = 3^{5/2}$

ie $X = -\frac{5}{2}$ Ans

(22) $\text{Log}\ Tan20^{Tan70}$ =?

$\text{Log}\ tan20^{tan70}$ = X Say $\therefore tan20^X = \frac{1}{tan20}$

$\therefore Tan20^X$ = Tan 70

$\therefore Tan20^X = \frac{1}{tan20}$ $\because$ Tan (90-20) = cot20 = 1/ tan20

$ie\ Tan20^X = Tan20^{-1}$

ie X = -1 ANS

(23) Log $(2-\sqrt{3})^{(2+\sqrt{3})}$ = ?

Log $(2-\sqrt{3})^{(2+\sqrt{3})}$ = X Say

ie $(2-\sqrt{3})^X = (2+\sqrt{3})$

ie $(2-\sqrt{3})^X = \frac{2+\sqrt{3}}{1} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ (प्रमेयीकरण करने पर)

ie $(2-\sqrt{3})^X = \frac{4-3}{2-\sqrt{3}}$

ie $(2-\sqrt{3})^X = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$

ie $(2-\sqrt{3})^X = (2-\sqrt{3})^{-1}$

ie X = −1 Ans

(24) Log $10^{(0.9)}$ = ?

Log $10^{(0.9)}$ = X Say

ie $(10)^X = (0.9)$

ie x = 9/10 Ans

(25) $\frac{2}{3}$ Log $(3/2)^{1/7}$ = ?

ie Log $(\frac{2}{3})^{(\frac{3}{2})^{1/7}}$

ie Log $(\frac{2}{3})^{(\frac{2}{3})^{-1/7}}$

ie – 1/7 Log $(\frac{2}{3})^{(\frac{2}{3})}$

ie $(-\frac{1}{7}) \times 1$

$= -\frac{1}{7}$ Ans

(26) $\log_5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}}}$---------------------------- ∞ =?

$\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}}}}$---------------------------- ∞ = x say

Squaring both sides

$(\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}}}}$---------------------------- ∞ $)^2 = (x)^2$

ie $5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}}}$---------------------------- ∞ $= x^2$

ie $x^2 = 5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}}}$---------------------------- ∞

x

ie $x^2 = 5x$

ie $x^2 - 5x = 0$

ie $x(x - 5) = 0$

ie x = 0 , Rejected value

ie $(x - 5) = 0$

ie x = 5

ie ➡ $\log_5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}}}$---------------------------- ∞

ie $\log_5{}^{x}$

ie $\log_5 5 = 1$ Ans

(27) $\log_{10}(a^2 - 15a) = 2$ Find the value of a

ie $10^2 = a^2 - 15a$

ie $a^2 - 15a = 100$

ie $a^2 - 15a - 100 = 0$

ie $a^2 - 20a + 5a - 100 = 0$

ie $a(a - 20) + 5(a - 20) = 0$

ie $(a - 20)(a + 5) = 0$

ie a= 20 Ans a= −5 Rejected value

किसी संख्या का लघुगणक / Log value निकालने के लिए उस संख्या का पूर्णांश(Charcteristic) एवं अपूर्णांश / दशमलवांश (Mantissa) लेना होता है।

पूर्णांश ;- किसी दी हुई एक से बडी धनात्मक संख्या N के लघुगणक का पूर्णांश ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित फरमूला का उपयोग करे।

पूर्णांश = (N संख्या मे अंको की कुल संख्या – 1)

जैसे 9675 संख्या के Log का पूर्णांश ज्ञात करने के लिए यह जानना आवश्यक है कि उक्त संख्या मे कितने अंक है। यहां 9675 मे 4 अंक है। इसलिए इसका पूर्णांश (N-1) अर्थात 4-1 = 3 होगा।

NB; पूर्णांश –VE , +VE या ZERO कुछ भी हो सकता हैं।

अपूर्णांश / दशमलवांश (Mantissa) ; जब किसी संख्या के लघुगणक के निर्धारण मे पूर्णांश ज्ञात होने के बाद अपूर्णांश का निर्धारण शेष रह जाता है तब इसे ज्ञात करने के लिए Log सारणी का प्रयोग किया जाता है।

Log 9675 = 3.9854+.0002 = 3.9856

↑ ↑ ↑ ↑ Log value

पूर्णांश, अपूर्णांश, संशोधन अनुपातिक भाग

NB; अपूर्णांश हमेशा धनात्मक (+VE) मे लिया जाता है।

LOG TABLE का प्रयोग कैसे करे ?

किसी संख्या के Log value ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम उस संख्या का पूर्णांश निकाला जाता है। इसके बाद संख्या के LHS तरफ से 4 अंको का समूह बना लें। उक्त 4 अंको के समूह को 3 उपसमूह मे बांट ले। 4 अंको के समूह मे पहले दो अंको का एक समूह बना ले तथा इसके बाद एक एक अंक के दो उप समूह बना ले। जैसे $\log_{10} 9675 = 3.9856$

यहां Log के संख्या 9675 मे चार अंक है। इसलिए इसका पूर्णांश उक्त संख्या से एक कम अर्थात 3 हुआ। पूर्णांश लेने के बाद हमेशा दशलव लगाऐ। तथा अपूर्णाश के लिए Log सारणी का उपयोग करते है। Log Table के बांये तरफ उपर से नीचे की तरफ पहले कौलम मे N= (10-99) Log का मान अंकित रहता है। इसके अंतर्गत (10-99) मे संख्या 96 खोजे, जहां 96 मिले उसी पंक्ति के क्षैतिज दिशा मे दाये तरफ बंढते हुए पहले 7 के साथ Overlap करने पर .9854 प्राप्त हुआ। इसके बाद उसी क्षैतिज पंक्ति मे सामने दांये तरफ अंत मे अनुपातिक भाग 5 के साथ Over lap करने पर 2 प्राप्त हुआ। वास्तव मे यह वास्तव मे (.0002) है। अब संशोघन अनुपातिक भाग को अपूर्णाश के साथ जोड दे। इस प्रकार दोनो को जोडने पर Log 9675 का Log Value (3.9854+.0002) =3.9856 प्रांप्त हुआ।

यहां $\log_{10} 9675$ का आधार 10 है।

ie $\log_{10} 9675 = 3.9856$ अर्थात 9675 का Log Value = 3.9856 प्राप्त हुआ।

ie $10^{3.9856} = 9675$

यहां आधार 10 पर पावर 3.9856 raise करने पर उक्त संख्या 9675 प्राप्त होगा। Log मे अपूर्णांश हमेशा धनात्मक मे रखा जाता हैं।

पूर्णांश : ऐसी धनात्मक संख्या N जो एक से छोंटी हो तो उस संख्या के लघुगणक का पूर्णांश निम्नलिखित प्रकार ज्ञात करे।

पूर्णांश= –(N संख्या मे स्थित दशमलव के ठीक बाद जीरो की कुल संख्या + 1)

जैसे $\log_{10} .00012 = \bar{4}.0792$ यहां संख्या .00012 मे दशमलव के बाद 3 जीरो है इसलिए इसका पूर्णांश = – (3+1) = –4 (–ve)

अपूर्णाश के लिए मूल संख्या N से दशमलव हटाने पर 12 प्राप्त हुआ। अपूर्णांश के समूह बनाने के लिए 4 अंको की आवश्यकता होती है इसलिए 4

अंको के समूह बनाने के लिए मूल संख्या 12 के दाये तरफ 2 जीरो लगा कर 4 अंको का बना दे। अर्थात

$Log_{10}1200$ अब Log Table से 12 के सामने दाये तरफ उसी क्षैतिज पंक्ति मे 0 के साथ Over lap करने पर .0792 प्राप्त हुआ।

Log_{10}**.00012** = **–4.0792 = –3. 9208 एक ग्रुप मे करने पर**

↑ ↑ ↑

(–ve) (+ve) (–ve)

यहां पूर्णांश (–ve) मे तथा अपूर्णांश (+ve) मे है। एक ग्रुप मे करने पर

$\mathbf{10^{-3.9208} = .00012}$

(28) Log_{10}.000009 का Log value ज्ञात करे ।

पूर्णांश **= –(N संख्या मे स्थित दशमलव के ठीक बाद जीरो की कुल संख्या + 1)**

यहां संख्या 1 से छोटी है।

पूर्णांश = – (N+1) = – (5+1) = -6

Log_{10}**.000009** = **–6.9542**

↑ ↑

(–ve) (+ve)

अपूर्णाश के लिए मूल संख्या N से दशमलव हटाने पर 9 प्राप्त हुआ। अपूर्णांश के समूह बनाने के लिए 4 अंक चाहिए तो 4 अंको के समूह बनाने के लिए 9 के दाये तरफ 3 जीरो लगा दे। अर्थात 9000 प्राप्त हुआ।

इसके बाद अपूर्णांश के लिए Log सारणी का प्रयोग करते हुए संख्या (10-99) के अंतर्गत संख्या 90 के दायें तरफ 0 स्तंभ से Over lap करने पर .9542 प्राप्त हुआ।

Log_{10}**.000009** = **–6.9542 Ans**

ie $\mathbf{10^{-6.9542}}$ **= .000009**

यहां आधार 10 पर पावर –6.9542 raise करने पर उक्त संख्या .000009 प्राप्त हो गया। अपूर्णांश हमेशा धनात्मक मे रखा जाता हैं।

(29) $Log_{10}.02457$ का मान ज्ञात करे ।

पूर्णांश = – (संख्या N मे स्थित दशमलव बिन्दु के ठीक बाद जीरो की संख्या + 1)

यहां संख्या 1 से छोटी है। ∴ पूर्णांश = –(N+1) = – (1+1) = – 2

अपूर्णाश के लिए मूल संख्या N से दशमलव हटाने पर 2457 प्राप्त हुआ। अपूर्णांश के समूह बनाने के लिए 4 अंक चाहिए तो 4 अंको के समूह बनाने के लिए 2457 प्राप्त हुआ। इसके बाद इस समूह मे बांये तरफ से दो अंको तथा एक एक अंक का उपसमूह बनाकर लौग सारणी से उक्त अपूर्णांश का मान प्राप्त करे ।

इसके बाद अपूर्णांश के लिए लौग सारणी का प्रयोग करते हुए संख्या (10-99) के मध्य 24 के दायें तरफ 5 स्तंभ से ओभर लैप करने पर **.3892** प्राप्त हुआ। तथा संशोधन अनुपातिक भाग 7 मे ओभर लैप करने पर **.0012** प्राप्त हुआ। अर्थात

$Log_{10}.02457 = \bar{2}.3892 + .0012 = \bar{2}.3904$ Ans

↑ (–ve) ↑ (+ve)

(30) $\sqrt[8]{.00087}$ का मान ज्ञात करे ।

इसे हल करने के लिए Log का प्रयोग करना पडेगा।

अर्थात $\sqrt[8]{.00087} = (.00087)^{1/8}$

ie $\frac{1}{8}$ Log (.00087)

$= \frac{1}{8}(\bar{4}.9395)$

↑ (–ve) ↑ (+ve)

यहां पूर्णाश भाग (–ve) तथा दशमलवांश भाग (+ve) मे है। इसलिए दोनो का एक चिन्ह या ग्रुप मे बलदकर कलकुलेशन करे।

ie $= \frac{1}{8}(\bar{4}.9395) = \frac{1}{8}(-3.0605) = -0.3825$ (– ve)

↑ (–ve) ↑ (+ve) ↑ (–ve) ↑ (– ve)

अब **−0.3825** का Antilog लेते समय पूर्णांश को निगेटीव तथा दशमलवांश भाग को पहले की तरह (+ve) मे रखना होगा। अर्थात

−0.3825 का चिन्ह बदलने पर = − 1.6175 आया। अर्थात

(−ve) (− ve) (+ve)

अब **− 1.6175** का Antilog लेने पर Antilog Table से 4140+5 =4145 प्राप्त हुआ। यहां पूर्णाश -1 है इसलिए Antilog लेने पर एक अंक जोडकर दशमल के बाद अंक लिखते है। अर्थात पूर्णाश (−1+1) = 0

$\sqrt[8]{.00087} = (.00087)^{1/8} = 0.4145$ **Ans**

Sesond method by scientific calculator

$\sqrt[8]{.00087} = ?$

Process following steps

(1) press 8

(2) press shift $\sqrt[n]{\ }$

(3) press digit .00087

(4) press (=)

$\sqrt[8]{.00087} = 0.4145$ **Ans**

(32) $\sqrt{.00000070}$ हल करें ।

$\sqrt[2]{.00000070} = (.00000070)^{1/2}$

इसे **log** के द्वारा निम्नलिखित प्रकार हल करे ।

$= \frac{1}{2} \log (.00000070)$

$= \frac{1}{2} (-\ 7.8451)$

(−ve) (+ve)

यहां पूर्णांश (−ve) तथा दशमलवांश (+ve) मे है। इसे एक ग्रुप मे बदलकर 2 से भाग दे।

$= \frac{1}{2}(-7 + .8451) = \frac{1}{2}(-6.1549)$

$= -3.0774$ (–ve group)

Antilog लेते समय दशमलवांश को धनात्मक बनाना पडता है।

$= -3.0774 = -4.9226$ ie $(-4+.9226)$

(–ve) (–ve) (+ve)

अबAntilog सारणी मे .92 के 2 मे तथा MD 6 देखने पर $-4.9226 = .8368$ प्राप्त हुआ। यहां पूर्णांश–4 है। इसलिए दशमलव के बाद इससे एक कम अर्थात–4+1= –3 अर्थात दशमलव के बाद 3 जीरो लगाकर प्राप्त शेष अंको को यथावत रख दे। अर्थात

$\sqrt[2]{.00000070} = (.00000070)^{1/2} = .0008368$ Ans

(33) $\sqrt[5]{.08146}$ हल करे।

$\sqrt[5]{.8146} = (.08146)^{1/5}$

By using Log

$= \frac{1}{5}\log(.08146)$

$= \frac{1}{5}(-2.9109)$ $(\pm$ *ve group*)

(–ve) (+ve)

$= \frac{1}{5}(-1.0891)$ (–ve group)

$= -0.21782$ (–ve group)

Antilog लेते समय दशमलवांश को (+ve) करना पडता है।

ie $-0.21782 = -1.7822$

ie -1.7822 का Antilog सारणी से .6056 प्राप्त हुआ। अर्थात

$\sqrt[5]{.8146} = 0.6056$ Ans

(34) $\sqrt[60]{.0567}$ हल करे।

$\sqrt[60]{.0567} = (.0567)^{1/60}$

By using Log

$= \frac{1}{60} \log(.0567)$

$= \frac{1}{60}(-2.7536)$ ($\pm$ *ve group*)

(–ve) (+ve)

$= \frac{1}{60}(-1.2464)$ (–ve group)

$= -0.0207733$ (–ve group)

Antilog लेते समय दशमलवांश को (+ve) करना पडता है।

ie $-0.0207733 = -1.9792$

(–ve group) ($\mp$ *ve group*)

ie -1.9792 का Antilog सारणी से .9532 प्राप्त हुआ।

यहां पूर्णांश मे –1 अंक है इसलिए दशमलवांश के बाद (–1+1) = 0 अंक के बाद दशमलव के अंक लिखे।

$\sqrt[60]{.0567} = 0.9532$ Ans

(35) $x^2 = 9^3$

$x^2 = (3^2)^3$

$x^2 = 3^6$

$x = (3)^{6/2}$

$x = 3^3$

ie x = 27 Ans

(35) $x^2 = 9^3$ Second method

By taking log

ie 2Log x = 3Log9

= 2Log x = 3 ×0.9542

= 2Log x = 2.8626

= Log x = 2.8626 ÷ 2

= Log x =1.4313

Taking antilog

X = 2698+2

X = 2700

Log का पूर्णांश मे 1 है इसलिए antilog लेने पर antilog के प्राप्त मान मे 2 अंक बाद दशमलव लगाए। ie x = 27.00 Ans

(36) $Log_{10}50 + Log_{10}40 + Log_{10}20 + Log_{10}2.5$ हल करें।

ie Log_{10} (50×40×20×2.5)

ie Log_{10} (100000)

ie $Log_{10}10^5$

ie 5 Log 10^{10} ($Log a^a$= 1) ie Log 10^{10} =1

ie 5×1

= 5 Ans

NB ∵ Log (a×b×c×d×e× ----) = Log a+Logb+Logc+Logd+Loge+ ---

(37) Log $\frac{x^2}{y^2}$ +Log $\frac{y^2}{z^2}$ + Log $\frac{z^2}{x^2}$ find the value

ie Log ($\frac{x^2}{y^2} \times \frac{y^2}{z^2} \times \frac{y^2}{z^2}$)

ie Log 1 = 0 Ans

(38) Log 5^{125} - Log2^8 find the value

ie $Log_5 5^3 - Log_2 2^3$

ie 3 $Log5^5$ – 3$Log2^2$

ie 3×1 – 3×1 ($Log a^a$ = 1) ie Log 5^5 = 1

= 0 Ans

(39) यदि $Log_{10}^{2} = 0.3010$ हो तो Log_{10}^{20000} का मान ज्ञात करे

$\because Log_{10}^{2} = 0.3010$ यहां log का आधार 10 है।

ie Log_{10}^{20000}

$Log_{10}(2 \times 10^4)$

ie $Log_{10}^{2} + Log10^4$

ie $0.3010 + 4 \text{ Log } 10$

ie $0.3010 + 4 \times 1$

ie $0.3010 + 4$

ie 4.3010 Ans

(40) सिद्ध करें कि $5Log_3 - Log9 = Log27$

LHS $5Log_3 - Log9$

ie $Log3^5 - Log3^2$

ie $\frac{\log(3^5)}{log3^2}$ $\quad$ $Log\left(\frac{m}{n}\right) = Log(m) - Log(n)$

ie $Log3^{(5-2)}$

ie $log3^3$

$= Log27$

ie LHS = RHS

(41) Find the value of X & Y

$X^Y = Y^X$ ------------------- (1)

$X^2 = Y^3$ ------------------ (2)

By using Logarithm

YLog X = X Log Y ----------------- (1)

2log X = 3 LogY ------------------ (2)

Now from equation (1) devided by equation (2) we get

ie $\frac{YLog\ X}{2LogX} = \frac{XLogY}{3LogY}$

ie $\frac{Y}{2} = \frac{X}{3}$ = k say

∴ y = 2k

∴ x = 3k

Now from equation (2) we get

2log X = 3LogY ------------------- (2)

ie 2 Log (3k) =3 Log(2k)

ie 2Log(3× k) =3 Log (2×k)

ie 2Log 3 + 2Logk = 3 Log2+3Logk

ie 2Log 3 + 2Logk − 3 Log2− 3Logk =0

ie 2Log 3 − 3 Log2 − 1Logk = 0

ie 2Log 3 − 3 Log2 = 1Logk

ie Log k = 2Log 3− 3 Log2

= $Log3^2 - Log2^3$

= Log9 – Log8

= 0.9542 −0.9030

Logk = 0.0512 (now taking Antilog)

Log k = 1.125

∴ X = 3K = 3×1.125 = 3.375 Ans

∴ Y = 2K = 2×1.125 = 2.250 Ans

SECOND METHOD

(41a) Find the value of X & Y

$X^Y = Y^X$ ------------------- (1)

$X^2 = Y^3$ ------------------- (2)

Now from equation (1)

$\therefore$ X = $Y^{\frac{X}{Y}}$ -------------- (3)

Now from equation (2)

$X^2 = Y^3$ -------------- (2)

$\therefore$ X = $Y^{\frac{3}{2}}$ ------------- (4)

Now from equation (3) &(4) we get

X= $Y^{\frac{X}{Y}} = Y^{\frac{3}{2}}$

ie $\frac{X}{Y} = \frac{3}{2}$

ie $\frac{X}{3} = \frac{Y}{2}$ = K say

$\therefore$ X = 3K And Y = 2K

Now from equation (2)

$X^2 = Y^3$ -------------- (2)

$(3K)^2 = (2K)^3$

$9K^2 = 8K^3$

ie 8K = 9

$\therefore$ K = $\frac{9}{8}$

ie X = 3K = 3×$\frac{9}{8}$ = $\frac{27}{8}$ Ans

ie Y = 2K = 2×$\frac{9}{8}$ = $\frac{9}{4}$ Ans

(42) Log X − 3Log5 = − 3 find the value of X

ie Log X − 3Log5 = Log10^{-3}

ie Log X − 3Log5 = Log$\frac{1}{1000}$

$\therefore$ Log X = 3Log5 + Log$\frac{1}{1000}$

ie Log X = Log 5^3 + Log$\frac{1}{1000}$

ie Log X = Log (125×$\frac{1}{1000}$)

∴ X = $\frac{125}{1000}$ = $\frac{1}{8}$ Ans

(43) Log 5 ÷ Log $\frac{1}{5}$ = find the value.

ie Log 5 ÷ Log5^{-1}

ie Log 5 ÷ −1Log 5

ie $\frac{Log5}{-1Log5}$ = −1 Ans

(44) Log$_{.008}\sqrt{5}$ find the value.

यहां Log का आधार base .008 हैं।

Log$_{.008}\sqrt{5}$ = X say

ie $.008^X = \sqrt{5}$

ie $\left(\frac{8}{1000}\right)^X = 5^{1/2}$

ie $\left(\frac{1}{125}\right)^X = 5^{1/2}$

ie $5^{-3X} = 5^{1/2}$

ie −3x = $\frac{1}{2}$

∴ x = − $\frac{1}{6}$ Ans

Second method by scientific calculator.

Log √5 ÷ Log .008 (base)

= − 0.1666

Press (d/c)

= − 1/6 Ans

(45) Log $(2\sqrt{3})^{144}$ find the value

Log $(2\sqrt{3})^{144}$ = X say

Log$(\sqrt{12})^{144}$ = X

ie $\sqrt{12}^{X}$ = 144

ie $12^{x/2}$ = 12^2

ie $\frac{X}{2}$ = 2

∴ X = 4 Ans

(46) Log $(3\sqrt{2})^{5832}$ find the value

Log $(3\sqrt{2})^{5832}$ = X say

Log$(\sqrt{18})^{5832}$ = X

ie $\sqrt{18}^{X}$ = 5832

ie $18^{x/2}$ = 18^3

ie $\frac{X}{2}$ = 3

∴ X = 6 Ans

(47) 2^{40} हल करने पर कितने अंको की संख्या होगी ?

Taking logarithm

40Log2 = 40× 0.30103

= 12.04120 यहां पूर्णांश मे 12 है। अब दशमलवांश का antilog लेने पर

= 1099+1 = 1100 आया

यहां पूर्णांश मे 12 है इसलिए antilog लेने पर (12+1) = 13 अंको के बाद दशमलव लगाए।

ie 2^{40} = 1100000000000 Ans

(48) 146^{100} हल करने पर कितने अंको की संख्या होगी ?

Taking logarithm

100Log146

$= 100\times 2.16435$

$= 216.4350$

दशमलवांश .4350 का Antilog लेने पर 2723 प्राप्त हुआ।

यहां पूर्णांश मे 216 है इसलिए antilog लेने पर (216+1) = 217 अंको के बाद दशमलव लगाए।

ie $146^{100} = 2723\times 10^{213}$ Ans 217 अंको की संख्या होगी।

(49) $\frac{Log\, X}{Log 4} = \frac{Log 64}{Log 16}$ find the value

ie $\frac{Log\, X}{Log 4} = \frac{Log 2^6}{Log 2^4}$

ie $\frac{Log\, X}{Log 2^2} = \frac{6 Log 2}{4 Log 2}$

ie $\frac{Log\, X}{2 Log 2} = \frac{6 Log 2}{4 Log 2}$

ie $\frac{Log\, X}{2 Log 2} = \frac{6}{4}$

ie $\frac{Log\, X}{2 Log 2} = \frac{3}{2}$

ie $\frac{Log\, X}{Log 2} = 3$

ie $\log x = 3\log 2$

ie $\log x = \log 2^3$

$\therefore x = 2^3 = 8$ Ans

(50) $Log\,(3\sqrt{5})^{2025}$ Find the value

$Log\,(3\sqrt{5})^{2025} = X$ say

$Log(\sqrt{45})^{2025} = X$

ie $\sqrt{45}^{X}$ = 2025

ie $45^{x/2}$ = 45^2

ie $\frac{X}{2}$ = 2 ∴ X = 4 Ans

(51) $Log x^4$ = 0.4 Find the value of x

ie $x^{0.4}$ = 4

ie $x^{0.4}$ = 2^2

∴ x = $2^{2/0.4}$ = $2^{20/4}$

ie x = 2^5 = 32 Ans

(52) $(.021)^{15}$ Find the value.

By logarithm

15 Log .021

= 15 × −2.32222

= (−ve) (+ve)

ie 15 से गुणा करने से पूर्व पूर्णांश एवं दशमलवांश को एक ग्रुप मे रखकर गुणा करें।

ie 15 × (−1.67778)

= −25.1667 (−ve)

= −26.8333

(−ve) (+ve)

Antilog table मे दशमलवांश .8333 का Antilog मान लेने पर 6813 प्राप्त होगा। अतः पूर्णांश मे−26 है इसलिए दशमलव के बाद (−26+1) = −25 जीरो सहित 25 अंक होगे। अर्थात

$(.021)^{15}$ = .00000000000000000000006813 ANS

ie 6813×10^{-25}

(53) Log $\frac{75}{16}$ −Log2 $\frac{5}{9}$ + Log$\frac{32}{243}$ Find the value.

ie Log { ($\frac{75}{16}$ ÷ ($\frac{5}{9}$)^2 × $\frac{32}{243}$) }

ie Log ($\frac{75}{16}$ × $\frac{81}{25}$ × $\frac{32}{243}$)

ie Log 2 = 0.3010 Ans.

(54) $\frac{Log10^{196}}{Log10^{14}}$ = $Log10^X$

ie $\frac{196Log10}{14Log10}$ = x Log10

ie xLog10 = $\frac{196}{14}$

ie x (1) = 14

ie x = 14 Ans.

(55) $Loga^x$ + $Loga^{(x+1)}$ = 0

ie Log $a^{\{x.(x+1)\}}$ = $Loga^1$

ie x^2+x = 1

ie x^2+x – 1 = 0

D = b^2 – 4ac

= (1)^2 –4×1×(–1)

= 1+4 = 5

∴ Root = $\frac{-b \pm\sqrt{D}}{2a}$

= $\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2\times1}$

= $\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ Ans

(56) यदि Log2 = x, Log3 = y, Log7 = z हो तो Log($4\sqrt[3]{63}$) का मान ज्ञात करे।

∵ Log($4\sqrt[3]{63}$) = Log4 + $\frac{1}{3}$ Log 63

ie Log4 + $\frac{1}{3}$ Log (3×3×7)

ie $Log2^2$ + $\frac{1}{3}$ Log (3×3×7)

ie 2 Log2 + $\frac{1}{3}$ Log (3×3×7)

ie 2x + $\frac{1}{3}$ (y+y+z)

ie $\frac{6x+y+y+z}{6}$

ie $\frac{6x+2y+z}{6}$ Ans

(57) यदि $Log12^{27} = a$ होतो $Log\ 6^{16}$ का मान ज्ञात करे।

∵ $Log12^{27} = a$

ie $Log12^{3^3} = a$

ie 3 $Log\ 12^3 = a$

ie $3 \times \frac{1}{LOG3^{12}} = a$

ie $\frac{3}{LOG3^{12}} = a$

ie $\frac{3}{LOG3^{(3\times4)}} = a$

ie $\frac{3}{LOG3^3 + LOG3^4} = a$

ie $\frac{3}{1+LOG3^4} = a$

ie $a\ (1 + Log3^4) = 3$

ie a+a $Log3^4$ =3

ie a $Log3^4$ = 3−a

a $Log3^{2^2}$ =3 −a

ie 2a $Log3^2$ = 3−a

∴ $Log3^2 = \frac{3-a}{2a}$

ie $\frac{1}{Log2^3} = \frac{3-a}{2a}$

ie Log2^3 = $\frac{2a}{3-a}$ -- (1)

∵ Log 6^{16} = Log 6^{2^4} = 4Log 6^2

ie = 4×$\frac{1}{Log2^6}$

ie = $\frac{4}{Log2^6}$ = $\frac{4}{Log2^{(2\times3)}}$ = $\frac{4}{Log2^2 + Log2^3}$ = $\frac{4}{2Log2+Log2^3}$

ie $\frac{4}{2Log2+Log2^3}$ = $\frac{4}{1+\frac{2a}{3-a}}$ = $\frac{4}{\frac{3-a+2a}{3-a}}$ = $\frac{4}{\frac{3+a}{3-a}}$ = $\frac{4(3-a)}{3+a}$ = $\frac{12-4a}{3+a}$ Ans

(58) यदि Log $\frac{x-y}{5}$ = $\frac{1}{2}$(Logx +Logy) हो तो $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ का मान ज्ञात करे।

∵ Log $\frac{x-y}{5}$ = $\frac{1}{2}$(Logx +Logy)

ie Log $\frac{x-y}{5}$ = (Logx +Logy)$^{1/2}$

ie Log $\frac{x-y}{5}$ = Log (xy)$^{1/2}$

ie $\frac{x-y}{5}$ = (xy)$^{1/2}$

ie (xy)$^{1/2}$ = $\frac{x-y}{5}$

ie xy = ($\frac{x-y}{5}$)2

ie xy = $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{25}$

ie $x^2 - 2xy + y^2$ = 25xy

ie $x^2 - 2xy + y^2 - 25$xy = 0

ie $x^2 - 27xy + y^2$ = 0

ie $x^2 + y^2$ = 27xy

ie $\frac{x^2+y^2}{xy}$ = 27

ie $\frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy}$ = 27 ie $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ = 27 Ans

(59) यदि $\text{Log}x^2 - \text{Log}x^3 = \text{Log}2$ हो तो x का मान ज्ञात करे।

$\because \text{Log}x^2 - \text{Log}x^3 = \text{Log}2$

ie $\text{Log}\left(\frac{x^2}{x^3}\right) = \text{Log } 2$

ie $\frac{1}{x} = 2$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ Ans

(60) $(\text{Log}x)^2 - (\text{Log}y)^2$ का मान ज्ञात करे।

$\because \text{Log}x^2 - \text{Log}y^2$

ie (Logx +Logy) (Logx −Logy)

ie Log(xy) Log($\frac{x}{y}$) Ans

(61)यदि (Logx +Logy) = Log(x +y) हो तो x का मान ज्ञात करे।

$\because$ (Logx +Logy) = Log(x +y)

ie log(xy) = Log(x +y)

ie (xy) = (x +y)

ie xy − x = y

ie x(y − 1) = y

$\therefore$ x = $\frac{y}{y-1}$ Ans

(62) $\left\{\frac{1}{LogXY^{(xyz)}} + \frac{1}{Logyz^{xyz}} + \frac{1}{Logzx^{xyz}}\right\}$ का मान ज्ञात करें।

ie $\left\{\frac{Logxy}{Log\ xyz} + \frac{Logyz}{Logxyz} + \frac{Logzx}{Logxyz}\right\}$ $\because \text{Log}a^b = \frac{1}{Logb^a}$

ie $\frac{Logxy+Logyz+Logzx}{Logxyz}$

ie $\frac{Log(xy\times yz\times zx)}{Logxyz}$

ie $\frac{Log(x^2\,y^2\,z^2\,)}{Logxyz}$

ie $\frac{Log(xyz)^2}{Logxyz}$

ie $\frac{2\,Logxyz}{Logxyz}$ = 2 Ans

(63) $Log3^{81}$ + $Log4^2$ find the value

ie $Log3^{3^4}$ + $Log4^2$

ie $4Log3^3 + \frac{1}{Log2^4}$ ($Loga^b = \frac{1}{Log\,b^a}$)

ie $4\times1 + \frac{1}{Log2^{2^2}}$

ie $4 + \frac{1}{2\,Log2^2}$ ($Log\ a^a = 1$)

ie $4+\frac{1}{2\times1}$ ($Log\ 2^2 = 1$)

ie $4 + \frac{1}{2}$

$= \frac{9}{2}$ Ans

(64) $Log3^{x+4}$ = Log 729 find the value of X

ie $Log3^{x+4} = Log\ 3^6$

ie (x+4) Log3 = 6Log 3

ie x+4 = 6

ie x = 6−4

ie x = 2 Ans

(65)($Log1/2^2$)($Log1/3^3$)($Log1/4^4$)($Log1/5^5$) ------- ($Log1/1000^{1000}$)

Find the value of series.

∵ $Log1/2^2$ = a माना

∴ $(1/2^a) = 2$

ie $(2^{-1^a}) = 2^1$

ie $-1^a = 1$

$\therefore a = -1$ ------------------------ (1)

$\because$ $Log1/3^3 = b$ माना

$\therefore (1/3^b) = 3$

ie $(3^{-1^b}) = 3^1$

ie $-1b = 1$

$\therefore b = -1$ ---------------------------(2)

$\because$ $Log1/4^4 = c$ माना

$\therefore (1/4^c) = 4$

ie $(4^{-1^c}) = 4^1$

ie $-1c = 1$

$\therefore c = -1$ --------------------------- (3)

$\because$ $Log1/5^5 = d$ माना

$\therefore (1/5^d) = 5$

ie $(5^{-1^d}) = 5^1$

ie $-1d = 1$

$\therefore d = -1$ --------------------------- (4)

$\because$ $Log1/1000^{1000} = n$ माना

$\therefore (\frac{1}{1000})^n = 1000$

ie $\{1000^{(-1)n} = 1000^1$

ie $-1n = 1$

$\therefore n = -1$ --------------------------- (1000)

$\therefore (Log1/2^2)(Log1/3^3)(Log1/4^4)(Log1/5^5)$ --------- $(Log1/1000^{1000})$

ie a×b×c×d×e× ----------------- n   up to 1000 terms

ie (−1)×(−1)×(−1)×(−1)×(−1)×(−1) ×------------ up to 1000 terms

= 1 Ans   n = 1000 is even

(66) $\frac{1}{2}$ (Logx + Logy) = log ($\frac{x+y}{2}$)

ie Log $(xy)^{1/2}$ = Log ($\frac{x+y}{2}$)

ie $(xy)^{1/2} = (\frac{x+y}{2})$

ie xy = $(\frac{x+y}{2})^2$

ie xy = $\frac{x^2+2xy+y^2}{4}$

ie = x^2+2xy +y^2 = 4xy

ie x^2+2xy +y^2 − 4xy = 0

ie x^2 −2xy +y^2 = 0

$(x-y)^2 = 0$

∴ x−y = 0

∴ x = y Ans

(67) यदि $a^2 = b^8 = c^{16} = d^{64}$ हो तो Logd $\frac{ac}{b^2}$ का मान ज्ञात करें ।

ie $a^2 = b^8 = c^{16} = d^{64}$ = k say

ie a^2 = k

∴ a = $k^{1/2}$

ie b^8 = k

∴ b = $k^{1/8}$

ie c^{16} = k

∴ c = $k^{1/16}$

ie d^{64} = k

$\therefore$ d = $k^{1/64}$

According to question

Logd $\frac{ac}{b^2}$ = Logd ($\frac{k^{1/2} \times k^{1/16}}{(k^{1/8})2}$)

ie Logd ($\frac{k^{1/2} \times k^{1/16}}{k^{\frac{1}{8}} \times k^{\frac{1}{8}}}$)

Logd ($\frac{k^{\frac{1}{2}+\frac{1}{16}}}{k^{\frac{1}{8}+\frac{1}{8}}}$)

ie Logd($\frac{k^{9/16}}{k^{1/4}}$)

ie Logd($k^{5/16}$) = x say

ie $d^x = k^{5/16}$

ie $(k^{1/64})^x = k^{5/16}$

ie $\frac{x}{64} = \frac{5}{16}$

$\therefore$ x = 20 Ans

(68) $\frac{Log10^{144}}{Log10^{12}} = Log10^x$ find the value of x

ie $\frac{144Log10}{12\ Log10} = Log10^x$

ie $\frac{144Log10}{12\ Log10} = xLog10$

ie $\frac{144\times1}{12\times1}$ = x1

ie x = 12 Ans

(69) $Log8^m + Log8^{1/6} = \frac{2}{3}$

ie Log8 (m× $\frac{1}{6}$) = $\frac{2}{3}$

ie Log8 ($\frac{m}{6}$) = $\frac{2}{3}$

ie $8^{2/3} = \frac{m}{6}$

ie $2^{3^{2/3}} = \frac{m}{6}$

ie $2^2 = \frac{m}{6}$

ie $4 = \frac{m}{6}$

$\therefore$ m = 24 Ans

(70) $6 + \log_{\frac{3}{2}}\left[\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}} - - - - \infty}}}}\right]$

Find the value

$\left[\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}} - - - - - - \infty}}}}\right]$ = x say

Squaring both sides

ie $x^2 = \left[4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\underbrace{\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}} - - - - - - \infty}}}}_{x}\right]$

ie $x^2 = \left[4 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\, x\right]$

ie $x^2 = 4 - \frac{x}{3\sqrt{2}}$

ie $x^2 = \frac{12\sqrt{2} - x}{3\sqrt{2}}$

ie $3\sqrt{2}x^2 = 12\sqrt{2} - x$

ie $3\sqrt{2}x^2 + x - 12\sqrt{2} = 0$

$D = b^2 - 4ac$

ie $= 1^2 - 4\times(3\sqrt{2})\times(-12\sqrt{2}) = 1 + 288 = 289$

$R = \frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a} = \frac{-1\pm\sqrt{289}}{2\times3\sqrt{2}} = \frac{-1\pm17}{6\sqrt{2}} = \frac{-1+17}{6\sqrt{2}} = \frac{16}{6\sqrt{2}} = \frac{8}{3\sqrt{2}}$

ie $x = \frac{8}{3\sqrt{2}}$

Acording to question

6 +Log $\frac{3}{2}\left[\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\sqrt{4-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}------\infty}}}}\right]$

6 +Log $\frac{3}{2}$ ($\frac{1}{3\sqrt{2}} \times \frac{8}{3\sqrt{2}}$)

6 +Log $\frac{3}{2}$ ($\frac{8}{18}$)

6 +Log $\frac{3}{2}$ ($\frac{4}{9}$)

Log $\frac{3}{2}$ ($\frac{8}{18}$) = k say

$\therefore (\frac{3}{2})^k = \frac{8}{18}$

ie $(\frac{3}{2})^k = \frac{4}{9}$

ie $(\frac{3}{2})^k = (\frac{2}{3})^2$

ie $(\frac{3}{2})^k = (\frac{3}{2})^{-2}$

$\therefore$ k = −2

6 +Log $\frac{3}{2}$ ($\frac{4}{9}$)

6 + k

= 6+ (−2) = 4 Ans

(71) Log3$(x^2 - 5x + 7) = 0$ find the value of x

$\therefore 3^0 = x^2 - 5x + 7$

ie 1 $= x^2 - 5x + 7$

ie $x^2 - 5x + 7 = 1$

ie $x^2 - 5x + 7 - 1 = 0$

ie $x^2 - 5x + 6 = 0$

ie (x−2) (x−3) = 0

ie(x – 2) = 0 , and (x = 3) = 0

$\therefore$ $x = 2$ *or* 3 Ans

(72) Log$2x-3^{(}x^2-5x+7)=2$ find the value of x

ie $(2x-3)^2 = x^2-5x+7$

ie $4x^2-12x+9 = x^2-5x+7$

ie $4x^2-12x+9-x^2+5x-7=0$

ie $3x^2-7x+2=0$

ie (x−2) (x−$\frac{1}{3}$) = 0

ie (x−2) = 0 or (x−$\frac{1}{3}$) = 0

∴ x = 2 , 1/3 ANS NB :

The given equation has no any solution , Acording to the value of x

(73) Log$x^2+4x+5\,\{log3x^2+4x+5\;(x^2-3x)\}=0$

find the value of x

ie here one Base of Log = x^2+4x+5

ie($x^2+4x+5)^0$ = Log $3x^2+4x+5\;(x^2-3x)$ }

ie 1 = Log $3x^2+4x+5\;(x^2-3x)$ }

ie Log $3x^2+4x+5\;(x^2-3x)=1$

here second base of Log = $3x^2+4x+5$

ie ($3x^2+4x+5)^1 = (x^2-3x)$

ie ($3x^2+4x+5)^1 - x^2+3x = 0$

ie $2x^2+7x+5 = 0$

ie (x+1) (2x+5) = 0

∴ x = −1 , $-\frac{5}{2}$ Ans

(74) $\frac{1}{2}$Log $2007^{(x^2+5x)}$ = Log $2007^{(\sqrt{x-3})}$ find the value of x

∵ $\frac{1}{2}$Log $2007^{(x^2+5x)}$ = Log $2007^{(\sqrt{x-3})}$

∴ Log $2007^{(x^2+5x)}$ = 2 Log $2007^{(\sqrt{x-3})}$

ie $Log\ 2007^{(x^2+5x)}$ = $\text{Log } 2007^{(\sqrt{x-3})^2}$

ie $2007^{(x^2+5x)}$ = $2007^{(\sqrt{x-3})^2}$

ie (x^2+5x) = x−3

ie x^2+5x – x + 3 = 0

ie $x^2+4x+3=0$

ie (x+1)(x+3) = 0

∴ x = −1 , −3 Ans

NB : The solution of this equation does not exist as x = −1 ,− 3

(75) $5\text{Log}7^{11} - 11\text{Log}7^{5}$ find the value.

ie $5\text{Log}7^{11}$ = a माना

$11\text{Log}7^{5}$ = b माना

ie $Log5^a$ = $\text{Log}7^{11}$ and

ie $log11^b$ = $\text{Log}7^{5}$

ie $\text{Log}5^a \times \text{Log}7^5 = \text{Log}7^{11} \times \text{Log}11^b$

ie $\text{Log}7^a = \text{Log}7^b$

ie a = b

ie a−b = 0

∴ $5\text{Log}7^{11} - 11\text{Log}7^{5} = 0$ Ans

(76) यदि $\text{Log}12^{24}$ = x हो तो $\text{Log}12^{54}$ का मान ज्ञात करें।

∵ $\text{Log}12^{24}$ = X

ie $\frac{LOG(2^3\times3)}{LOG(2^2\times3)} = \frac{3LOG2+LOG3}{2LOG2+LOG3}$ = X

$\frac{3LOG2+LOG3}{2LOG2+LOG3}$ = X

X(2Log2+Log3) = $3LOG2 + LOG3$

ie 2x Log2 + xLog3 = $3LOG2 + LOG3$

ie 2x Log2 + xLog3 $-$ $3LOG2 - LOG3 = 0$

ie 2xLog2 $-$3Log2 – Log3+ xLog3 = 0

ie 2xLog2 $-$3Log2 = Log3$-$ xLog3

Log2(2x$-$3) = Log3 (1$-$x)

Log3 = $\frac{LOG2(2X-3)}{1-X}$

∴ $\text{Log}12^{54} = \frac{LOG(3^3\times 2)}{LOG(2^2\times 3)} = \frac{3LOG3+LOG2}{2LOG2+LOG3}$

Log3 का मान रखने पर

$$\frac{3\ (\frac{log2(2x-3)}{1-x}) + LOG2}{2LOG2 + \frac{log2(2x-3)}{1-x}}$$

$\text{Log2}(\frac{\frac{6x-9+1-x}{1-x}}{\frac{2+2x-3-2x}{1-x}}) = \frac{LOG2(5X-8)}{LOG2\ (-1)} = \frac{5X-8}{-1}$ = 8+5x Ans

(77) $\text{Log}(2x+3)^{(}6x^2+23x+21) = 4 - \text{Log}(3x+7)^{(}4x^2+12x+9)$

Find the value of x

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)(2x+3)} = 4 - \text{Log}(3x+7)^{(2x+3)(2x+3)}$

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)} + \text{Log}(2x+3)^{(2x+3)} = 4 - 2\text{Log}(3x+7)^{(2x+3)}$

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)} + \text{Log}(2x+3)^{(2x+3)} - 4 + 2\text{Log}(3x+7)^{(2x+3)} = 0$

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)} + 1 - 4 + 2\text{Log}(3x+7)^{(2x+3)} = 0$

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)} - 3 + 2\text{Log}(3x+7)^{(2x+3)} = 0$

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)} + 2\text{Log}(3x+7)^{(2x+3)} = 3$

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)} + \frac{2}{Log(2x+3)^{3x+7}} = 3$

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)}$ { 1+ 2 } = 3

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)} \times 3 = 3$

ie $\text{Log}(2x+3)^{(3x+7)} = 1$

$\therefore (2x+3)^1 = (3x+7)$

ie 2x+3 – 3x−7 = 0

ie –x −4 = 0

$\therefore$ x = −4 Ans

(78) $\text{Log}5^x = \text{Log}x^{25}$ Find the value of x

$\text{Log}5^x = \text{Log}x^{5^2}$

ie $\text{Log}5^x = 2\text{Log}x^5$

ie $\text{Log}5^x = 2\times \frac{1}{LOG5^X}$ (यहां Base change किया गया है।)

ie $\text{Log}5^x = \frac{2}{LOG5^X}$

ie $\text{Log}5^x \times \text{Log}5^x = 2$

ie $(Log5^x)^2 = 2$

$\text{Log}5^x = \sqrt{2}$

ie $5^{\sqrt{2}} = x$

ie $x = 5^{\sqrt{2}}$ Ans

(2.2) वर्गमूल (SQUARE ROOT)

वर्गमूल (SQUARE ROOT); यदि कोई X धनात्मक संख्या को स्वयं की संख्या से गुणा किया जाए तो गुणनफल X^2 प्राप्त होता हैं। इस प्रकार X धनात्मक संख्या का वर्ग X^2 कहलाता है। तथा X^2का वर्गमूल X कहलाता है।

(1) वर्गमूल का गणितीय चिन्ह या संकेत $\sqrt{\ }$ होता है। जिस संख्या का वर्गमूल निकालना होता है उस संख्या को इस $\sqrt{\ }$ संकेत के अंदर लिखकर दर्शाया जाता है। जैसे 144 का वर्गमूल का संकेत लगाना हो तो $\sqrt{144}=12$

(2) वर्गमूल का एक और गणितीय चिन्ह या संकेत होता है जिसे संख्या के उपर पावर या घात $\frac{1}{2}$ लगा कर लिखा जाता है। जैसे $(144)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{144}=12$

(3) वर्गमूल के अलावा अन्य मूल निकालना हो तो वर्गमूल के संकेत या चिन्ह के आगे उसके नोक पर उस मूल के अंक को लिखकर दर्शाया जाता है। जैसे

वर्गमूल का चिन्ह या संकेत $(N)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{N}$

घनमूल का चिन्ह या संकेत $(N)^{1/3}=\sqrt[3]{N}$

चतुर्थमूल का चिन्ह या संकेत $(N)^{1/4}=\sqrt[4]{N}$

पंचमूल का चिन्ह या संकेत $(N)^{1/5}=\sqrt[5]{N}$

दसवां मूल का चिन्ह या संकेत $(N)^{1/10}=\sqrt[10]{N}$

100वां मूल का चिन्ह या संकेत $(N)^{1/100}=\sqrt[100]{N}$

----------------- and so on

(4) ऋणात्मक संख्या का वर्गमूल हमेशा कांल्पनिक होता है।

(5) यदि किसी संख्या का इकाई अंक 2,3,7,8 हो तो उस संख्या का पूर्ण वर्गमूल नही हो सकता हैं।

(8) यदि किसी संख्या के वर्गमूल निकालने पर वर्गमूल के अको की संख्या कितनी होगी ? बिना वर्गमूल निकाले इसे कैसे ज्ञात करें ? उक्त संख्या को देखकर निम्न फरमूला द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

(a) यदि कोई संख्या N अंको का है तो इसके वर्गमूल निकालने पर अंको की संख्या = $\frac{N}{2}$ होगा। (जहां N एक सम संख्या हैं।)

(b) यदि कोई संख्या N अंको का है तो इसके वर्गमूल निकालने पर अंको की संख्या = $\frac{N+1}{2}$ होगा। (जहां N एक बिषम संख्या हैं।)

किसी संख्या का वर्गमूल निकालने के निम्नलिखित तरीका हैं।

(1) गुणनखण्ड विधि द्वारा (2) भाग विधि द्वारा (3) ज्यामितिय विधि द्वारा

(1) गुणनखण्ड विधि द्वारा वर्गमूल निकालना – इस विधि के अंतर्गत जिस संख्या का वर्गमूल निकालना होता है उस संख्या का पहले गुणनखंड निकालते है। और उन गुणनखण्ड के एक समान संख्या को जोडा बनाकर आपस मे गुणा कर देते है। इस प्रकार प्राप्त गुणनखण्ड उक्त संख्या का वर्गमूल होगा। जैसे

$\sqrt{64} = 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2\times2\times2 = 8$ Ans

$\sqrt{144} = 2\times2\times2\times2\times3\times3 = 2^2 \times 2^2 \times 3^2 = 2\times2\times3 = 12$ Ans

$\sqrt{2025} = 5\times5\times9\times9 = 5^2 \times 9^2 = 5\times9 = 45$ Ans

$\sqrt{11025} = 3\times3\times5\times5\times7\times7 = 3^2 \times 5^2 \times 7^2 = 3\times5\times7 = 105$ Ans

$\sqrt{113}$ का वर्गमूल ज्ञात करे।

113 का वर्गमूल गुणनखण्ड विधि द्वारा नही निकाला जा सकता है। क्योकि 113 के गुणनखण्ड मे ऐसा कोई फैक्टर नही है जिसे गुणा करने पर 113 आएगा।ऐसी स्थिति मे गुणनखण्ड विधि द्वारा वर्गमूल नही निकाला जा सकता है।जब किसी संख्या का वर्गमूल गुणनखण्ड विधि द्वारा नही निकाला जा सकता, तब भाग विधि द्वारा उस संख्या का वर्गमूल निकाला जाता है।

(2) भाग विधि द्वारा वर्गमूल निकालना - जब किसी संख्या का वर्गमूल गुणनखण्ड विधि द्वारा नही निकाला जा सकता तब भाग विधि द्वारा उस संख्या का वर्गमूल निकाला जाता है। यह विधि अपने आप मे परफेक्ट हैं। यह विधि अन्य विधि से बहुत अच्छा हैं। इस विधि के कुछ नियम है जिसे अनुकरण करते हुए किसी भी संख्या का वर्गमूल निकाला जा सकता है।

सर्वप्रथम वर्गमूल निकालते समय उक्त संख्या को दाहिने तरफ से दो दो अंको का जोडा बना लेते है। दांए तरफ से जोडा बनाए गए अंको के उपर एक छोटी रेखा खिंच देना चाहिए।यदि जोडा बनाते समय किसी संख्या का एक अंक रह जाए तब उसे ज्यो का त्यो छोड दे। भाग विधि द्वारा वर्गमूल निकालते समय संख्या को दो खडी रेखा अर्थात एक कौलम मे रख कर क्रिया करे। जैसे

(1) $\sqrt{45796}$ का वर्गमूल ज्ञात करे।

भाजक	संख्या	भागफल
2	45796 4	214
2 +2	57 41	
41 +1	1696 1696	
424 × 4	××××	

अर्थात $\sqrt{45796} = 214$ Ans

उपरोक्त विधि की गणितीय क्रियात्मक व्याख्या निम्नलिखित प्रकार समझे।

(1) सबसे पहले संख्या को दो कौलम के मध्य रखे।

(2) इसके बाद संख्या के दाहिने तरफ से दो दो अंको का जोडा बना ले।

(3) यहां संख्या के दाहिने तरफ से दो दो अंको का जोडा 57 96 बनाया गया है। अंत मे अंक 4 अकेला बच गया हैं।

(4) पहला अंक 2 लेना होगा क्योकि 2 का वर्ग 4 होता है। 2 को 2 से गुणाकर गुणनफल 4 को संख्या या भाज्य के नीचे लिखा गया है। इस क्रम मे भागफल मे 2 वर्गमूल का पहला अंक प्राप्त होगा।

(5) इसके बाद भाज्य का दो अंक 57 उपर से उतारा गया है। तथा नया भाजक 4 है। इस पर भाजक का दुसरा अंक 1 लिया क्योकि एक से ज्यादा लेने पर भाज्य 57 से अधिक हो जाएगा। इसलिए 1 लेकर भाज्य के नीचे 41 लिखा गया। भाज्य 57 मे से 41 घटाने पर शेष 16 प्राप्त हुआ। फिर

उपर से एक साथ दो अंक 96 उतारा गया। तथा भागफल का दुसरा अंक 1 प्राप्त हुआ।

(6) इसके बाद बांए तरफ भाजक 41 मे 1 जोडकर 42 लिखा गया। अब भाज्य मे 1696 अंक प्राप्त हुआ। 42 के बाद 4 लिखकर 4 से गुणा करने पर 1696 आता है इसलिए भागफल का तीसरा अंक 4 प्राप्त हुआ। इसके साथ ही संख्या पुरी तरह विभाजित हो गया । अतः $\sqrt{45796} = 214$ Ans

(2) $\sqrt{5345344}$ का वर्गमूल ज्ञात करे।

भाजक	भाज्य	भागफल
2 (×) + 2	5345344 4	2312
43 (×) + 3	134 129	
461 (×) + 1	553 461	
4622 ×2	9244 9244	
	××××	

सरल व्याख्या

(1) सर्वप्रथम संख्या 5345344 को दो खडी स्तंभो के मध्य रखें।

(2) इसके बाद संख्या के दाहिने तरफ से दो दो अंको का जोडा बना ले। दो दो अंको के जोडा बनाने के बाद सबसे बाये तरफ एकल अंक 5 बचा।
(3) वर्गमूल निकालने की क्रिया मे 5 भाज्य के रूप मे पहले लेना होगा।

(4) अब वर्गमूल निकालने की क्रिया मे भाजक के रूप मे छोटा अंक 2 लिया गया है। क्योकि 2 का वर्ग 4 होता है जो भाज्य 5 से छोटा है। यहां 5 के निकटवर्ती छोटा अंक 4 है।

(5) अब वर्गमूल निकालने की क्रिया मे भाज्य 5 मे से 2 का वर्ग 4 घटाने पर शेष1बचा। इसके बाद उपर से एक साथ दो अक 34 उतारा गया है। अब नया भाज्य के रूप मे 134 प्राप्त हुआ।

(6) इस प्रकार वर्गमूल का पहला अंक 2 प्राप्त हुआ। इसके बाद सबसे बांये तरफ के भाजक का पहला अंक 2 मे उतना ही जोडकर नया भाजक का दहाई अंक 4 प्राप्त हुआ।

(7) अब देखना यह है कि दहाई का अंक 4 के दाहिने तरफ इकाई के स्थान पर कितना मान रखा जाए कि भाज्य 134 के बराबर या उससे कम निकटवर्ती संख्या प्राप्त हो।

(8) अब नया भाजक के दहाई अंक 4 के साथ इकाई अंक 3 रखने पर नया भाजक 43 प्राप्त हुआ। 43 मे 3 से गुणा करने पर गुणनफन 129 प्राप्त हुआ जो कि भाज्य 134 से छोटा और निकटवर्ती संख्या है।

(9) अब भाज्य 134 मे से 129 घटाने पर शेष 5 प्राप्त हुआ। तथा भागफल का दुसरा अंक 3 प्राप्त हुआ। जो वर्गमूल का दुसरा अंक प्राप्त हुआ।

(10) इसके बाद भाज्य के लिए उपर से एक साथ दो अंक 53 उतरा इस प्रकार नया भाज्य 553 प्राप्त हुआं।

(11) इसके बाद बांये तरफ भांजक 43 मे 3 जोडने पर नया भाजक का सैकडा तथा दहाई अंक 46 प्राप्त हुआ।

(12) अब नया भाजक के इकाई अंक का चयन इस प्रकार के अंक से करना है कि उसी भाजक से गुणा करे तब गुणनफल 553 के बराबर या छोटा हो।

(13) 46 के साथ इकाई अंक 1 चयन करने पर 461 प्राप्त हुआ। जो 553 के करीब या निकटवर्ती संख्या हैं। यदि इकाई के स्थान पर 2 चयन किया जाता तो $462\times 2 = 924$ प्राप्त होता जो भाज्य से ज्यादा हो जाता।

(14) अब नया भाजक 553 मे से 461 घटाने पर शेष 92 प्राप्त हुआ। अब नया भाज्य के लिए उपर से दो अंक 44 उतरा। इस प्रकार नया भाज्य 9244 प्राप्त हुआ।

(15) अब भागफल का तीसरा अंक1आया जो किवर्गमूल का तीसरा अंक है।

(16) अब भाजक 461 मे 1 जोडने पर 462 प्राप्त हुआ। 462 भाजक के लिए इकाई स्थान पर इस प्रकार का अंक रखना हैकि वह भाज्य 9244 को विभाजित करे।

(17) अब भाजक 462 मे इकाई के स्थान पर 2 रखने पर नया भाजक 4622 प्राप्त हुआ। इससे भाज्य 9244 पुरी तरह 2 बार मे विभाजित होगा।

(18) इस प्रकार भागफल मे चौथा अंक 2 लिया गया। जो कि वर्गमूल का चौथा अंक 2 हुआ।इस प्रकार अंत मे5345344 का वर्गमूल 2312 प्राप्त हुआ।

(3) $\sqrt{17}$ का वर्गमूल ज्ञात करे।

भाजक	भाज्य	भागफल
4 (×) + 4	17 16	**4.123**
81 (×) + 1	100 81	
822 (×) + 2	1900 1644	
8243 × 3	25600 24729	
	871	

यहां 17 का वर्गमूल दशमलव के बाद तीन अंको तक निकाला गया हैं।

(4) $\sqrt{15678}$ का वर्गमूल ज्ञात करे।

भाजक	भाज्य	भागफल
1 (×) + 1	15678 1	**125.21182**
22 (×) + 2	×56 44	
245 (×) + 5	1278 1225	
2502 (×) + 2	××5300 5004	
25041 (×) +1	×29600 25041	
250421 (×) +1	455900 250421	
2504228 (×) + 8	20547900 20033824	
25042362 (×) + 2	××51407600 50084724	
	×1322876	

वर्गमूल निकालते समय जब भाज्य, भाजक से कम बचता है तब इसके आगे की क्रिया करने के लिए शेष पर एक साथ दो जीरो लगाते है। तथा वर्गमूल के पूर्ण संख्या या अंक के बाद दशमलव लगा कर आगे क्रिया करते जाते

हैं।दशमलव के बाद आप चाहे जितना अक तब वर्गमूल निकाल सकते है। जैसा कि उपरोक्त उदाहरण मे वर्गमूल के तीन अक 125 लगने के बाद शेष 53 बचा। अब भाग नही लगेगा इसलिए शेष पर एक साथ दो जीरो लगा दें। तथा भागफल मे दशमलव लगा दे। इस तरह दशमलव के अंक लगाते जाते हैं। इस प्रकार उपरोक्त दशमलव के बाद 5 अंको तक वर्गमूल निलाला गया हैं। अर्थात $\sqrt{15678} = 125.21182$ Ans

(5) $\sqrt{45679}$ का वर्गमूल ज्ञात करे।

भाजक	भाज्य	भागफल
2 (×) + 2	45679 4	**213.72646**
41 (×) + 1	×56 41	
423 (×) + 3	1579 1269	
4267 (×) + 7	×31000 29869	
42742 (×) + 2	×113100 85484	
427446 (×) +6	2761600 2564676	
4274524 (×) + 4	×19692400 17098096	
42745286 (×) + 6	×259430400 256471716	
	××2958684	

वर्गमूल निकालते समय जब भाज्य, भाजक से कम बचता है तब इसके आगे की क्रिया करने के लिए शेष पर एक साथ दो जीरो लगाते है। तथा वर्गमूल के पूर्ण संख्या या अंक के बाद दशमलव लगा कर आगे क्रिया करते जाते हैं। दशमलव के बाद आप चाहे जितना अक तब वर्गमूल निकाल सकते है। जैसा कि उपरोक्त उदाहरण मे वर्गमूल के तीन अक 213 लगने के बाद शेष 310 बचा। अब भाग नही लगेगा इसलिए शेष पर एक साथ दो जीरो लगा दें। तथा भागफल मे दशमलव लगा दे। इस तरह दशमलव के अंक

लगाते जाते हैं। इस प्रकार उपरोक्त दशमलव के बाद 5 अंको तक वर्गमूल निलाला गया हैं। अर्थात $\sqrt{45679}$ = **213.72646** Ans

दशमलव भिन्न का वर्गमूल :- ऐसी संख्या जो पूर्णांक के साथ साथ दशमलव मे हो । अर्थात संख्या पूर्ण न हो तो वर्गमूल निकालते समय निम्नलिखित नियमो का पालन करें।

(1) $\sqrt{231.5810}$ = ?

पूर्णांक दशमलवांश

उपरोक्त वर्गमूल के संख्या मे दो भाग है। (1) पूर्णांक (2) दशमलवांश

दशमलव वाली संख्या का वर्गमूल निकालतें समय पूर्णांक वाले भाग को (RHS) दाहिने तरफ से दो दो अंको का एक जोडा बनाते जाते है। इसके बाद दशमलव बिंदू के बाद बांये तरफ से दो दो अंको का जोडा बनाते जाते है। जोडा बनाते समय कोई अंक अकेला बच जाए तब उसमे एक जीरो लगाकर जोडा बना ले।

पूर्णांक भाग का जोडा बनाने की क्रिया दाहिने तरफ से किया जाता है। जैसा कि उक्त संख्या 31 को दाहिने तरफ से एक जोडा बनाया गया है। इसके बाद पूर्णांक मे अकेला 2 बच गया।

दशमलवांश भाग मे अंको का जोडा बांये तरफ से लगाते है जैसा कि उक्त संख्या मे 58 का एक जोडा तथा दुसरा जोडा 10 बनाया गया है। इसके बाद वर्गमूल की सामान्य क्रिया करते जाते है।

भाजक	भाज्य	भागफल
1 (×) + 1	**231.5810** 1	**15.217**
25 (×) + 5	131 125	
302 (×) + 2	××658 604	
3041 (×) + 1	×5410 3041	
30427 (×) + 7	236900 212989	
	×23911	

शेष

ज्योहीं पूर्णांक का भाज्य अंत मे भाजक से कम हो जाए तब भागफल वाले संख्या के बाद दशमलव बिन्दु लगाकर उपर से दशमलावांश अक उतारना चाहिए। यहां उपरोक्त भाज्य 131 मे 25 से विभाजित करने के बाद शेष 6 बचा। इसके बाद भागफल वाले हिस्से मे 15 के बाद दशमलव लगाकर दशमलव के बाद वाले अंको को उतार कर वर्गमूल निकालने कि क्रिया करते जाते हैं।

यहां दशमलव के बाद तीन अंको तक वर्गमूल निकाला गया हैं। दशमलव के बाद जितने अंको तक वर्गमूल निकाला जाएगा तो वर्गमूल का मान उतना ही शुद्ध या सही होगा। अर्थात $\sqrt{231.5810}$ = **15.217 Ans**

(2) $\sqrt{167.610}$ = ?

भाजक	भाज्य	भागफल
1 (×) + 1	**167.6100** 1	**12.946**
22 (×) + 2	×67 44	
249 (×) + 9	2361 2241	
2584 (×) + 4	×12000 10336	
25886 (×) + 6	×166400 155316	
	×11084	

शेष

यहां पूर्णांक संख्या अर्थात दशमलव के पूर्व की संख्या को दाहिने तरफ से 67 को दो अंको का जोडा बनाया गया है। दो अंको का एक जोडा बनाने के बाद 1 अकेला अंक बचा हैं।

दशमलव वाले भाग मे दशमलव के बाद तीन अंक है जिसमे बायें तरफ से दो दो अंको का जोडा बनाना है। एक जोडा बनाने के बाद एक अंक जीरो अकेला अंक बच गया है। इसलिए इसे जोडा बनाने के लिए दाए तरफ एक जीरो लगाकर जोडा बनाया गया है।

सबसे पहले संख्या का पहला अंक 1 बचा है जो सिंगल अंक हैं। इसमे 1 का वर्ग करके भाज्य मे से 1घटाया गया है। भाजक का प्रथम तथा भागफल या वर्गमूल का पहला अंक 1 आया। भाज्य मे से 1घटाने पर शेष भाज्य का

अंक 67 बचा। इसके बाद भाजक मे 1 जोडने पर 2 नया भाजक का दहाई अक प्राप्त हुआ। अब यह देखना होता है कि भाजक के इकाई स्थान पर कितना अक रखा जाए कि भाज्य के बराबर या इससे कुछ छोटा हो। यहां भाजक के इकाई के स्थान पर 2 रखने पर नया भाजक 22 प्राप्त हुआ। इससे दो बार भाग लगेगा। इस प्रकार वर्गमूल का दुसरा अंक 2 प्राप्त हुआ। तथा 67 मे से 44 घटाने पर शेष 23 बचा।

अब भागफल या वर्गमूल मे दशमलव लगाया जाएगा क्योकि भाज्य,भाजक से कम या छोटा हो गया। भाज्य मे उपर से एक साथ दो अंक 61 उतारने पर 2361 प्राप्त हुआ। इसके बाद भाजक मे 2 जोडने पर 44 प्राप्त हुआ। इसमे इकाई के स्थान पर 9 रखने पर 9 बार भाग लगेगा। भाज्य मे से 2241 घटाने पर शेष 120 प्राप्त हुआ। अब इस पर एक साथ दो जीरो उतारने पर नया भाज्य 12000 प्राप्त हुआ। इसके भाजक मे 9 जोडने पर 258 प्राप्त हुआ । इस भाजक मे इकाई के स्थान पर 4 रखने पर 4 बार भाग लगेंगा। इस प्रकार वर्गमूल मे दशमलव के बाद दुसरा अंक 4 प्राप्त हुआ।

इसके बाद भाजक मे 4जोडने पर नया भाजक 2588 प्राप्त हुआ । अब इसमे इकाई का अंक 6 रखने पर 6 बार भाग लगेगा। इस प्रकार वर्गमूल मे दशमलव के बाद तीसरा अंक 6 प्राप्त हुआ। तथा अंत मे शेष 11084 बचा। इस प्रकार उपरोक्त संख्या का वर्गमूल दशमलव के बाद तीन अंको तक निकाला गया है। अर्थात $\sqrt{167.610}$ **= 12.946 Ans**

(3) $\sqrt{.0007311616}$ = ?

भाजक	भाज्य	भागफल / वर्गमूल
2 (×) + 2	.0007311616 4	.02704
47 (×) + 7	331 329	
5404 (×) + 4	21616 21616	
	×××××	

यहां संख्या मे दशमलव बिन्दु से पहले कोई पूर्णांक संख्या नही है। यहां संख्या दशमलव बिन्दु से प्रारंभ हुआ है। अतः वर्गमूल निकालते समय वर्गमूल के अंक का भी प्रारंभ दशमलव बिन्दु से होगा। यहां दशमलव वाले संख्या के अंको का जोडा बांए तरफ से बनाते जाऐंगे।

यहां बांए तरफ प्रथम जोडा 00 है। इसलिए भाग नही लगेगा। इस प्रकार वर्गमूल के अंक मे दशमलव के बाद एक जीरो रखा गया है। उपर के दुसरे जोडे के 07 मे 2 से 2 बार भाग करने पर वर्गमूल का दुसरा अंक 2 प्राप्त हुआ। भाजक मे 2 जोडने पर नया भाजक का दहाई अंक 4 प्राप्त हुआ। तथा उपर से 31 उतारने पर नया भाज्य 331 प्राप्त हुआ।

अब भाजक मे दहाई अंक 4 के बाद इकाई के स्थान पर 7 रखने पर उक्त भाज्य मे 7 बार भाग लगेगा। उक्त संख्या मे से 329 घटाने पर शेष 2बचा। इसके बाद उपंर से दो अंक 16 उतारे पर नया भाज्य 216 प्राप्त हुआ। जोकि भाजक से कम है। अतः वर्गमूल के अंक मे एक जीरो बैठाया गया। तथा भाजक मे भी एक जीरो उतरा गया। इसके बाद भाज्य मे उपर से दो अंको का एक जोडा 16 उतारा। अतः नया भाज्य 21616 प्राप्त हुआ। इसके बाद भाजक के इकाई के स्थान पर 4 लगाकर 4 बार मे भाज्य पुरी तरह विभाजित हो गया। इस प्रकार वर्गमूल का अंतिम अंक 4 प्राप्त हुआ। अतः उक्त संख्या का वर्गमूल $\sqrt{.0007311616} = .02704$ **Ans**

(4) $\sqrt{.4} = ?$

भाजक	भाज्य	भागफल/ वर्गमूल
6 (×) + 6	. 40 36	.63245
123 (×) + 3	400 369	
1262 (×) + 2	3100 2524	
12644 (×) + 4	57600 50576	
126485 (×) + 5	702400 632425	
	69975	

यहां दशमलव के बाद अकेला 4 है। इसलिए दशमलव के बाद एक जीरो लगाकर जोडा बनाया गया हैं। फिर दुसरा जोडा बनाने के लिए दो जीरो एक साथ लगाया गया। वर्गमूल निकालते समय वर्गमूल के अंक के पहले दशमलव लगाकर अक लिखते जाए।

अब भाज्य के प्रथम जोडा 40 मे 6 से 6 बार 36 भाग लगाया गया। इस प्रकार भाजक का अंक 6 तथा वर्गमूल का पहला अंक दशमलव के बाद 6

प्राप्त हुआ। इसके बाद भाज्य 40 मे से 36 घटाने पर शेष 4 बचा। इसके बाद प्रथम भाजक मे 6 जोडने पर 12 प्राप्त हुआ। अब भाज्य मे उपर से दो अंक 00 उतारने पर नया भाज्य 400 प्राप्त हुआ। नया भाजक मे इकाई के स्थान पर 3 रखने पर नया भाजक 123 से 3 बार भाग लगेगा।इसके बाद 400 मे से 369 घटाने पर शेष 31 बचा। तथा भाजक मे 3 जोडने पर 126 प्राप्त हुआ। अब इस भाजक के इकाई के स्थान पर ऐसा अंक रखना है कि उसी अक से गुणा करने पर 3100 के बराबर या इससे छोटी संख्या प्राप्त हो।वर्गमूल का दुसरा अंक 3 प्राप्त हुआ। इसके बाद भाजक मे इकाई के स्थान पर 2 रखने पर नया भाजक 1262 प्राप्त हुआ। इससे दो बार मे भाग लगेगा। अतः वर्गमूल का तीसरा अंक 2 प्राप्त हुआ।अर्थात **$\sqrt{.4}$ = .63245**

(5) $\sqrt{.9}$ = ?

भाजक	भाज्य	भागफल/ वर्गमूल
9 (×) + 9	**.90** 81	**.94868**
184 (×) + 4	900 736	
1888 (×) + 8	16400 15104	
18966 (×) + 6	129600 113796	
189728 (×) + 8	1580400 1517824	
	62576	

$\sqrt{.9}$ = .94868 Ans

(6) $\sqrt{.1} = ?$

भाजक	भाज्य	भागफल/ वर्गमूल
3 (×) + 3	.10 9	.31622
61 (×) + 1	100 61	
626 (×) + 6	3900 3756	
6322 (×) + 2	14400 12644	
63242 (×) + 2	175600 126484	
	49116	

$\sqrt{.1}$ = .31622 Ans

(7) $\sqrt{2.7777777777 - - - - - - - - - -} = ?$

भाजक	भाज्य	वर्गमूल
1 (×) + 1	2.77777777777---- 1	1.6666.... .
26 (×) + 6	177 156	
326 (×) + 6	2177 1956	
3326 (×) + 6	22177 19956	
33326 (×) + 6	222177 199956	
	22221	

$\sqrt{2.7777777 - - - -}$ = 1.66666........... Ans

आर्वत दशमलव को साधारण भिन्न मे बदलकर वर्गमूल निकाले।

(8) $\sqrt{.3333333333333 - - - - - - - -} = ?$

भाजक	भाज्य	वर्गमूल
5 (×) + 5	.333333333333---- 25	.57735 .....
107 (×) + 7	833 749	
1147 (×) + 7	8433 8029	
11543 (×) + 3	40433 34629	
115465 (×) + 5	580433 577325	
	3108	

$\sqrt{.33333333333 - - - -}$ = .57735.......... Ans

(9) $\sqrt{.00040804} = ?$

भाजक	भाज्य	वर्गमूल
2 (×) + 2	.00,04,08,04 04	.0202
402 (×) + 2	00804 00804	
	×××××	

$\sqrt{.00040804}$ = .0202 Ans

यहां दशमलव के बाद बांय तरफ से दो दो अंको का जोडा बनाया गया हैं। यहां संख्या के प्रथम दो अंक 00 है। इसलिए भाग नही लगेगा। इस कारण वर्गमूल के संख्या मे दशमलव के बाद एक जीरो लगाये। इसके बाद भाज्य का दुसरा जोडा 04उतारा गया।दुसरे भाजक के रूप मे 2 रखा गया।क्योकी 2 का वर्ग 4 होता हैं जोकि दुसरे भाज्य के बराबर हुआ। इस प्रकार वर्गमूल का दुसरा अंक 2 प्राप्त हुआ। अब भाज्य का नया जोडा 08 उतारा गया। तथा भाजक मे 2 जोडने पर नया भाजक का दहाई अंक 4 प्राप्त हुआ। अगर भाजक मे इकाई के स्थान पर कोई अंक रखने पर भाज्य से ज्यादा

हो जाएगा। इसलिए भाज्य मे उपर से दो अंक एक साथ उतारने पर नया भाज्य 804 आया। इसके बाद भाजक मे एक जीरो तथा वर्गमूल के अंक मे एक जीरो रखना होगा। इस प्रकार नया भाजक मे सैकडा का अंक 4 दहाई मे 0 तथा इकाई के स्थान पर 2 रखने पर नया भाजक 402 से 2 बार मे पूर्णतः विभाजित होगा। तथा वर्गमूल का चौथा अंक 2 प्राप्त होगा।

(10) $\sqrt{.008} = ?$

भाजक	भाज्य	वर्गमूल
0 (×) + 0	.00,80,00,00 00	.08944
08 (×) + 8	80 64	
169 (×) + 9	1600 1521	
1784 (×) + 4	7900 7136	
17884 (×) + 4	76400 71536	
	4864	

$\sqrt{.008} = .08944$

(11) $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} = ?$

$\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ say

Now squaring both sides

$(\sqrt{8+2\sqrt{15}})^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$

$8+2\sqrt{15} = x+y+2\sqrt{xy}$

ie $x+y+2\sqrt{xy} = 8+2\sqrt{15}$

ie $x+y = 8$ & $2\sqrt{xy} = 2\sqrt{15}$

ie $x+y = 8$ ------------------ (1)

$2\sqrt{xy} = 2\sqrt{15}$ Now squaring both sides

ie 4xy = 60 ---------------- (2)

$\because x - y = \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}$

$= \sqrt{(8)^2 - 60}$

$= \sqrt{64 - 60}$

$= \sqrt{4} = 2$

ie $x - y = 2$ ---------------- (3)

now from equation (1) & (2)

$x + y = 8$ -----------------(1)

$x - y = 2$ ---------------- (3)

+

2x = 10

$\therefore x = \frac{10}{2} = 5$

$x + y = 8$ -----------------(1)

5+y = 8

$\therefore$ y = 6-5 = 3

$\sqrt{\mathbf{8 + 2\sqrt{15}}}$ **=** $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

$= \sqrt{5} + \sqrt{3}$ Ans

(12) $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} = ?$

$\sqrt{\mathbf{19 - 8\sqrt{3}}}$ **=** $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ say

Now squring both sides

$(\sqrt{19-8\sqrt{3}})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$

$19-8\sqrt{3} = x+y-2\sqrt{xy}$

ie $x+y-2\sqrt{xy} = 19-8\sqrt{3}$

ie x+y = 19 & $2\sqrt{xy} = 8\sqrt{3}$

ie x+y = 19 ------------------ (1)

$2\sqrt{xy} = 8\sqrt{3}$ Now squaring both sides

ie 4xy = 192 ---------------- (2)

$\because x - y = \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}$

$= \sqrt{(19)^2 - 192}$

$= \sqrt{361 - 192}$

$= \sqrt{169} = 13$

ie $x - y = 13$ ---------------- (3)

now from equation (1) & (3)

$x + y = 19$ ------------------(1)

$x - y = 13$ ---------------- (3)

+

2x = 32

$\therefore$ x = $\frac{32}{2}$ = 16

$x + y = 19$ ------------------(1)

16+y = 19

$\therefore$ y = 19−16 = 3

$\sqrt{\mathbf{19 - 8\sqrt{3}}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

$= \sqrt{16} - \sqrt{3}$

$= 4 - \sqrt{3}$ Ans

(13) $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = ?$

$\sqrt{\mathbf{8 - 2\sqrt{15}}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ say

Now squaring both sides

$(\sqrt{8-2\sqrt{15}})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$

$8-2\sqrt{15} = x+y-2\sqrt{xy}$

ie $x+y-2\sqrt{xy} = 8-215$

ie $x+y = 8$ & $2\sqrt{xy} = 2\sqrt{15}$

ie $x+y = 8$ ------------------ (1)

$2\sqrt{xy} = 2\sqrt{15}$ Now squaring both sides

ie $4xy = 60$ ---------------- (2)

$\because x - y = \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}$

$= \sqrt{(8)^2 - 60}$

$= \sqrt{64 - 60}$

$= \sqrt{4} = 2$

ie $x - y = 2$ ---------------- (3)

Now from equation (1) & (3)

$x + y = 8$ ------------------(1)

$x - y = 2$ ---------------- (3)

+

$2x = 10$

$\therefore x = \frac{10}{2} = 5$

$x + y = 8$ ------------------(1)

$5 + y = 8$

$\therefore y = 8-5 = 3$

$\sqrt{\mathbf{8 - 2\sqrt{15}}} = \sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ Ans

BY SUBANT PASWAN

(14) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = ?$

$\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ say

Now squaring both sides

$(\sqrt{7+4\sqrt{3}})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$

$7+4\sqrt{3} = x+y+2\sqrt{xy}$

ie $x+y+2\sqrt{xy} = 7+4\sqrt{3}$

ie $x+y = 7$ & $2\sqrt{xy} = 4\sqrt{3}$

ie $x+y = 7$ ------------------ (1)

$2\sqrt{xy} = 4\sqrt{3}$ Now squaring both sides

ie $4xy = 48$ ---------------- (2)

$\because x - y = \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}$

$= \sqrt{(7)^2 - 48}$

$= \sqrt{49 - 48}$

$= \sqrt{1} = 1$

ie $x - y = 1$ ---------------- (3)

now from equation (1) & (3)

$x + y = 7$ ------------------(1)

$x - y = 1$ ---------------- (3)

+

$2x = 8$

$\therefore x = \frac{8}{2} = 4$

$x + y = 7$ ------------------(1)

$4 + y = 7$

$\therefore$ y = 7−4 = 3

$$\therefore \sqrt{7 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$= \sqrt{4} + \sqrt{3}$$

$$= 2 + \sqrt{3} \quad \text{Ans}$$

(15) $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+-----------\infty}}}}}} = ?$

$$X = \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+-----------\infty}}}}}} \text{ say}$$

Now squaring both sides

$$x^2 = 6 + \underbrace{\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+-----------\infty}}}}}}}_{X \quad \text{SAY}}$$

$x^2 = 6 + x$

ie $x^2 - 6 - x = 0$

ie $x^2 - x - 6 = 0$

ie $x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$

ie x(x−3)+ 2(x−3) = 0

ie (x−3)(x+2) = 0

ie (x−3) = 0 or (x+2) = 0

$\therefore$ x = 3 or −2 Ans

(16) $\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6------------\infty}}}}}}$ **= ?**

$X = \sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6------------\infty}}}}}}$ **say**

Now squaring both sides

$$x^2 = 6-\underbrace{\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6-\sqrt{6------------\infty}}}}}}}_{x}$$

ie $x^2 = 6 - x$

ie $x^2 - 6 + x = 0$

ie $x^2 + x - 6 = 0$

ie $x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$

ie $x(x+3) - 2(x+3) = 0$

ie $(x+3)(x-2) = 0$

$(x+3) = 0$ or $(x-2) = 0$

ie $x = -3$ or $x = 2$ Ans

(17) $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5 - - - - - - - - - -\infty}}}}}}$ **= ?**

$X = \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{- - - - - - - - - - \infty}}}}}}$ **say**

Now squaring both sides

$x^2 = 5\underbrace{\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5 - - - - - - - - - -\infty}}}}}}}_{X \quad say}$

$x^2 = 5x$

ie $x^2 - 5x = 0$

ie $x(x-5) = 0$

ie $(x-5) = 0$ $\therefore x = 5$ Ans

(18) $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}$ **= ?**

$\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}}$

$5^{(\frac{1}{2})} \times 5^{(\frac{1}{4})} \times 5^{(\frac{1}{8})} \times 5^{(\frac{1}{16})} \times 5^{(\frac{1}{32})}$

$5^{(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32})}$

$5^{\frac{31}{32}}$ Ans ie $\sqrt[32]{(5)^{31}}$ Ans

$$(19)\quad \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+----------\infty}}}}}} = ?$$

यहां X कोई धनात्मक संख्या है जो अनंत पदो तक करणी के अंदर स्थित है। इसमे अंदर एक से अधिक वर्गमूल के चिन्ह लगे है। इसे एक TRICK द्वारा हल किया जा सकता है। अर्थात

Solution = $\frac{1+\sqrt{4x+1}}{2}$ (1,2,4 constant)

यहां X करणी के अंदर की वास्तविक संख्या है।

$$(20)\quad \sqrt{x-\sqrt{x-\sqrt{x-\sqrt{x-\sqrt{x-\sqrt{x-----------\infty}}}}}} = ?$$

यहां X कोई धनात्मक संख्या है जो अनंत पदो तक करणी के अंदर स्थित है। इसमे अंदर एक से अधिक वर्गमूल के चिन्ह लगे है। इसे एक TRICK द्वारा हल किया जा सकता है। अर्थात

Solution = $\frac{-1+\sqrt{4x+1}}{2}$ (1,2,4 constant)

यहां X करणी के अंदर की वास्तविक संख्या है।

$$(21)\quad \sqrt{x+\sqrt{x-\sqrt{x+\sqrt{x-\sqrt{x+\sqrt{x-\sqrt{x}+----------\infty}}}}}} = ?$$

यहां X कोई धनात्मक संख्या है जो अनंत पदो तक करणी के अंदर स्थित है। इसके अंदर अनंत पदो तक वर्गमूल का चिन्ह लगा है। इसके अंदर

(+ − + − + − + − +) चिन्ह अनंत पदो मे लगा हो तो इसे एक TRICK द्वारा हल किया जा सकता है। अर्थात

Solution = $\frac{1+\sqrt{(4x-3)}}{2}$ (1, 2, 3 ,4 constant)

यहां X करणी के अंदर की वास्तविक संख्या है।

(22) $\sqrt{x-\sqrt{x+\sqrt{x-\sqrt{x+\sqrt{x-\sqrt{x+\sqrt{x}}}}}}\,----------\infty} = ?$

यहां X कोई धनात्मक संख्या है जो अनंत पदो तक करणी के अंदर स्थित है। इसके अंदर अनंत पदो तक वर्गमूल के चिन्ह लगे है। इसके अंदर (− + − + − + − + −) चिन्ह अनंत पदो तक लगा हो तो इसे एक TRICK द्वारा हल किया जा सकता है। अर्थात

Solution = $\frac{-1+\sqrt{(4x-3)}}{2}$ (1, 2, 3 ,4 constant)

यहां X करणी के अंदर की वास्तविक संख्या है।

(23) $\sqrt{(11111 --- 11111111) - (22222 ----- 222222)}$

Up to 200 digits Up to 100 digits

यहां 1 की आवृति वाले 200 अंको मे से दो अंक 11 तथा 2 की आवृति वाले 100 अंको मे से एक अंक 2 को एक साथ लेकर घटाने की क्रिया करे तो निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होंगे। $\sqrt{11-2} = \sqrt{9} = 3$

यहां 1 की आवृति वाले 200 अंको मे से चार अंक 1111 तथा 2 की आवृति वाले 100 अंको मे से दो अंक 22 को एक साथ लेकर घटाने की क्रिया करे तो निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होंगे। $\sqrt{1111-22} = \sqrt{1089} = 33$

यहां 1 की आवृति वाले 200 अंको मे से छह अंक 111111 तथा 2 की आवृति वाले 100 अंको मे से तीन अंक 222 को एक साथ लेकर घटाने की

क्रिया करे तो निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होंगे। $\sqrt{111111-222}$ = $\sqrt{110889}$ = 333

यहां 1 की आवृति वाले 200 अंको मे से आठ अंक 11111111 तथा 2 की आवृति वाले 100 अंको मे से चार अंक 2222 को एक साथ लेकर घटाने की क्रिया करे तो निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होंगे। $\sqrt{11111111-2222}$ = $\sqrt{1110889}$ = 3333 अर्थात

1की आवृति वाला 8 अंको मे से 2 की आवृति वाला 4 अंको को घटाने पर परिणाम 3 की आवृति वाला चार अंक 3333 आएगा।

∵ 8 अंकों को लेने पर तीन की आवृति वाला 4 अंक प्राप्त होता है।

∴ 1 ,, ,, ,, $\frac{4}{8}$,,

∴ 200 ,, ,, ,, $\frac{4}{8}\times 200 = 100$

$\sqrt{(1111111 - - - -1111) - (2222222 - - - - - 2222)}$

3333333333 ----------- up to 100 digits ANS

(24) यदि संख्या 5416X6 एक पूर्ण वर्ग है तो X का मान ज्ञात करें।

∵ x दहाई के स्थान पर है इसलिए इसका स्थानीय मान 10x होगा।

∴ संख्या 5416X6 को इस प्रकार व्यक्त करें = 541606+10x

∵ संख्या पूर्ण वर्ग है अर्थात 5416X6 = 541606+10x $= k^2$ say

∴ $k = \sqrt{(541606 + 10x)}$

भाजक	भाज्य	भागफल
7 (×) + 7	541606+10x 49	**735**
143 (×) + 3	516 429	
1465 (×) + 5	8706+10x 7325	
	1381 +10x	

∵ संख्या जब पूर्ण वर्ग होगा तब इस प्रक्रिया मे शेष जीरो होनी चाहिए।

∵ x दहाई के स्थान पर है इसलिए इसका स्थानीय मान 10x होगा। इस प्रकार अंतिम दो अंको को 10x+6 लिखा जाएगा।

प्राप्त वर्गमूल 735 से 1 अधिक करने पर (735+1) , k = 736 प्राप्त होगा। इसका वर्ग करने पर अर्थात $(736)^2 = 541696 = k^2$

प्रश्नानुसार $541606+10x = 541696 = k^2$

ie $10x = 541696 - 541606$

$10x = 90$

∴ $X = \frac{90}{10} = 9$ Ans

(25) यदि संख्या 541X96 एक पूर्ण वर्ग है तो X का मान ज्ञात करें।

∵ x सैकडा के स्थान पर है इसलिए इसका स्थानीय मान 100x होगा।

∴ संख्या 541X96 को इस प्रकार व्यक्त करें = 541096+100x

∵ संख्या पूर्ण वर्ग है अर्थात $541X96 = 541096+100x = k^2$ say

∴ $k = \sqrt{(541096 + 100x)}$

भाजक	भाज्य	भागफल
7 (×) + 7	541096+100x 49	**735**
143 (×) + 3	510 429	
1465 (×) + 5	8196+100x 7325	
	871+100x	

∵ संख्या जब पूर्ण वर्ग होगा तब इस प्रक्रिया मे शेष जीरो होनी चाहिए।

प्राप्त वर्गमूल 735 से 1 अधिक करने पर (735+1) , k = 736 प्राप्त होगा। इसका वर्ग करने पर अर्थात $(736)^2 = 541696 = k^2$

∵ x सैकडा के स्थान पर है इसलिए इसका स्थानीय मान 100x होगा। इस प्रकार अंतिम तीन अंको को 100x+96 लिखा जाएगा।

प्रश्नानुसार 541096+100x = 541696 = k^2

ie 100x = 541696- 541096

100x = 600

∴ X = $\frac{600}{100}$ = 6 Ans

(26) $\sqrt{\frac{6.25}{10.24}}$

यहां दशमलव भिन्न को साधारण भिन्न मे बदलकर अंश एवं हर के अंक को अलग अलग वर्गमूल निकालकर नये भिन्न के रूप मे लिखे।

$\sqrt{\frac{6.25}{10.24}} = \sqrt{\frac{625}{1024}} = \sqrt{(\frac{25}{32})^2}$ = 25/32 Ans

(27) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}}$

यहां अंश एवं हर का प्रमेयीकरण करने पर

$\sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}} \times \sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{5}-2)2}{1}}$ = √5-2 Ans

(28) $\sqrt{638 - \sqrt{160 + \sqrt{81}}}$

यदि एक से अधिक करणी किसी व्यंजक मे शामिल हो तो सबसे पहले अंतिम व्यंजक पद का वर्गमूल निकाल कर क्रिया करते जाए।

$\sqrt{638 - \sqrt{160 + \sqrt{81}}}$

$= \sqrt{638 - \sqrt{160 + 9}}$

$= \sqrt{638 - \sqrt{169}}$

$= \sqrt{638 - 13}$

$=\sqrt{625}$

$= 25$ Ans

(29) $\sqrt{6-4\sqrt{3}+\sqrt{16-8\sqrt{3}}}$

यदि एक से अधिक व्यंजक करणी मे शामिल हो तो सबसे पहले अंतिम व्यंजक पद का वर्गमूल निकाल कर क्रिया करते जाए। यहां अंतिम पद $\sqrt{16-8\sqrt{3}}$ है।

$\sqrt{16-8\sqrt{3}} = ?$

$\sqrt{16-8\sqrt{3}} = \sqrt{x}-\sqrt{y}$ say

Now squaring both sides

$(\sqrt{16-8\sqrt{3}})^2 = (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2$

$16-8\sqrt{3} = x+y-2\sqrt{xy}$

ie $x+y-2\sqrt{xy} = 16-8\sqrt{3}$

ie $x+y = 16$ & $2\sqrt{xy} = 8\sqrt{3}$

ie $x+y = 16$ ------------------ (1)

$2\sqrt{xy} = 8\sqrt{3}$ Now squaring both sides

ie $4xy = 192$ ---------------- (2)

$\because x-y = \sqrt{(x+y)^2-4xy}$

$= \sqrt{(16)^2-192}$

$= \sqrt{256-192}$

$= \sqrt{64} = 8$

ie $x-y = 8$ ---------------- (3)

Now from equation (1) & (3)

$x + y = \ 16$ -----------------(1)

$x - y = \ 8$ ---------------- (3)

+

$2x \quad = 24$

$\therefore x = \frac{24}{2} = 12$

$x + y = \ 16$ -----------------(1)

$12 + y \ = 16$

$\therefore y = 16 - 12 = 4$

$\sqrt{\mathbf{16 - 8\sqrt{3}}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

$= \sqrt{12} - \sqrt{4}$

$= \mathbf{2\sqrt{3} - 2}$

Now according to question

$\sqrt{6 - 4\sqrt{3} + \sqrt{16 - 8\sqrt{3}}}$

$= \sqrt{6 - 4\sqrt{3} + (2\sqrt{3} - 2)}$

$= \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

$= \sqrt{(\sqrt{3} - 1)2} \quad = \sqrt{3} - 1 \quad$ Ans

(30) $\sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}}$

$\because \sqrt[4]{n} = \sqrt{\sqrt{n}}$ लिखा जा सकता है।

$\therefore \quad \sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}}$

सर्वप्रथम यहां व्यंजक $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ का वर्गमूल निकालकर पुणः वर्गमूल निकालना होगा। अर्थात

$\sqrt{17+12\sqrt{2}} = \sqrt{(3+2\sqrt{2})^2} = 3+2\sqrt{2}$ ------------- (1)

Accordind to question

$\sqrt[4]{17+12\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{17+12\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{(3+2\sqrt{2})^2}} = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$= \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$= \sqrt{2}+1$ Ans

(2.3) धंनमूल (CUBIC ROOT)

धनमूल (CUBUC ROOT); यदि कोई X धनात्मक संख्या को स्वयं की संख्या से तीन बार गुणा किया जाए तो गुणनफल X^3 प्राप्त होगा। इस प्रकार X धनात्मक संख्या का घनफल X^3 होगा। तथा X^3 संख्या का धनमूल X होगा।

(1)घनमूल का गणितीय चिन्ह या संकेत $\sqrt[3]{N}$ होता है। जिस संख्या को धनमूल निकालना होता है उस संख्या को उक्त संकेत के अंदर लिखकर दर्शाया जाता है। जैसे 125 को घनमूल संकेत लगाना हो तो $\sqrt[3]{125} = 5$

(2)घनमूल का एक और गणितीय चिन्ह या संकेत होता है जिसे संख्या के उपर भिन्नात्मक पावर या घात $\frac{1}{3}$ लगा कर लिखा जाता है। जैसे $(125)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = 5$ घनमूल का चिन्ह या संकेत $\sqrt[3]{N} = (N)^{1/3}$ होता है।

(3) घनमूल को तीन प्रकार से निकाला जा सकता है।

(a) गुणनखण्ड विधि द्वारा (b) भाग विधि द्वारा (c) लघुगणक विधि द्वारा

(a) गुणनखण्ड विधि द्वारा वर्गमूल निलालने का नियम : ऐसी संख्या जिसका गुणनखण्ड आसानी से निकाला जा सके वैसी संख्या का घनमूल गुणनखण्ड विधि द्वारा निकाला जाता है। जैसे $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

इसमे संख्या का गुणनखण्ड निकालकर गुणनखण्ड के अंको को तीन तीन अंको का समूह बनाया जाता है। इसके बाद प्रत्येक समूह से एक एक अक को लेकर आपस मे गुणा दिया जाता है। इस प्रकार उक्त गुणनखंड के गुणनफल उक्त संख्या का घनमूल होगा।

यहां संख्या 125 का गुणनखण्ड (5×5×5) प्राप्त हुआ। यहां 5 की आवृति 3 बार है। इस प्रकार इस समूह से एक 5 अलग करने पर उक्त संख्या 125 का घनमूल 5 होगा। अर्थात $\sqrt[3]{125} = 5$ Ans

(2) $\sqrt[3]{216}$ = ?

सर्वप्रथम 216 का गुणनखण्ड ज्ञात करें।

भाजक	भाज्य	शेष
2	216	0
2	108	0
2	54	0
3	27	0
3	9	0
3	3	0

ie 216 = (2×2×2) × (3×3×3)

यहां गुणनखण्ड मे तीन तीन अंको का एक समूह बनाया गया है। प्रत्येक समूह मे एक समान अंक होनी चाहिए। यहां 2 की आवृति वाला 2×2×2 तीन अंक है। तथा 3 की आवृति वाला 3×3×3 तीन अंक है। इन प्रत्येक समूह से एक एक अंक लेकर आपस मे गुणा करने पर घनमूल प्राप्त होगा।

$\sqrt[3]{216}$ = 2×3 = 6 Ans

(3) $\sqrt[3]{512}$ = ?

सर्वप्रथम 512 का गुणनखण्ड ज्ञात करें।

भाजक	भाज्य	शेष
2	512	0
2	256	0
2	128	0
2	64	0
2	32	0
2	16	0
2	8	0
2	4	0
2	2	0
	1	

ie 512 = (2×2×2) × (2×2×2) × (2×2×2)

$= 2^3 \times 2^3 \times 2^3$

यहां गुणनखण्ड मे तीन तीन अंको का एक समूह बनाया गया है। प्रत्येक समूह मे एक समान अंक होनी चाहिए। यहां 2 की आवृति वाला 2×2×2 तीन अंक है। तथा 2 की आवृति वाला 3×3×3 तीन समूह बना है। इन प्रत्येक समूह से एक एक अंक लेकर आपस मे गुणा करने पर घनमूल प्राप्त होगा।

$\sqrt[3]{512} = 2\times2\times2 = 8$ Ans

(4) $\sqrt[3]{1728} = ?$

सर्वप्रथम 1728 का गुणनखण्ड ज्ञात करें।

भाजक	भाज्य	शेष
2	1728	0
2	864	0
2	432	0
2	216	0
2	108	0
2	54	0
3	27	0
3	9	0
3	3	0
	1	

ie $1728 = (2\times2\times2) \times (2\times2\times2) \times (3\times3\times3)$

$= 2 \times 2 \times 3$

यहां गुणनखण्ड मे तीन तीन अंको का एक समूह बनाया गया है। प्रत्येक समूह मे एक समान अंक होनी चाहिए। यहां 2 की आवृति वाला 2×2×2 तीन अंक है। तथा 2 की आवृति वाला 2×2×2 दो समूह बना है। तथा 3 की आवृति वाला एक समूह बना । इन प्रत्येक समूह से एक एक अंक लेकर आपस मे गुणा करने पर घनमूल प्राप्त होगा।

$\sqrt[3]{1728} = 2\times2\times3 = 12$ Ans

(5) $\sqrt[3]{3375}$ = ?

सर्वप्रथम 3375 का गुणनखण्ड ज्ञात करें।

भाजक	भाज्य	शेष
3	3375	0
3	1125	0
3	375	0
5	125	0
5	25	0
5	5	0
	1	

ie $3375 = (3\times3\times3) \times (5\times5\times5)$

$= 3 \times 5$

यहां गुणनखण्ड मे तीन तीन अंको का एक समूह बनाया गया है। प्रत्येक समूह मे एक समान अंक होनी चाहिए। यहां 3 की आवृति वाला एक समूह बनाया गया है जिसमे 3×3×3 तीन अंक है। तथा 5 की आवृति वाला 5×5×5 एक समूह बना है। जिसमे तीन अंक है। इन प्रत्येक समूह से एक एक अंक लेकर आपस मे गुणा करने पर घनमूल प्राप्त होगा।

$\sqrt[3]{3375} = 3\times5 = 15$ Ans

(b) भाग विधि द्वारा घनमूल निकालने का नियम : जब किसी संख्या का घनमूल गुणनखण्ड विधि से निकालना संभव न हो तब भाग विधि द्वारा किसी भी संख्या का घनमूल निकाला जा सकता है। निम्नलिखित नियमों को ध्यान मे रखते हुंए घनमूल ज्ञात किया जा सकता है।

(1) सर्वप्रथम संख्या को दाहिने तरफ (RHS) से तीन तीन अंको का ग्रुप बनाते जाते है। यदि तीन तीन अंको को लेने के बाद कोई अंक बच जाता है तो उसे रहने दे। जैसे

(1) $\sqrt[3]{32768}$ = ?

भाजक	भाज्य	भागफल / घनमूल
3	32,768 27	**32**
$3^2 \times$**300** = 2700 **3×30**×2 = 180 2^2 = 4 +	5768 5768 −	
= 2884 × 2	××××	

जैसा कि उपर दांए तरफ से तीन अंको का एक ग्रुप मे लेने पर शेष दो अंक 32 बच गया।

अब देखना यह है कि कौन ऐसी संख्या है जिसका घन 32 के बराबर या इससे छोटा है। 3 ऐसी संख्या है जिसका घन 27 होता है जो 32 से छोटा हैं। यदि 4 लिया जाए तब 4 का घन 64 होगा जो कि भाज्य 32 से बडा हो जाएगा। इसलिए 4 अंक मान्य नही होगा।

अतः3 घनमूल का पहला अंक प्राप्त हुआ। भाज्य 32 मे से 27 घटाने पर शेष 5 आया। और इसके साथ उपर से एक साथ तीन अंक 768 उतारा गया। इस प्रकार नया भाज्य 5768 प्राप्त हुआ।

अब घनमूल के प्राप्त पहला अंक 3 का वर्ग करके इसमे 300(constant) से गुंणा करने पर गुणनफल 2700 आया। जो जांच भाजक कहलाता है। न्या भाज्य 5768 मे 2700 से अधिकतम दो बार भाग लग सकता है। इसके बाद घनमूल के पहले अंक 3 मे 30 (constnt) से गुणा कर घनमूल के जाच भाजक 2 से गुंणा करने पर गुणनफल 180 को जांच भाजक मे जोड दिया जाता है। इसके बाद उसके निचे घनमूल के दुसरे अंक के 2 के वर्ग करके जांच भाजक मे जोड दिया जाता है। इस प्रकार सभी को एक साथ जोउने पर जांच भाजक 2884 से 2 बार मे पुरी तरह विभाजित हो गया। अतः $\sqrt[3]{32768}$ = 32

(2) $\sqrt[3]{11239424}$ = ?

भाजक	भाज्य	भागफल / घनमूल
2	11,239,424 8	224
$2^2 \times 300$ = 1200 $2 \times 30 \times 2$ = 120 2^2 = 4 +	3239 2648 –	
1324 × 2	591	
$22^2 \times 300$ = 145200 $22 \times 30 \times 4$ = 2640 4^2 = 16 +	591424 591424 –	
147856 × 4	××××××	

ie $\sqrt[3]{11239424}$ = 224 Ans

जैसा कि उपर दांए तरफ से तीन अंको का दो ग्रुपो मे लेने पर शेष दो अंक 11 बच गया।

अब देखना यह है कि कौन ऐसी संख्या है जिसका घन 11 के बराबर या इससे छोटा है। 2 ऐसी संख्या है जिसका घन 8 होता है जो 11 से छोटा हैं। यदि 3 लिया जाए तब 3 का घन 27 होगा जो कि भाज्य 11 से बडा हो जाएगा। इसलिए 3 अंक मान्य नही होगा।

अतः 2 घनमूल का पहला अंक प्राप्त हुआ। भाज्य 11 मे से 8 घटाने पर शेष 3 आया। और इसके साथ उपर से एक साथ तीन अंक 239 उतारा गया। इस प्रकार नया भाज्य 3239 प्राप्त हुआ।

अब घनमूल के प्राप्त पहला अंक 2 का वर्ग करके इसमे 300 (constant)से गुंणा करने पर गुणनफल 1200 आया। जो जांच भाजक कहलाता है। नया भाज्य 3239 मे 1200 से अधिकतम दो बार भाग लग सकता है। इसके बाद घनमूल के पहले अंक 2 मे 30 (constant) से गुणा कर घनमूल के जाच भाजक 2 से गुंणा करने पर गुणनफल 120 को जांच भाजक मे जोड दिया

जाता है। इसके बाद उसके निचे घनमूल के दुसरे अंक के 2 के वर्ग करके जांच भाजक मे जोड दिया जाता है।इस प्रकार सभी को एक साथ जोडने (1200+120+4) = 1324 पर जांच भाजक 1324 से 2 बार भाग लगने के बाद शेष 591 बचा।

अब शेष 591 के साथ उपर से तीन अंक 424 उतारने पर नया भाज्य 591424 आया।

अब घनमूल के प्राप्त अंक 22 का वर्ग करके 300 (constant) से गुणा करने पर 145200 आया। यह दुंसरा जांच भाजक हुआ जो 145200 से 521424 मे अधिकतम 4 बार भाग लग सकता हैं। इसलिए घनमूल का तीसरा अंक 4 हुआं। इसके बाद घनमूल के प्रथम दो अंक 22 को 30 (constant) से गुणा करें तथा घनमूल के तीसरे अंक 4 से गुणा करने पर 2440 को जांच भाजक के नीचे लिखकर जोड दे इसके बाद घनमूल के तीसरे अंक 4 का वर्ग करके जांच भाजक के साथ जोडने पर (145200+2640+16) = 147854 जो नया जांच भाजक बनकर 591424 भाज्य के लिए आया है। इस प्रकार 147854 के द्वारा 4 बार मे पुरी तरह विभाजित हो जाएगा। अर्थात

$\sqrt[3]{11239424}$ = 224 Ans

(3) $\sqrt[3]{731189187729}$ = ?

भाजक	भाज्य	घनमूल
9	731,189,187,729 729	9009
$9^2\times 300$ = 24300,00,00 81×30×9 = 2430,00 9^2 = 81 +	2189,187,729 2189,187,729 –	
243243081 × 9	××××××××××	

ie $\sqrt[3]{731189187729}$ = 9009 Ans

जैसा कि उपर दांए तरफ से तीन तीन अंको का 4 ग्रुपो मे लेने पर अकेला कोई अंक नही बचा।

अब देखना यह है कि कौन ऐसी संख्या है जिसका घन 731 के बराबर या इससे छोटा है। 9 ऐसी संख्या है जिसका घन 729 होता है जो 731 से छोटा हैं।यदि 10 लिया जाए तब 10 का घन 100 होगा जो कि भाज्य 731 से ज्यादा जाएगा। इसलिए 10 अंक मान्य नही होगा। इसलिए 9 घनमूल का पहला अंक प्राप्त हुआ। इसके बाद 731 मे से 9 का घन 729 घटाने पर शेष2 आया। इसके बाद उपर से एक साथ तीन अंको का एक सेट उतारने पर 2189 प्राप्त हुआ।

अब घनमूल का पहला अंक 9 के वर्ग मे 300 से गुणा करने पर 24300 आया जो जांच भाजक कहलाता हैं। चूकीं अब भाजक, भाज्य से ज्यादा हो गया इसलिए भाग नही लगेगा। इसलिए उपर से एक साथ तीन अंक 187 एक साथ उतारा गया। भाग न लगने के कारण जांच अब जांच भाजक मे दो जीरो तथा धनमूल के अंक मे एक जीरो उतारा गया। इस प्रकार जांच भाजक 2430000तथा भाज्य 2189187 मे भाग नही लगेगा। इस लिए उपर से तीन अंक 729 उतारा गया। जिसके कारण जांच भाजक मे पुणः एक साथ दो जीरो तथा धनमूल के अंक मे एक जीरो उतारा गया। इस प्रकार जांच भाजक 243000000तथा भाज्य 2189178729 मे अधिकतम 9 बार भाग लग सकता हैं।

इसके बाद घनमूल के अंतिम अंक 9 का वर्ग 81 को उतार कर एक साथ जोडने पर (24300000+243000+81) = 243243081 अंतिम भाजक प्राप्त हुआ। इस प्रकार इससे अधिकतम 9 बार मे पुरी तरह विभाजित हो गया।

ie $\sqrt[3]{731189187729}$ = 9009 Ans

BY SUBANT PASWAN

(4) $\sqrt[3]{1879080904}$ = ?

भाजक	भाज्य	घनमूल
1	1,879,080,904	1234
$1^2 \times 300$ = 300 $1 \times 30 \times 2$ = 60 2^2 = 4 +	879 728 –	
364 × 2	151080	
$12^2 \times 300$ = 43200 $12 \times 30 \times 3$ = 1080 3^2 = 9 +	151080 132867 –	
44289 × 3	18213	
$123^2 \times 300$ = 4538700 $123 \times 30 \times 4$ = 14760 4^2 = 16 +	18213904 18213904 –	
4553476 ×4	××××××××	

$\sqrt[3]{1879080904}$ = 1234 Ans

सर्वप्रथम संख्या के दाहिने तरफ से तीन तीन अंको को लेकर ग्रुप बनाने के बाद 1 अकेला बच गया। हम लोग जानते है कि 1 का घन 1 होता हैं। इसलिए घनमूल का पहला अंक 1 प्राप्त हुआ।

इसके बाद भाज्य मे उपर से एक साथ तीन अंक 879 उतारा गया। अब घनमूल के पहला अंक 1 का वर्ग मे 300 से गुणा किया गया। जांच भाजक 300 से 879 मे अधिकतक 2 बार भाग लग सकता है। इसलिए घनमूल का दुसरा अंक 2 प्राप्त हुआ। इसके बाद घनमूल के पहले अंक को 30 से गुणा करने के बाद घनमूल के दुसरे अंक 2से आपस मे गुणा करने पर गुणनफल (1×30×2) = 60 प्राप्त हुआ। इसके बाद घनमूल के दुसरे अंक के वर्ग करके एक साथ जोडें अर्थात (300+60+4) = 364 से 879 मे 2 बार भाग लगेगा।

भाज्य मे से घटाने पर शेष 151 बचा। फिर उपर से एक साथ तीन अंक 080 उतारा गया। इस प्रकार नया भाज्य 151080 प्राप्त हुआ।

इसके बाद घनमूल के दो अंक 12 का वर्ग 144 मे 300 से गुणा करने पर गुणनफल 43200 आया। यह जांच भाजक के रूप मे आया। इसके बाद घनमूल के दो अंक 12 को 30 से गुणा के जांच भाजक से 3 बार मे भागलग सकता है। अतः तीनो का गुणनफल (12×30×3) = 1080 प्राप्त हुआ। फिर इसमे घनमूल के तीसरे अंक 3 का वर्ग करके जोडने पर योगफल (43200+1080+9) = 44289 प्राप्त हुआ। इससे तीन बार मे भाग लगने के बाद भाज्य मे से घटाने पर शेष 18213 बचा। इसके बाद नया भाज्य के लिए उपर से तीन अंक 904 उतारा गया। इस प्रकार नया भाज्य 1821390 प्राप्त हुआ।

इसके बाद भाजक की ओर घनमूल के तीन अंक 123 के वर्ग मे 300 से गुणा करने पर जांच भाजक 4538700 आया। इससे 4 मरतबा भाग लगेगा। अतः घनमूल का चौथा अक 4 प्राप्त हुआ। इसके बाद 123 मे 30 से गुणा कर फिर 4 से आपस मे गुणा करने पर तीनो का गुणनफल (123×30×4) = 14760 प्राप्त हुआ। इसके बाद 4 का वर्ग 16 को नीचे लिखकर एक साथ जोडने पर योगफल (4538700+14760+16) = 4553476 प्राप्त हुआ। यह अंतिम भाजक हुआ। इससे 4 बार मे पुरी तरह से विभाजित हो जाएगा।

दशमलव संख्या का घनमूल निकालने का नियम : दशमलव का घनमूल निकालते समय दशमलव के बाद के अको को बांए तरफ (LHS) से तीन तीन अंको का समूह बना लेते है। तथा दशमलव के पूर्व के संख्या को दांए तरफ से तीन तीन अंको का समूह बनाया जाता हैं। दशमलव वाले भाग मे बांए तरफ से तीन तीन अंको के समूह बनाते समय कोई अंक अकेला बच जाता है तब उसके साथ प्रर्याप्त जीरो लगाकर तीन अंको का समूह बना लिया जाता है।दशमलव का घनमूल निकालने का भी वही नियम एवं प्रक्रिया है। लेकिन एक बात को ध्यान मे आवश्य रखे कि दमशमलव के घनमूल के अंक के पहले दशमलव आवश्य लगाए। घनमूल की किया करते समय भाज्य मे दशमलव बिन्दू को हटा दे।तथा घनमूल के अंक मे दशमलव बिन्दु आवश्य लगाए।

(5) $\sqrt[3]{2471.326208}$ = ?

भाजक	भाज्य	घनमूल
1	**2,471.326,208** 1	**13.52**
1^2×**300** = 300 **1×30**×3 = 90 3^2 = 9 +	1471 1197 –	
399 × 3	274326	
13^2×**300** = 50700 **13×30**×5 = 1950 5^2 = 25 +	274326 263375 –	
52675 × 3	10951208	
135^2×**300** = 5467500 135×**30×2** = 14760 2^2 = 4 +	10951208 10951208 –	
5475604 ×2	××××××××	

$\sqrt[3]{2471.326208}$ = 13.52 Ans

यहा संख्या दशमलव मे है। इसलिए दशमलव के बाएं तरफ के अंको को अलग समूह बनाते है। तथा दशमलव के पहले वाले अंको को दाहिने तरफ से तीन तीन का समूह बनाते है।दशमलव के बाद तीन तीन अको का समूह बनाते समय यदि कोई अंक अकेला बच जाता है तब उस पर जीरो लगाकर तीन अंको का एक समूह बना लेते हैं। इसके बाद पूर्णांक संख्या की क्रिया पुरा होने पर दशमलव लगाकर आगे दशमलवांश की क्रिया समान्य रूप मे करते जाते हैं।

(6) $\sqrt[3]{.034328125}$ = ?

भाजक	भाज्य	भागफल / घनमूल
3	**.034,328,125** 027	**.325**
3^2×**300** = 2700 **3×30**×2 = 180 2^2 = 4 +	7328 5768 –	
2884 × 2	1660	
32^2×300 = 307200 **32×30**×5 = 4800 5^2 = 25 +	1660125 1660125 –	
312025 × 5	××××××	

ie $\sqrt[3]{.034328125}$ = .325 Ans

(7) $\sqrt[3]{.000017576}$ = ?

भाजक	भाज्य	भागफल / घनमूल
2	**.000,017,576** 000,008 –	**.026**
2^2×**300** = 1200 **2×30**×6 = 360 6^2 = 36 +	9576 9576 –	
1596 × 6	××××	

ie $\sqrt[3]{.000017576}$ = .026 Ans

यहां उपरोक्त संख्या मे दशमलव के बाद तीन जीरो हैं। इसलिए घनमूल के प्रारंभ मे दशमलव के बाद एक जीरो लगाया गया है। प्रत्येक तीन जीरो के लिए घनमूल के अंक के स्थान पर एक जीरो लगाया जाता हैं।

(8) $\sqrt[3]{-13824}$ = ?

ऋणात्मक (NEGATIVE) संख्याओ का घनमूल निकालते समय घनमूल के अंक मे (–) चिन्ह लगाकर आगे की क्रिया करें।

भाजक	भाज्य	भागफल / घनमूल
2	13,824 8	**–24**
$2^2 \times$**300** = 1200 **2×30**×4 = 120 4^2 = 16 +	5824 5824 –	
= 1456 × 4	××××	

$\sqrt[3]{-13824}$ = –24 Ans

(8) $\sqrt[3]{-13824}$ = ?

ऋणात्मक (NEGATIVE) संख्याओं का घनमूल निकालते समय घनमूल के अंक के पहले (–) चिन्ह लगाकर इसके बाद की क्रिया करें।

भाजक	भाज्य	भागफल / घनमूल
2	13,824 8 –	**–24**
$2^2 \times$**300** = 1200 **2×30**×4 = 120 4^2 = 16 +	5824 5824 –	
= 1456 × 4	××××	

$\sqrt[3]{-13824}$ = −24 Ans

(9) $\sqrt[3]{-54872}$ = ?

ऋणात्मक (NEGATIVE) संख्याओ का घनमूल निकालते समय घनमूल के अंक मे (–) चिन्ह लगाकर आगे की क्रिया करें।

भाजक	भाज्य	भागफल / घनमूल
3	54,872 −27	**− 38**
3^2×**300** = 2700 **3×30**×8 = 720 8^2 = 64 +	27872 27872 −	
= 3484 × 8	×××××	

$\sqrt[3]{-54872}$ = −38 Ans

(10) $\sqrt[3]{-421875}$ = ?

ऋणात्मक (NEGATIVE) संख्याओ का घनमूल निकालते समय घनमूल के अंक मे (–) चिन्ह लगाकर आगे की क्रिया करें।

भाजक	भाज्य	भागफल / घनमूल
7	−421,875 343	**−75**
7^2×**300** = 14700 **7×30**×5 = 7350 5^2 = 25 +	78875 78875 −	
= 15775 × 5	××××	

$\sqrt[3]{-421875}$ = −75 Ans

बीज गणितीय घनमूल निकालने का नियम : बीज गणित का घनमूल निकालते समय तीन तीन पदो का समूह बना लेते है। बहुपद मे आए घात या पावर को घटते क्रम मे रखे। बहुपद के दांए तरफ से तीन तीन पदो का समूह बनाया जाता हैं।

(1) $\sqrt[3]{27x^3 - 216x^2 + 576x - 512} = ?$

भाजक	भाज्य	घनमूल
3x	$27x^3 - 216x^2 + 576x - 512$ $27x^3$	**3x-8**
$3x^2 \times 3 = 27x^2$ $3x \times 3 \times -8 = -72x$ $-8^2 = 64$ +	$-216x^2 + 576x - 512$ $-216x^2 + 576x - 512$ –	
$27x^2 - 72x + 64$ × −8	××××	

$\sqrt[3]{27x^3 - 216x^2 + 576x - 512} =$ 3x-8 Ans

उपरोक्त व्यंजक मे तीन तीन पदो का एक समूह बनाने के बाद $27x^3$ बच गया। अब यह देखना है कि किस व्यंजक का घन $27x^3$ होता हैं। तो यहां 3x का घन $27x^3$ होगा।

इस प्रकार घनमूल का पहला पद 3x प्राप्त हुआ। इसके बाद घनमूल के प्रथम पद का वर्ग कर 3 से गुणा करने पर $27x^2$ प्राप्त हुआ। इसके बाद घनमूल के प्रथम व्यंजक को पुनः 3 से गुणा कर जांच भाजक मे जोड दे। इसके बाद घनमूल के दुसरे व्यंजक का वर्ग करके जांच भाजक मे जोडने पर $27x^2 - 72x + 64$ से .8 बार मे पुरी तरह विभाजित हो गया।

$\sqrt[3]{27x^3 - 216x^2 + 576x - 512} =$ 3x– 8 Ans

(2) $\sqrt[3]{x^6 - 9x^5 + 33x^{4-}63x^3 + 66x^2 - 36x + 8} = ?$

भाजक	भाज्य	घमू
x^2	$x^6 - 9x^5+33x^4 - 63x^3 + 66x^2 - 36x + 8$ x^6	x^2 $- 3x$ $+ 2$
$(x^4) \times 3 \quad = 3x^4$ $x^2 \times 3 \times -3x = -9x^3$ $-(3x)^2 = \quad 9x^2$ $+$	$-9x^5+33x^4 - 63x^3$ $-9x^5+27x^4 - 27x^3$ $-$	
$3x^4 - 9x^3+9x^2$ $\times \quad (-3x)$	$6x^4 - 36x^3 + 66x^2 - 36x + 8$	
$(3x^2 - 3x)^2 \times 3 \quad =$ $3x^4 - 18x^3+27x^2$ $(x^2 - 3x)3 \times 2$ $= (6x^2 - 18x)$ $2^2 \quad = 4$ $+$	$6x^4 - 36x^3 + 66x^2 - 36x + 8$ $6x^4 - 36x^3 + 66x^2 - 36x + 8$ $-$	
$3x^4 - 18x^3 +$ $33x^2 - 18x + 4$ $\times \quad 2$	××××××	

$\sqrt[3]{x^6 - 9x^5 + 33x^{4-}63x^3 + 66x^2 - 36x + 8}$

$= \mathbf{x^2 - 3x + 2}$ **Ans**

(1) सर्वप्रथम दांये तरफ से तीन तीन व्यंजको का समूह बना लें।
(2) इसके बाद x^6 अकेला बच गया। अब यह देखना है कि किसी व्यंजक का घन x^6 होता हैं।
(3) व्यंजक x^2 का घन x^6 होता हैं। इसलिए घनमूल का पहला व्यंजक x^2 प्राप्त हुआ।
(4)घनमूल का प्रथम व्यंजक x^2 का वर्ग करके 3 से गुणा करें।
(5) व्यंजक $(x^2)^2) \times \mathbf{3} = 3\,x^4$ यह जांच भाजक कहलाता है। अब देखना यह है कि $-9x^5$ मे $3\,x^4$ भाग देने पर भागफल $\mathbf{-3x}$ प्राप्त हुआ। अतः घनमूल का दुसरा व्यंजक $\mathbf{-3x}$ प्राप्त हुआ। इसके बाद घनमूल के पहले व्यंजक को 3 से गुणा करे। तथा दुसरे भाग से गुणा करें। $x^2\times\mathbf{3}\times(-3x) = -9x^3$ हुआ। इसके बाद घनमूल के दुसरे व्यंजक के वर्ग कर सभी व्यंजक को जोडने पर $3x^4 -9x^3+9x^2$ प्राप्त हुआ। अब इससे शेष व्यंजक मे भाग देने पर (- 3x) बार मे विभाजित हुआ।
(6)अब घनमूल के दो व्यंजक का वर्ग कर 3 से गुणा करे। अर्थात $(3x^2 - 3x)^2 \times 3 = 3x^4 -18x^3+27x^2$
इसके बाद घनमूल के दुसरे व्यंजक $(x^2 - 3x)$ को 3 से गुणा करे। तथा यह देंखे कि जांच व्यंजक $3x^4 -18x^3+27x^2$ से कितनी बार मे विभाजित होगा। अर्थात$6x^4 \div 3x^4 = 2$ अब घनमूल का तीसरी व्यंजक 2 प्राप्त हुआं। $(x^2 - 3x)3\times 2 = (6x^2 - 18x)$ इसके बाद तीसरे व्यंजक 2का वर्ग करके जांच भाजक मे जोडने पर $3x^4 - 18x^3 + 33x^2 - 18x + 4$ प्राप्त हुआ। इससे 2 बार मे पूर्णतः विभाजित होगा। अर्थात व्यंजक का घनमूल = $\mathbf{x^2 - 3x + 2}$ **Ans**

(3) $\sqrt[3]{\mathbf{64x^3 + 240x^2 + 300x + 125}} = ?$

भाजक	भाज्य	घनमूल
4x	$64x^3 +240x^2+300x+125$ $64x^3$	**4x+5**
$(4x)^2\times \mathbf{3} = 48x^2$ $4\mathbf{x}\times\mathbf{3}\times5 = 60x$ $5^2 = 25$ +	$240x^2+300x+125$ $240x^2+300x+125$ –	
$48x^2 +60x+ 25$ $\times \quad 5$	××××	

$\sqrt[3]{64x^3 + 240x^2 + 300x + 125} = 4x+5$ Ans

(4) $\sqrt[3]{125x^3 - 225x^2y + 135xy^2 - 27y^3} = ?$

भाजक	भाज्य	घनमूल
5x	$125x^3 - 225xy^2 + 135xy - 27y^3$ $125x^3$	**5x−3y**
$(5x)^2 \times 3 = 75x^2$ **5x×3**$\times -3y$=-45xyx $(-3y)^2 = 9y^2$ +	$-225xy^2 + 135xy - 27y^3$ $-225xy^2 + 135xy - 27y^3$	
$75x^2 - 45xyx + 9y^2$ × −3y	××××	

$\sqrt[3]{125x^3 - 225x^2y + 135xy^2 - 27y^3}$ = 5x-3y Ans

(2.4) घातांक एवं करणी (INDICES & SURDS)

घातांक (index) : यदि किसी संख्या या राशी को उसी संख्या या राशी के साथ जितनी बार गुणा जाय तो उस गुणनफल को उस संख्या या राशी के घात (power) के रूप मे लिखा जाता हैं। घातांक यह दर्शाता है कि राशी को आपस मे कितनी बार गुणा किया गया। जैसे

$6\times6\times6\times6 = 6^4 = 1296$

यहां संख्या 6 को आपस मे 4 बार गुणा किया गया है। अतः यहा घातांक 4 हुआ। इसी प्रकार अन्य उदाहरण देखे।

$a\times a\times a = a^3$

$a\times a\times a\times a = a^4$

$a\times a\times a\times a\times a = a^5$

यहा आधार a है तथा घातांक क्रमशः 3, 4, 5 हैं।

$a\times a\times a\times a\times a\times a\times$ ------------- $n = a^n$

$b\times b\times b\times b\times b\times b\times$ ------------- $n = b^n$

यहा आधार क्रमशः a , b है तथा घातांक n हैं।

घातांक के महत्वपूर्ण नियम निम्नलिखित हैं।

(1) यदि आधार एक समान हो तो गुणा करने पर घातांक आपस मे जोडते है। जैसे

ie $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) यदि आधार एक समान हो तो भाग करने पर घातांक आपस मे घटाते है। जैसे

ie $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(3) यदि संख्या के घातांक पर घातांक लगा हो तो उस संख्या मे आधार पर इनके घातांक के गुणनफनल के बराबर होता हैं। जैसे

$(a^m)^n = a^{mn}$

(4) यदि किसी संख्या पर (Power) घात , Zero लगा हो तो उसका मान हमेशा 1 के बराबर होता हैं। जैसे

$x^0 = 1 = x^{m-m} = \frac{x^m}{x^m} = 1$ Ans NB $(x \neq 0)$

$x^0 = 1 = x^{5-5} = \frac{x^5}{x^5} = 1$ Ans

$x^0 = 1 = x^{100-100} = \frac{x^{100}}{x^{100}} = 1$ Ans

$(7007)^0 = 7007^{100-100} = \frac{(7007)^{100}}{(7007)^{100}} = 1$ Ans

(5) यदि गुणा करते समय व्यंजक का आघार भिन्न भिन्न हो तथा घातांक एक समान हो तो सभी व्यंजक को आपस मे गुणा कर उसके गुणनफल पर घतांक लगा दिया जाता है। जैसे

(5) $a^m \times b^m \times c^m = (abc)^m$

(6) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

(7) $\{(a^{m^n})\}^p = a^{mnp}$

(8) $(\frac{a^m}{b}) = \frac{a^m}{b^m}$

(9) $(\frac{a}{b})^{-m} = \frac{b^m}{a^m} = \frac{1}{(\frac{a}{b})^m}$

(10) if $a^x = a^y$ $\therefore$ x = y

(11) if $a^x = b^x$ $\therefore$ a = b

(12) $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$

(13) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = a^{1/n} \times b^{1/n}$

(14) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a^{1/n}}{b^{1/n}} = (a/b)^{1/n}$

(15) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = (a)^{1/mn}$

करणी (SURD) : यदि किसी संख्या या राशी का मूल (Root) पूर्ण रूप से नही निकाला जा सके तो उस मूल को करणी या अमूलक कहा जाता है। जैसे $\sqrt{5}$, $\sqrt[10]{8}$, $\sqrt[4]{6}$ etc

करणी को निम्नलिखित प्रकार से वर्गीकरण किया गया हैं।

(1) पूर्ण करणी (Complete surd)

(2) सरल करणी (Simple surd)

(3) मिश्र करणी (Compound surd)

(4) सम मूलीय करणी (Surds of the same order)

(5) अनुबन्धी करणी (Conjugate surd)

(6) निरसन या प्रमेयीकरण प्रक्रिया करणी (Rationlization surd)

(1) पूर्ण करणी (Complete surd) : जब करणी किसी मूलक से युक्त नही रहती है तब उसे पूर्ण करणी कहते है। जैसे $\sqrt{3}$

(2) सरल करणी (Simple surd) : जब किसी करणी मे केवल एक पद होता है तब उसे सरल करणी कहते है। जैसे $\sqrt{7}$, $\sqrt[5]{2}$, $\sqrt[a]{b}$ etc

(3) मिश्र करणी (Compound surd) : जब संख्या मे दो या दो से अधिक करणियां सामिल होती है तब उसे मिश्र करणी कहते हैं। जैसे

$5\sqrt{2}-2\sqrt{3}$, $m\sqrt{x}\pm n\sqrt{y}$, $2+\sqrt{3}$ etc

(4) सम मूलीय करणी (Surds of the same order) : जब करणियों का मूल चिन्ह (sign of root) एक समान होता है तब उसे सम मूलीय करणी कहते है। जैसे $\sqrt{7}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{a}$, $\sqrt{a+b}$ etc

(5) अनुबन्धी करणी (Conjugate surd) : जब दो करणियो के दोनो पद समान होता हो लेकिन उन दोना पदो बीच एक मे चिन्ह (+) तथा दूसरे मे चिन्ह (−) लगा हो तो करणियां एक दुसरी के अनुबंधी कहलाती हैं। जैसे

$\{3+\sqrt{5}\ ,\ 3-\sqrt{5}\}$, $\{a+\sqrt{b}\ ,\ a-\sqrt{b}\}$ etc

(6) निरसन या प्रमेयीकरण प्रक्रिया करणी (Rationlization surd) : जब किसी करणी का उसके अनुबंधी करणी से गुणा किया जाता है तो मूलक संख्या प्राप्त होती है। इस प्रक्रिया को निरसरन या प्रमेयीकरण प्रक्रिया कहते हैं।

करणी एवं घातांक से सम्बंधित प्रश्न

(1) $3\sqrt{7}$ को पूर्ण करणी मे बदले ।

$3\sqrt{7} = \sqrt{(3)^2 \times 7} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{63}$ Ans

NB: करणी के बाहर वाले संख्या का वर्ग करके करणी के अंदर वाले संख्या से गुणा करके पुनः करणी का चिन्ह लगा दिया जाता हैं। त बवह पूर्ण करणी मे बदल जाता हैं। यहां वर्गमूल का करणी लगा हैं।

(2) $4\sqrt[3]{5}$ को पूर्ण करणी मे बदले ।

$4\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{4^3 \times 5} = \sqrt[3]{64 \times 5} = \sqrt[3]{320}$ Ans

NB: करणी के बाहर वाले संख्या का धन करके करणी के अंदर वाले संख्या से गुणा करके पुनः करणी का चिन्ह लगा दिया जाता हैं। तब वह पूर्ण करणी मे बदल जाता हैं। यहां घनमूल वाली करणी लगा हैं।

(3) $\sqrt[3]{80}$ को मूलक एवं अमूलक संख्याओं के गुणनफल मे लिखे।

$\sqrt[3]{80} = \sqrt[3]{8 \times 10} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{10} = 2\sqrt[3]{10}$ Ans

(4) $\sqrt[5]{128}$ को मूलक एवं अमूलक संख्याओं के गुणनफल मे लिखे।

$\sqrt[5]{128} = \sqrt[5]{32 \times 4} = \sqrt[5]{32} \times \sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{2^5} \times \sqrt[5]{4} = 2\sqrt[5]{4}$ Ans

(5) $\sqrt{\frac{\sqrt{(12-\sqrt{8})}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{5+\sqrt{24}}}$ find the value

$= \sqrt{\frac{\sqrt{(12-\sqrt{8})}(\sqrt{3}+\sqrt{2}) \times (5-\sqrt{24})}{5+\sqrt{24} \quad \times (5-\sqrt{24})}}$ हर का प्रमेयीकरण करने पर

$= \sqrt{\frac{2\ (5-\sqrt{24})}{5+\sqrt{24}\ \times (5-\sqrt{24})}}$

$= \sqrt{\frac{2\ (5-\sqrt{24})}{25-24}}$

$= \sqrt{\frac{2\ (5-\sqrt{24})}{1}} \quad = \sqrt{\frac{2\ (5-2\sqrt{6})}{1}} \quad = \sqrt{10 - 4\sqrt{6}}$

$= \sqrt{6} - 2$ Ans

(6) $(3 + 2\sqrt{2})^{-3} + (3 - 2\sqrt{2})^{-3}$ find the value

$= \frac{1}{(3+2\sqrt{2})^3} + \frac{1}{(3-2\sqrt{2})^3}$ $\quad 3 = a \quad 2\sqrt{2} = b$ माना

$= \frac{1}{(a+b)^3} + \frac{1}{(a-b)^3}$

$= \frac{(a-b)^3 + (a+b)^3}{(a+b)^3(a-b)^3} = \frac{2a^3 + 6ab^2}{\{(a+b)(a-b)\}^3} = \frac{2a^3 + 6ab^2}{\{(a^2-b^2)\}^3} = \frac{2\times3^3 + 6\times3\times2\sqrt{2}^2}{\{(3^2-2\sqrt{2}^2)\}^3}$

$= \frac{54+144}{(9-8)^3}$ $= 198$ Ans

(7) $X^{2^N} - Y^{2^N} \div X^{2^{N-1}} - Y^{2^{N-1}}$

$X^{2^{N-1}} = K$ say

$Y^{2^{N-1}} = L$

$\because X^{2^{N-1}} = k$

$\therefore k^2 = \sqrt[n-1]{k} = (k)^{1/N-1}$

$\therefore k^{2^N} = \sqrt[n-1]{K^N} = (k)^{N/N-1}$ -------------------------- (1)

$\because Y^{2^{N-1}} = L$

$\therefore Y^2 = \sqrt[N-1]{L} = (L)^{1/N-1}$

$\therefore Y^{2^N} = \sqrt[N-1]{L^N} = (L)^{N/N-1}$ -------------------------- (2)

Now according to the question & Put the value of equation 1, 2

$= \frac{X^{2^N} - Y^{2^N}}{X^{2^{N-1}} + Y^{2^{N-1}}}$

$= \frac{k^{\frac{N}{n-1}} - L^{\frac{N}{n-1}}}{K+L}$

, $\frac{N}{N-1} = 2$ मान रखने पर $k^2 - l^2$, K+L से पुर्णतः विभाजित होगा।

$= \frac{k^2 - L^2}{K+L} = \frac{(K+L)(K-L)}{K+L} =$ K-– L $= X^{2^{N-1}} - Y^{2^{N-1}}$ Ans

(8) $X^{2^N} - Y^{2^N} \div X^{2^{N-2}} - Y^{2^{N-2}}$

$X^{2^{N-2}} = K$ say

$Y^{2^{N-2}} = L$

$\because X^{2^{N-2}} = k$

$\therefore k^2 = \sqrt[n-1]{k} = (k)^{1/N-2}$

$\therefore k^{2^N} = \sqrt[n-2]{K^N} = (k)^{N/N-2}$ -------------------------- (1)

$\because Y^{2^{N-2}} = L$

$\therefore Y^2 = \sqrt[N-2]{L} = (L)^{1/N-2}$

$\therefore Y^{2^N} = \sqrt[N-2]{L^N} = (L)^{N/N-2}$ -------------------------- (2)

Now according to the question & Put the value of equation 1, 2

$= \frac{X^{2^N} - Y^{2^N}}{X^{2^{N-2}} - Y^{2^{N-2}}}$

$= \frac{k^{\frac{N}{n-2}} - L^{\frac{N}{n-2}}}{K-L}$

, $\frac{N}{N-2} = 2$ मान रखने पर $k^2 - l^2$, K - L से पुर्णतः विभाजित होगा।

$= \frac{k^2 - L^2}{K-L} = \frac{(K-L)(k+l)}{K-L} =$ K + L $= X^{2^{N-2}} + Y^{2^{N-2}}$ Ans

OR

$\frac{N}{N-2} = 3$ मान रखने पर $k^3 - l^3$, K - L से पुर्णतः विभाजित होगा।

$= \frac{k^3 - L^3}{K-L} = \frac{(K-L)(k^2+kl+l^2)}{K-L} = k^2 + K\text{L} + L^2$

$= X^{2^{2N-4}} + X^{2^{N-2}} Y^{2^{N-2}} + Y^{2^{2N-4}}$ Ans

(9) करणी का जोड एवं घटाव :- जोडने या घटाने की क्रिया समरूप करणी मे हो सकती हैं। यदि समरूप करणी न होतो अपने चिन्हो के साथ यथावत रहते है। जैसे

$2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

$= \sqrt{3}\,(2+6+5) = 13\sqrt{3}$ Ans

(10) $2\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 8\sqrt{5}$

$= \sqrt{5}\,(2+10-8) = 4\sqrt{5}$ Ans

(11) $4\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + \sqrt{7}$

$= \sqrt{7}(4-5+1) = \sqrt{7} \times (0) = 0$ Ans

NB : असमान करणी को एक साथ जोडा या घटाया नही जा सकता है। उन पदो को यथावत रहने दिया जाता हैं। चाहे उनके बीच जोड का चिन्ह लगा हो या घटाव का चिन्ह लगा हो। जैसे

(12) $3\sqrt{5} + 4\sqrt{7} = 3\sqrt{5} + 4\sqrt{7}$ Ans

(13) करणी का गुणा एवं भाग :- समान घात या समरूप करणी मे गुणा या भाग की क्रिया होती हैं। यदि समान घात न हो तो उसे गुणा या भाग की क्रिया करते समय सबसे पहले उसे समान घात मे बदलना पडता हैं।

$\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{35}$ Ans

(14) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{45}$ Ans

(15) $\frac{\sqrt{98}-\sqrt{72}+\sqrt{50}}{\sqrt{18}}$

$= \frac{7\sqrt{2}-6\sqrt{2}+5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(7-6+5)}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(6)}{3\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 2$ Ans

(16) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[4]{9}$

$= 5^{1/3} \times 9^{1/4}$

(यहां करणी के घातांक के हर का L C M लेने पर अर्थात 3 , 4 का L C M= 12 प्राप्त हुआ। एक समान घात मे बदलने के लिए L C M मे घातांक के हर से भाग देकर अंश से गुणा करने पर एक समान घात मे बदल जाएगा।)

ic $5^{\frac{1\times4}{3\times4}} \times 9^{\frac{1\times4}{4\times3}}$

$= 5^{\frac{4}{12}} \times 9^{\frac{4}{12}}$

$= \sqrt[12]{5^4} \times \sqrt[12]{9^4}$

$= \sqrt[12]{5^4 \times 9^4}$

$= \sqrt[12]{625 \times 6561}$

$= \sqrt[12]{4100625}$ Ans

(17) $\sqrt{3} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[4]{4}$

$= 3^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{4}}$

(यहां करणी के घातांक के हर का L C M लेने पर अर्थात 2, 3 ,4 का L C M = 12 प्राप्त हुआ। एक समान घात मे बदलने के लिएL C M मे घातांक के हर से भाग देकर अंश से गुणा करने पर एक समान घात मे बदल जाएगा।)

$= 3^{\frac{1\times6}{2\times6}} \times 5^{\frac{1\times4}{3\times4}} \times 4^{\frac{1\times3}{4\times3}}$

$= 3^{\frac{6}{12}} \times 5^{\frac{4}{12}} \times 4^{\frac{3}{12}}$

$= \sqrt[12]{3^6} \times \sqrt[12]{5^4} \times \sqrt[12]{4^3}$

$= \sqrt[12]{3^6 \times 5^4 \times 4^3}$

$= \sqrt[12]{729 \times 625 \times 64}$

$= \sqrt[12]{29160000}$ Ans

(18) $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[6]{10}$, $\sqrt[12]{25}$ इसे आरोही एवं अवरोही क्रम मे लिखें।

$= 3^{\frac{1}{4}}$, $5^{\frac{1}{6}}$, $25^{\frac{1}{12}}$

यहां करणी के घातांक के हर का L C M लेने पर अर्थात 4, 6 ,12 का L C M = 12 प्राप्त हुआ। एक समान घात मे बदलने के लिए L C M मे घातांक के हर से भाग देकर अंश से गुणा करने पर एक समान घात मे बदल जाएगा।

$= 3^{\frac{1\times3}{4\times3}}$, $10^{\frac{1\times2}{6\times2}}$, $25^{\frac{1\times1}{12\times1}}$

$= 3^{\frac{3}{12}}$, $10^{\frac{2}{12}}$, $25^{\frac{1}{12}}$

$= \sqrt[12]{3^3}\ ,\ \sqrt[12]{10^2}\ ,\ \sqrt[12]{25^1}$

$= \sqrt[12]{27}\ ,\ \sqrt[12]{100}\ ,\ \sqrt[12]{25}$

इसे आरोही क्रम मे रखने के लिए सबसे छोटे को सबसे पहले तथा अन्य अंक को बाद मे रखते हुए अंत मे सबसे बडे को रखें।

$= \sqrt[12]{25}\ ,\ \sqrt[12]{27}\ ,\ \sqrt[12]{100} = \sqrt[12]{25} <,\ \sqrt[4]{3}\ ,< \sqrt[6]{10}$ Ans

इसे अवरोही क्रम मे रखने के लिए सबसे बडे को सबसे पहले तथा अन्य अंक को बाद मे रखते हुए अंत मे सबसे सबसे छोटे को रखें।

$= \sqrt[12]{100}\ ,\ \sqrt[12]{27}\ ,\ \sqrt[12]{25}$

$= \sqrt[6]{10} >,\ \sqrt[4]{3}\ ,\ > \sqrt[12]{25}$ Ans

(19) $(X^{b+c})^{b-c} \times (X^{c+a})^{c-a} \times (X^{a+b})^{a-b}$, $(x \neq 0)$

$= X^{b^2-c^2} \times X^{c^2-a^2} \times X^{a^2-b^2}$

$= X^{b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2}$

$= X^0 = 1$ Ans

(20) $(\frac{x^b}{x^c})^a \times (\frac{x^c}{x^a})^b \times (\frac{x^a}{b})^c$ $(a \neq 0)$

$= X^{(b-c)a} \times X^{(c-a)b} \times X^{(a-b)c}$

$= X^{ab-ac} \times X^{bc-ab} \times X^{ac-bc}$

$= X^{ab-ac+bc-ab+ac-bc}$

$= X^0 = 1$ Ans

(21) $\frac{1}{1+X^{m-n}+X^{m-p}} + \frac{1}{1+X^{n-m}+X^{n-p}} + \frac{1}{1+X^{p-m}+X^{p-n}}$

$= \frac{1}{1+\frac{X^m}{X^N}+\frac{X^m}{X^P}} + \frac{1}{1+\frac{X^n}{X^m}+\frac{X^n}{X^P}} + \frac{1}{1+\frac{X^p}{X^m}+\frac{X^p}{X^n}}$

$= \frac{1}{\frac{X^N X^P+X^M X^P+X^M X^N}{X^N X^P}} + \frac{1}{\frac{X^M X^P+X^N X^P+X^N X^M}{X^M X^P}} + \frac{1}{\frac{X^M X^N+X^P X^N+X^N X^M}{X^M X^N}}$

$= \frac{X^N X^P}{X^N X^P+X^M X^P+X^M X^N} + \frac{X^M X^P}{X^M X^P+X^N X^P+X^N X^M} + \frac{X^M X^N}{X^M X^N+X^P X^N+X^N X^M}$

$= \frac{X^N X^P}{X^N X^P + X^M X^P + X^M X^N} + \frac{X^M X^P}{X^N X^P + X^M X^P + X^M X^N} + \frac{X^M X^N}{X^N X^P + X^M X^P + X^M X^N}$

$= \frac{X^N X^P + X^M X^P + X^M X^N}{X^N X^P + X^M X^P + X^M X^N}$ = 1 Ans

(22) $\sqrt{\sqrt{27} + \sqrt{15}}$ हल करें।

$= \sqrt{\sqrt{27} + \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$ अंश एवं हर मे $\sqrt{3}$ से गुणा करने पर

$= \sqrt{\frac{\sqrt{81}+\sqrt{45}}{\sqrt{3}}}$ $= \sqrt{\frac{9+3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}}$ ---------------------------- (1)

$\sqrt{9 + 3\sqrt{5}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ माना

ie $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{9 + 3\sqrt{5}}$ दोनो तरफ वर्ग करने पर

$= (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = (\sqrt{9 + 3\sqrt{5}})^2$

$= x+y+2\sqrt{xy} = 9+3\sqrt{5}$

$\therefore$ x+y = 9 -------------------- (2)

$\therefore 2\sqrt{xy} = 3\sqrt{5}$ squaring both sides

$\therefore$ 4xy = 45 -------------------- (3)

$\because$ x−y $= \sqrt{(x + y)^2 - 4xy}$

$= \sqrt{(9)^2 - 45}$

$= \sqrt{81 - 45} = \sqrt{36}$

$\therefore$ x−y = 6 -------------------- (4)

Now fromequation (2) & (4)

X + y = 9 ------------------------ (2)

x−y = 6 ---------------------- (4)

\+

2x = 15

$\therefore x = \frac{15}{2}$

$\therefore y = 9 - x$

$= 9 - \frac{15}{2}$

$y = \frac{3}{2}$

$\therefore \sqrt{9 + 3\sqrt{5}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

$\therefore \sqrt{9 + 3\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}}$

$\therefore \sqrt{\frac{9+3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{15}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt[4]{3}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[4]{3}} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$

$= \frac{3^{1/2}}{3^{1/4}} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$

$= 3^{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$

$= 3^{\frac{1}{4}} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$

$= \sqrt[4]{3} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$ Ans

ie $\sqrt{\sqrt{27} + \sqrt{15}} = \sqrt[4]{3} (\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}})$ Ans

(23) $\sqrt{37 - 20\sqrt{3}}$ हल करें।

$\sqrt{37 - 20\sqrt{3}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ माना

Now squaring both sides

ie $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = (\sqrt{37 - 20\sqrt{3}})^2$

$= x+y-2\sqrt{xy} = 37-20\sqrt{3}$

∴ x+y = 37 -------------------- (2)

∴ $-2\sqrt{xy} = -20\sqrt{3}$ squaring both sides

∴ 4xy = 1200 -------------------- (3)

∵ x−y = $\sqrt{(x+y)^2 - 4xy}$

= $\sqrt{(37)^2 - 1200}$

= $\sqrt{(1369 - 1200)}$

= $\sqrt{169}$

∴ x−y = 13 -------------------- (4)

Now fromequation (2) &(4)

x+y = 37 -------------------- (2)

x−y = 13 -------------------- (4)

\+

2x = 50

∴ x = $\frac{50}{2}$ = 25

∴ y = 37− x

= 37−25

y = 12

∴ $\sqrt{37 - 20\sqrt{3}} = \sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{25} - \sqrt{12} = 5 - \sqrt{12}$ ANS

(24) $\sqrt{16 - 5\sqrt{7}}$ हल करें।

$\sqrt{16 - 5\sqrt{7}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ माना

Now squaring both sides

= $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = (\sqrt{16 - 5\sqrt{7}})^2$

== x+y−2$\sqrt{xy}$ = 16−5$\sqrt{7}$

$\therefore$ x+y = 16 -------------------- (2)

$\therefore -2\sqrt{xy} = -5\sqrt{7}$ squaring both sides

$\therefore$ 4xy = 175 -------------------- (3)

$\because$ x−y $= \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}$

$= \sqrt{(16)^2 - 175}$

$= \sqrt{(256 - 175)}$

$= \sqrt{81}$

$\therefore$ x−y = 9 -------------------- (4)

Now fromequation (2) & (4)

x+y = 16 -------------------- (2)

x−y = 9 -------------------- (4)

\+

2x = 25

$\therefore x = \frac{25}{2}$

$\therefore$ y = 16− x

$= 16 - \frac{25}{2}$

$y = \frac{7}{2}$

$\therefore \sqrt{16 - 5\sqrt{7}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

$\therefore \sqrt{16 - 5\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{25}{2}} - \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ ANS

(2.5) LCM (लघुतम समापर्वतक)

LCM लघुतम समापर्वतकः वह छोटी से छोटी संख्या जिसे दो या दो से अधिक संख्याओं मे से प्रत्येक संख्या से पुरी तरह विभाजित किया जा सके उसे लघुतम समापर्वतक कहते हैं। जैसे 4,6,16 का लघुतम समापर्वतक 48 है। जो कि उपरोक्त सभी 4 , 6, 16 संख्याओं से पुर्णतः विभाज्य हैं।

समापर्वतक (Common factor): ऐसी संख्या जो दो या दो से अधिक संख्याओं मे से प्रत्येक को पुरी पुरी विभाजित करें। जैसे 10,20,30 के विभिन्न समापर्वतक 2, 5 ,10 हैं।

लघुतम समापर्वतक के महत्वपूर्ण सूत्र निम्नलिखित हैं।

(1) एक संख्या × दुसरी संख्या = लघुतम समापर्वतक × महतम समापर्वतक

(2) भिन्न का लघुतम समापर्वतक = $\frac{\text{अंश का लघुतम समापर्वतक}}{\text{हर का महतम समापर्वतक}}$

(3) भिन्न का महतम समापर्वतक = $\frac{\text{अंश का महतम समापर्वतक}}{\text{हर का लघुतम समापर्वतक}}$

(4) यदि दो संख्याओं का अनुपात X: Y हो और एक दुसरे से अविभाज्य हो तो संख्याएं XK तथा YK होंगे। जहां K एक नियतांक (CONSTANT) है।

तो उनका महतम समापर्वतक = K तथा लघुतम समापर्वतक XYK होगा।

(5) यदि कोई संख्या a, b, c या d से विभाज्य किया जाए और प्रत्येक स्थिति मे एक समान शेषफल(R) हो तो वह संख्या (R+K) जहां K क्रमशः a, b,c या d का लघुतम समापर्वतक हैं।जहां K एक नियतांक (CONSTANT) है।

(6) जब कोई संख्या को a, b, c या d से विभाजित करने पर शेषफल क्रमशः (x , y , z & m) बचता हो तथा प्रत्येक स्थिति मे भजक तथा शेष का अंतर समान हो अर्थात (a – x) = (b – y) = (c – z) = (d – m) = K माना । तब वह न्यूनतम संख्या = { (LCM of a,b c d) – K } होगी।

(7) वह बडी से बडी संख्या जो a, b, c या d को विभाजित करने पर शेषफल एक समान आए तब वह बडी से बडी संख्या अर्थात (a – b), (b–c) , (c –d) का महतम समापर्वतक होगी।

(8) वह बडी से बडी संख्या जो संख्याए a, b, c या d को विभाजित करे तथा शेषफल क्रमशः x , y , z & m आए तब वह संख्या अर्थात (a – x) , (b – y) , (c – z) , (d – m) का महतम समापर्वतक होगी।

(9) n अंको की बडी से बडी संख्या ज्ञात करें जिसे a, b, c या d से भाग देने पर शेष ZERO आए तब वह संख्या (n अंको की बडी संख्या - *R*) R वह शेषफल है जो n अंको की बडी संख्या को a, b, c या d के लघुतम समापर्वतक से भाग देने पर प्राप्त होगा।

(10) n अंको की बडी से बडी संख्या ज्ञात करें जिसमे a, b, c या d से भाग देने पर शेष R प्राप्त होता हैं। तब वह संख्या निम्नलिखित होगा।

संख्या = { (n अंको की बडी संख्या - *k*) + R } k वह शेषफल है जो n अंको की बडी संख्या को a, b, c या d के लघुतम समापर्वतक से भाग देने पर प्राप्त होगा। लघुतम समापर्वतक निकालने के दो तरीके है जो निम्न हैं।

(1) संख्याओं को एक पंक्ति मे लिखकर लघुतम समापर्वतक निकालना।

(2) अभाज्य संख्याओ द्वारा लघुतम समापर्वतक निकालनां।

(1) संख्याओं को एक पंक्ति मे लिखकर लघुतम समापर्वतक निकालना।

FIRST METHOD : इस विधि द्वारा संख्याओं को एक पंक्ति मे लिखकर उनके बिच कौमा लगाकर संख्याओ को लिखा जाता हैं। इसके बाद इसमे भाग देने के लिए ऐसी छोटी संख्या का चुनाव करते है जिससे कम से कम उपरोक्त दो संख्याओ को पुरी तरह विभाजित कर सके। जितना मरतबे भाग लगता है उसे निचे की लाईन मे उतार देते है। भाग देने के बाद जो भागफल आता है और जिन संख्याअें मे भाग नही लगता है दोनो को नीचे एक लाईन खींचकर उतार देते हैं। इसके बाद कोई दुसरी संख्या को लेकर भाग देने की क्रिया करते जाते है। यह क्रिया तब तक जारी रहता हैंजब तक ऐसी संख्या न मिल जाए जो सभी रूढ हो। अंत मे सभी भाजको तथा नीचे की पंक्ति मे बची रूढ संख्याओ को गुणा करने पर लघुतम समापर्वतक प्राप्त होगा। जैसे

(1) 15 , 16, 24, 32, 33, 45 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करे।

2	15 , 16 , 24 , 32 , 33 , 45
2	15 , 8 , 12 , 16 , 33 , 45
2	15 , 4 . 6 , 8 , 33 , 45
2	15 , 2 , 3 , 4 , 33 , 45
3	15 , 1 , 3 , 2 , 33 , 45
5	5 , 1 , 1 , 2 , 11, 15
	1 , 1 , 1 , 2 , 11 , 3

$\therefore$ LCM = (भाजकों का गुणनफल × शेष रूढ संख्याओं का गुणनफल)

$= \{ (2\times2\times2\times2\times3\times5)\times(2\times11\times3) \}$

$= 240\times66$

$= 15840$ Ans

(2) 12 , 18, 24, 26 , 45 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करे।

2	12 , 18 , 24 , 26 , 45
2	6 , 9 , 12 , 13 , 45
3	3 , 9 . 6 , 13 , 45
3	1 , 3 , 2 , 13 , 15
	1 , 1 , 2 , 13 , 5

$\therefore$ LCM = (भाजकों का गुणनफल × शेष रूढ संख्याओं का गुणनफल)

$= \{ (2\times2\times3\times3)\times(2\times13\times5) \}$

$= 36\times130$

$= 4680$ ANS

(3) 20 , 28, 36, 75 , 90 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करे।

2	20 , 28 , 36 , 75 , 90
2	10 , 14 , 18 , 75 , 45
3	5 , 7 . 9 , 75 , 45
3	5 , 7 , 3 , 25 , 15
5	5 , 7 , 1 , 25 , 5
	1 , 7 , 1 , 5 , 1

∴ LCM = (भाजकों का गुणनफल × शेष रूढ संख्याओं का गुणनफल)

$= \{ (2\times2\times3\times3\times5)\times(7\times5) \}$

$= 180\times35$

$= 6300$ ANS

(4) 50 , 120, 136, 175 , 190 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करे।

2	50 , 120 , 136 , 175 ,190
2	25 , 60 , 68, 175 , 95
2	25 , 30 . 34 , 175 , 95
5	25 , 15 , 17 , 175 , 95
5	5 , 3 , 17 , 35 , 19
	1 , 3 , 17 , 7 , 19

∴ LCM = (भाजकों का गुणनफल × शेष रूढ संख्याओं का गुणनफल)

$= \{ (2\times2\times2\times5\times5)\times(3\times17\times7\times19) \}$

$= 200\times6783$

$= 1356600$ ANS

(5) 150 , 220, 336, 475 , 590 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करे।

2	150 , 220 , 336 , 475 ,590
2	75 , 110 , 168, 475 ,295
3	75 , 55 . 84 , 475 , 295
5	25 , 55 , 28 , 475 , 295
5	5 , 11 , 28 , 95 , 59
	1 , 11 , 28 , 19 , 59

∴ LCM = (भाजकों का गुणनफल × शेष रूढ संख्याओं का गुणनफल)

$= \{ (2\times2\times3\times5\times5)\times(11\times28\times19\times59) \}$

$= 300\times345268$

$= 103580400$ ANS

SECOND METHOD

(2) अभाज्य संख्याओ द्वारा लघुतम समापर्वतक निकालनां :- दि हुई संख्याओं को रूढ संख्याओं (Prime number)के गुणनफल मे प्रदर्शित कर प्रत्येक मे से बडी घात वाले संख्याओं को अलग कर गुणा करके लधुतम समापर्वतक निकाला जाता है। जैसे

(1) 36, 64, 144 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करें।

36 का PRIME FACTOR : $= 2\times2\times3\times3 = 2^2 \times 3^2$ --------- (1)

64 का PRIME FACTOR : $= 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^6$ --------- (2)

114 का PRIME FACTOR : $= 2\times2\times2\times2\times3\times3 = 2^4 \times 3^2$ ----- (3)

इसके बाद इनमे से बडी रूढ संख्याअें को लेकर आपस मे गुणा करने पर लघुतम समापर्वतक प्राप्त होगा।

अर्थात लघुतम समापर्वतक $= 2^6 \times 3^2$

$= 64\times9 = 576$ ANS

(2) 12, 16, 24, 36 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करें।

12 का PRIME FACTOR : $= 2\times2\times3 = 2^2 \times 3^1$ ----------- (a)

16 का PRIME FACTOR : $= 2\times2\times2\times2 \quad = \mathbf{2^4}$ ------------ (b)

24 का PRIME FACTOR : $= 2\times2\times2\times3 = 2^3 \times 3^1$ -------- (c)

36 का PRIME FACTOR : $= 2\times2\times3\times3 \quad = 2^2 \times \mathbf{3^2}$ ------- (d)

इसके बाद इनमे से बडी रूढ संख्याअें को लेकर आपस मे गुणा करने पर लघुतम समापर्वतक प्राप्त होगा।

अर्थात लघुतम समापर्वतक $= 2^4 \times 3^2$

$= 16\times9$

$= 144$ ANS

(3) 5, 11, 15, 20 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करें।

5 का PRIME FACTOR : $= 5\times1 \quad = 2^1 \times 1$ ------------- (a)

11 का PRIME FACTOR : $= 11\times1 = \mathbf{11^1} \times 1$ ------------ (b)

15 का PRIME FACTOR : $= 3\times5 \quad = 3^1 \times 5^1$ ------------- (c)

20 का PRIME FACTOR : $= 2\times2\times5 = 2^2 \times 5^1$ ----------- (d)

इसके बाद इनमे से बडी रूढ संख्याअें को लेकर आपस मे गुणा करने पर लघुतम समापर्वतक प्राप्त होगा।

अर्थात लघुतम समापर्वतक $= 5 \times 11 \times 2^2 \times 3^1$

$= 5\times11\times4\times3$

$= 660$ ANS

(4) 5, 7, 9 , 12 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करें।

5 का PRIME FACTOR : = $5\times1 = 5 \times 1$ ---------------- (a)

7 का PRIME FACTOR : = $7\times1 = \mathbf{7^1} \times 1$ --------------- (b)

9 का PRIME FACTOR : = $3\times3 = 3^2$ ------------------ (c)

12 का PRIME FACTOR : = $2\times2\times3 = 2^2 \times \mathbf{3^1}$ --------- (d)

इसके बाद इनमे से बडी रूढ संख्याअें को लेकर आपस मे गुणा करने पर लघुतम समापर्वतक प्राप्त होगा।

अर्थात लघुतम समापर्वतक $= 5 \times 7 \times 2^2 \times 3^2$

$= 5\times7\times4\times9$

$= 1260$ ANS

(5) 5, 6, 9 , 12 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करें।

5 का PRIME FACTOR : = $5 \times1 = 5 \times 1$ -------------- (a)

6 का PRIME FACTOR : = $2 \times3 = 2^1 \times 3^1$ ----------- (b)

9 का PRIME FACTOR : = $3 \times3 = 3^2$ ---------------- (c)

12 का PRIME FACTOR : = $2\times2\times3 = 2^2 \times 3^1$ ------- (d)

इसके बाद इनमे से बडी रूढ संख्यओं को लेकर आपस मे गुणा करने पर लघुतम समापर्वतक प्राप्त होगा।

अर्थात लघुतम समापर्वतक $= 5 \times 2^2 \times 3^2$

$= 5\times4\times9$

$= 180$ ANS

(6) 15, 16,17, 19 ,20 का लघुतम समापर्वतक ज्ञात करें।

15 का PRIME FACTOR : = $3\times5 = 5 \times 1$ --------------- (a)

16 का PRIME FACTOR : = $2\times2\times2\times2 = 2^4$ ------------ (b)

17 का PRIME FACTOR : = $17\times1= 17$ ---------------- (c)

19 का PRIME FACTOR : = 19×1 ---------------------- (d)

20 का PRIME FACTOR : = $2\times2\times5 = \mathbf{2^2} \times 5$ --------- (e)

इसके बाद इनमे से बडी रूढ संख्याऐं को लेकर आपस मे गुणा करने पर लघुतम समापर्वतक प्राप्त होगा।

अर्थात लघुतम समापर्वतक $= 5 \times 3 \times 2^4 \times 17 \times 19$

$= 5\times3\times16\times17\times19$

$=$ 7750 ANS

दशमलव संख्याओ का लघुतम समापर्वतक निकालने के नियम।

दशमलव संख्याओं का LCM निकालने के लिए इनके संगत पूर्णांक संख्याअें का LCM निकाले। इसके बाद LCM मे दशमलव के बाद सबसे कम अंको के संख्या के बराबर RIGHT TO LEFT की ओर दशमलव लगाए। जैसे

(1) 2.1 , 0.63 , 4.2 , 0.0045 का LCM ज्ञात करे।

सबसे पहले इनके संगत पूर्णाक संख्या को लिखकर LCM ज्ञात करे। अर्थात

21 , 63 , 42 , 45 का LCM = 630

उपरोक्त दशमलव संख्या मे दशमलव के बाद सबसे कम अंक 2.1 तथा 4.2 मे है। जो कि दशमलव के बाद एक एक अंक है। इसलिए इनके संगत LCM मे RIGHT SIDE से एक अंक बाद दशमलव दे।

2.1 , 0.63 , 4.2 , 0.0045 का LCM = **63.0** ANS

(2) 1.8 , 36 , 0.0064 का LCM ज्ञात करे।

सबसे पहले इनके संगत पूर्णाक संख्या को लिखकर LCM ज्ञात करे। अर्थात

18 , 36 , 64 LCM = 576

उपरोक्त दशमलव संख्या मे 36 ऐसी संख्या है।जिसमे दशमलव नही है। इसलिए इनके संगत LCM मे दशमलव लगाने की आवश्यकता नही हैं।

1.8 , 36 , 0.0064 का LCM = **576** ANS

(3) 0.884 , 0.1880 , 0.00885 का LCM ज्ञात करे।

सबसे पहले इनके संगत पूर्णाक संख्या को लिखकर LCM ज्ञात करे। अर्थात

884 , 1880 , 885 का LCM = 29811160

उपरोक्त दशमलव संख्या मे दशमलव के बाद सबसे कम तीन अंक 0.884 मे है। जो कि दशमलव के बाद तीन अंक है। इसलिए इनके संगत LCM मे RIGHT SIDE से तीन अंक बाद दशमलव दे।

0.884 , 0.1880 , 0.00885 का LCM = **29811.160** ANS

(4) 2^6 , 2^9, 2^{15} का LCM ज्ञात करे।

यहां संख्या का आधार एक समान है। लेकिन घातांक भिन्न है। ऐसी स्थिति मे लघुतम समापर्वतक ज्ञात करते समय उक्त आघार को लेकर उनके उपर सबसे अधिक घातांक वाली संख्या को लगा दे। यहां सबसे अधिक घातांक 15 है। इसलिए आधार 2 पर अधिकतम पावर 15 लगाने पर LCM ज्ञात होगा। अर्थात

2^6 , 2^9, 2^{15} का LCM = 2^{15} ANS

(5) 5^6 , 5^{19}, 5^{25} का L C M ज्ञात करे।

यहां संख्याओं का आधार एक समान है। लेकिन घातांक भिन्न भिन्न है। ऐसी स्थिति मे लघुतम समापर्वतक ज्ञात करते समय उक्त एक आघार को लेकर उनके उपर सबसे अधिक घातांक वाली संख्या को लगा दें। यहां सबसे अधिक घातांक 25 है। इसलिए आधार 5 पर अधिकतम पावर 25 लगाने पर LCM ज्ञात होगा। अर्थात

5^6 , 5^{19}, 5^{25} का LCM = 5^{25} ANS

(6) 5^{-8} , 5^{-10}, 5^{-12} का L C M ज्ञात करे।

यहां संख्याओं का आधार एक समान है। लेकिन घातांक भिन्न भिन्न है। और निगेटिव हैं। ऐसी स्थिति मे लघुतम समापर्वतक ज्ञात करते समय उक्त एक आघार को लेकर उनके उपर सबसे कम घातांक वाली संख्या को लगा दें। यहां सबसे कम घातांक -8 है। इसलिए आधार 5 पर न्यूनतम पावर -8 लगाने पर LCM ज्ञात होगा। अर्थात

$\mathbf{5^{-8}}$, $\mathbf{5^{-10}}$, $\mathbf{5^{-12}}$ का LCM = 5^{-8} ANS

(7) 15^{-18} , 15^{-110}, 15^{-12} का LCM ज्ञात करे।

यहां संख्याओं का आधार एक समान है। लेकिन घातांक भिन्न भिन्न है। और निगेटिव हैं। ऐसी स्थिति मे लघुतम समापर्वतक ज्ञात करते समय उक्त एक आघार को लेकर उनके उपर सबसे कम घातांक वाली संख्या को लगा दें। यहां सबसे कम घातांक -12 है। इसलिए आधार 5 पर न्यूनतम पावर -12 लगाने पर LCM ज्ञात होगा। अर्थात

$\mathbf{15^{-18}}$, $\mathbf{15^{-110}}$, $\mathbf{15^{-12}}$ का LCM = $\mathbf{15^{-12}}$ ANS

(8) 2^{-3} , 3^{-2}, 3^{-4} का LCM ज्ञात करे।

यहां संख्याओं का आधार भिन्न भिन्न है। तथा घातांक भी भिन्न भिन्न है। और निगेटिव हैं। ऐसी स्थिति मे लघुतम समापर्वतक ज्ञात करते समय उक्त संख्याओ को भिन्न मे बदल कर LCM ज्ञात होगा। अर्थात

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

ie $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{81}$ का LCM ज्ञात करना होगा। अर्थात

$$\text{भिन्न का लघुतम समापर्वतक} = \frac{\text{अंश का लघुतम समापर्वतक}}{\text{हर का महतम समापर्वतक}}$$

$= \frac{1}{1} = 1$ ANS

(9) 4^{-3} , 3^{-2}, 2^{-4} का LCM ज्ञात करे।

यहां संख्याओं का आधार भिन्न भिन्न है। तथा घातांक भी भिन्न भिन्न है। और निगेटिव हैं। ऐसी स्थिति मे लघुतम समापर्वतक ज्ञात करते समय उक्त संख्याओ को भिन्न मे बदल कर LCM ज्ञात होगा। अर्थात

$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

ie $\frac{1}{64}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}$ का LCM ज्ञात करना होगा। अर्थात

$$\text{भिन्न का लघुतम समापर्वतक} = \frac{\text{अंश का लघुतम समापर्वतक}}{\text{हर का महतम समापर्वतक}}$$

$= \frac{1}{1} = 1$ ANS

(2.6) HCF / महतम समापर्वतक

इस टौपिक के अंतर्गज हम HCF के बारे मे अध्ययन करेंगे। यह सिद्धांत प्राचीन गणितीय परंपराओं से निकला है। इसका पहला व्यवस्थित अध्ययन यूनानी गणितज्ञ यूक्लिड ने किया था। जिन्होने इसे अपने यूक्लिडियन एल्गोरिदम मे माध्यम से विकसित किया। महतम समापर्वतक का उपयोग भिन्नो का सरल रूप मे करने के लिए किया जाता है। समूहो मे समान विभाजन के लिए किया जाता है। वस्तुओं, लोगो या संसाधनो को समान भागो मे बांटने के लिए किया जाता हैं। महतम समापवर्तक से संम्बंधित कुछ महत्वपूर्ण तथ्य है जो निम्नलिखित हैं।

(1) HCF का मान हमेशा दो संख्याओ मे से छोटी या उसके बराबर होती हैं।
(2) HCF और LCM का गुणनफल हमेशा दो संख्याओ के गुणनफल के बराबर होता है।

(3) यदि दो संख्याए अभाज्य है तो उनक महतम समापवर्तक हमेशा 1होगा।

(4) यदि एक संख्या दुसरी संख्या की पूर्ण गुणज है तो छोटी संख्या ही HCF होगी।

वह बडी से बडी संख्या जो दो या दो से अधिक संख्याओ मे से प्रत्येक को पुरी पुरी काटती हैं। तब वह महतम समापर्वतक कहलाती है। जैसे

(1) 420, 605 का HCF / महतम समापर्वतक ज्ञात करें।

अर्थात 420) 605 (1

420
___

185) 420 (2

370
___

50) 185 (3

150
___

35) 50 (1

35
___

15) 35 (2

30
___

*5) 15 (3

15

×

ie HCF = *5 ANS

2ND METHOD

भगफल	भाजक	भाज्य	भागफल
2	420 – 370	605 –420	1
	50 – 35	185 – 150	3
3	15 – 15	35 – 30	2
	×	* 5 Ans	

सर्वप्रथम दी हुई संख्याओं मे से छोटी संख्या से बडी संख्या मे भाग दिया जाता है। बचे शेष से भाजक मे भाग दिया जाता है। इस प्रकार यह क्रिया तब तक चलती रहती है जब तक शेष जीरो न हो जाए। तब अंतिम भाजक उपरोक्त संख्याओ का महतम समापर्वतक होता हैं। यदि दो से अधिक संख्याओ का महतम समापर्वतक निकालना हो तो पहले दो संख्याओ का महतम समापर्वतक निकालकर तीसरी और चौथी आदि संख्याअें के साथ महतम समापर्वतक निकालने पर उन संख्याओ का महतम समापर्वतक प्राप्त होगा।

(2) 36, 96 , 208 का HCF / महतम समापर्वतक ज्ञात करें।

36) 96 (2

72

24) 36 (1

24

*12) 24 (2

24

×

12) 208 (17

12

88

84

*4) 12 (3

12

×

यहां 36 एवं 96 का HCF 12 प्राप्त हुआ। इसके बाद 12 और 208 का महतम समापर्वतक निकालने पर 4 प्राप्त हुआ। अतः 36, 96 तथा 208 का संयुक्त HCF = 4 प्राप्त हुआ।

(3) 345, 825 का HCF / महतम समापर्वतक ज्ञात करें।

अर्थात 345) 825 (2

690

135) 345 (2

270

75) 135 (1

```
         75
       ________
        60 ) 75 (1
             60
            ______
           *15 ) 60 ( 4
                 60
                ____
                  ×
```

ie HCF = *15 ANS

2ND METHOD

भगफल	भाजक	भाज्य	भागफल
2	345 – 270	825 –690	2
1	75 –60	135 – 75	1
	* 15 ANS	60 – 60	4
		×	

यहां प्रथम भाजक 345 तथा प्रथम भाज्य 825 मे 2 मरतबे भाग लगाने पर शेष 135 बचा जो आगे नया भाजक के रूप मे होगा। तथा अब नया भाज्य अर्थात पुराना भाजक 345 होगा। इसमे 135 से 2 बार भाग 270 लगाने के बाद शेष 75 बचा जो अब नया भाजक के रूप मे काम करेगा। तथा नया भाज्य 135 होगा। इसमे एक बार भाग लगाने के बाद शेष 60 बचा। जो आगे भाजक का काम करेगा। इसका भाज्य 75 हुआ। एक मरतबे भाग देने पर शेष 15 बचा। अंत मे 15 से 4 मरतबे 60 कट जाएगा। अतः अंतिम भाजक ही उन संख्याओ का महतम समापर्वतक होता हैं। भाग लगाने के बाद जो शेष बचता है वह बारी बारी से क्रमशः भाजक / भाज्य / भाजक / भाज्य ----------- बनते चला जाता हैं। इसमे बायें तथा दायें दोनो तरफ से क्रिया करते जाते है। इस नियम से कम से कम जगह या स्थान मे महतम समापर्वतक कर क्रिया सम्पन्न हो जाती हैं।

(4) 31059, 44631 का HCF / महतम समापर्वतक ज्ञात करें।

अर्थात 31059) 44631 (1

31059

13572) 31059 (2

27144

3915) 13572 (3

11745

1827) 3915 (2

3654

* 261) 1827 (7

1827

×

ie 31059, 44631 का HCF = *261 ANS

2ND METHOD

भगफल	भाजक	भाज्य	भागफल
2	31059 – 27144	44631 –31059	1
2	3915 –3654	13572 – 11745	3
	* 261 ANS	1827 – 1827	7
		×	

31059, 44631 का HCF = 261 ANS

(5) 142593, 514199 का HCF / महतम समापर्वतक ज्ञात करें।

142593) 514199 (3
427779
86420) 142593 (1
86420
56173) 86420 (1
56173
30247) 56173 (1
30247
25926) 30247 (1
25926
* 4321) 25926(6
25926
×

ie 142593, 514199 का HCF = *4321 ANS

2ND METHOD

भगफल	भाजक	भाज्य	भागफल
1	142593 − 86420	514199 −427779	3
1	56173 −30247	86420 − 56173	1
6	25926 −25926	30247 − 25926	1
	×	* 4321	

ie 142593, 514199 का HCF = *4321 ANS

(6) निम्नलिखित तारांकित स्थानो का मान ज्ञात करें।

***) 3 2 5 678 (***

* * * * ----------- (a) ------------- (1) say

1967

**** ----------- (b) ------------- (2) say

4378

**** ----------- (c) ------------- (3) say

553 REMAINDER

सर्वप्रथम तारांकित अंको का मान समीकरण एक मे * * * * ------ (a) say

∴ प्रश्नानुसार $3256 - a = 196$ ∴ $a = 3256 - 196 = 3060$

इसके बाद समीकरण (2) मे तारांकित अंको का मान * * * * ------ (b) say

∴ प्रश्नानुसार $1967 - b = 437$ ∴ $b = 1967 - 437 = 1530$

इसके बाद समीकरण (3) मे तारांकित अंको का मान * * * * ------ (c) say

∴ प्रश्नानुसार $4378 - c = 553$

∴ $c = 4378 - 553 = 3825$

∴ भाजक = a , b & c का HCF

ie 3060 , 1530 , 3825 का HCF = 765

∴ भाजक = 765 ANS

∴ भागफल = $\frac{\text{भाज्य} - \text{शेष}}{\text{भाजक}}$

$= \frac{325678 - 553}{765}$

$= \frac{325125}{765}$

= 425 ANS

(7) यदि दो संख्याओं का योगफल 300 है। तथा इनका लघुतम समापर्वतक 875 है तो दोनो संख्याओ को ज्ञात करे।

सबसे पहले 300 , 875 दोनो का महतम समापर्वतक निकाले।

300) 875 (2
600
275) 300 (1
275
* 25) 275 (11
25
25
25
×

ie 300, 875 का HCF = *25 ANS

माना कि एक संख्या ग तथा दुसरी संख्या ल हैं। इसलिए प्रश्नानुसार

एक संख्या × दुसरी संख्या = LCM × HCF

ie $X \times Y = 875 \times 25$

ie xy = 21875

$\therefore x - y = \sqrt{(x+y)^2 - 4xy}$

$= \sqrt{(300)^2 - 4 \times 21875}$

$= \sqrt{90000 - 87500}$

$= \sqrt{2500} = 50$

$\because$ x + y = 300 ---------------------------- (1)

$\because$ x− y = 50 ---------------------------- (2)

Now equation (1) and (2) we get

x + y = 300

x− y = 50

2x = 350

$\therefore$ x = 175 ANS

$\therefore$ y = 300−x

= 300−175

= 125 ANS

(8) वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करे जिसमे 8, 10, 12 तथा 16 से भाग देने पर प्रत्येक हालत मे शेष 6 बचे लेकिन 7 से भाग देने पर पुरी तरह विभाजित हो।

सबसे पहले 8, 10, 12 तथा 16 का LCM निकाले।

2	8, 10, 12 ,16
2	4 , 5 , 6 , 8
2	2 , 5, 3, 4
	1 , 5 . 3, 2

LCM = $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 2 = 240$

$\therefore$ इसलिए अभिष्ट संख्या = (MULTIPLE OF 240 + 6) DIVISIBLE OF 7

ie (240 k +6) if k =1 $\Rightarrow$ 240×1 +6 = 246 is not divisible of 7

ie (240 k +6) if k =2 $\Rightarrow$ 240×2 +6 = 486 is not divisible of 7

ie (240 k +6) if k =3 $\Rightarrow$ 240×3 +6 = 726 is not divisible of 7

ie (240 k +6) if k =4 $\Rightarrow$ 240×4 +6 = 966 is divisible of 7

∴ इसलिए अभिष्ट संख्या = 966 ANS

(9) 250 तथा 600 के बीच उन सभी संख्याअें को बताऐं जिनका लघुतम समापर्वतक 1728 है।

2	1728
2	864
2	432 *
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

3	1728
2	576 *
2	288 *
	144

ज्ब 1728 का Factor निकालते है तब वह संख्या उनमे दिख जाता है। जोकि 250 और 600 के मध्य स्थित हैं।

इसलिए अभिष्ट संख्या 288 *, 432 *,576 * ANS

(10) 6 अंको की सबसे बडी संख्या बताऐं जिसमे 27, 45, 60, 72 तथा 96 से भाग देने पर पुरी तरह विभाज्य हो।

सबसे पहले 27, 45, 60,72 तथा 96 का LCM निकाले।

2	27, 45, 60,72 ,96
2	27, 45, 30,36,48
2	27, 45, 15,18, 24
3	27 ,45, 15 , 9, 12
3	9 , 15, 5 , 3 ,4
5	3 , 5, 5 , 1 ,4
	3 , 1 , 1 , 1, 4

LCM = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 3 \times 4 = 4320$

6 अंको की सबसे बडी संख्या = 999999

6 अंको की सबसे बडी संख्या 999999 मे 4320 से भाग देने पर

4320) 999999 (231

8640

13599

12960

6399

4320

2079 REMAINDER

∴ 6 अंको की सबसे बडी संख्या मे से 2079 घटाने पर

= 999999 − 2079 = 997920 ANS

(11) 4 अंको की सबसे छोटी संख्या बताऐं जिसमे 6, 8, 12, तथा 15 से भाग देने पर पुरी तरह विभाज्य हो

सबसे पहले 6, 8, 12, तथा 15 का LCM निकाले।

2	6, 8, 12,15
2	3 ,4 , 6 ,15
3	3, 2 , 3, 5
	1 ,2 , 1, 5

LCM = $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 120$

4 अंको की सबसे छोटी संख्या = 1000

4 अंको की सबसे छोटी संख्या 1000 मे 120 से भाग देने पर

120) 1000 (8

960

40 REMAINDER

120 से 9 मरतबे भाग लगाने पर 4 अंको की न्यूनतम छोटी संख्या बनेगी।

ie संख्या = भाजक × भागफल (n+1)

∴ 4 अंको की सबसे छोटी संख्या = 120 × (8+1)

= 120 × 9

= 1080 ANS

(12) वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करें जिसमे 7, 5, 11, से क्रमागत रूप से भाग देने पर क्रमागत शेष क्रमशः 3 ,2 और 4 आता हो।

अभिष्ट संख्या = { क्रमागत भाजक का गुणनफल + वास्तविक शेष }

यहां $D_1 = 7$ $R_1 = 3$

$D_2 = 5$ $R_2 = 2$

$D_3 = 11$ $R_3 = 4$

∴ क्रमागत भाजक का गुणनफल $= D_1 \times D_2 \times D_3$

$= 7 \times 5 \times 11$

$= 385$

∴ वास्तविक शेष (R) $= R_1 + (R_2 \times D_1) + (R_3 \times D_1 \times D_2) + (R_4 \times D_1 \times D_2 \times D_3) + (R_5 \times D_1 \times D_2 \times D_3 + D_4) + (R_6 \times D_1 \times D_2 \times D_3 + D_4 + D_5) +$ -------------------------- ∞

∴ वास्तविक शेष (R) $= R_1 + (R_2 \times D_1) + (R_3 \times D_1 \times D_2)$

$= 3 + 2 \times 7 + 4 \times 7 \times 5$

$= 3+14+140$

$= 157$

अभिष्ट संख्या = { क्रमागत भाजक का गुणनफल + वास्तविक शेष }

= 385 + 157

= 542 ANS

2ND METHOD

क्रमागत भाजक	भाज्य	क्रमागत शेष
7	A	R
5	B	3
11	C	2
	D*	4

यहां D का न्यूनतम मान 1 रखने पर। D का मान (1 to ----- ∞) कुछ भी रखा जा सकता है। D अनंत मान दे सकता है।

∴ प्रश्नानुसार

$C = 11D + 4$

$= 11 \times 1 + 4 = 15$

$B = 5C + 2$

$= 5 \times 15 + 2 = 77$

$A = 7B + 3$

$= 7 \times 77 + 3$

$= 539 + 3$

= 542 ANS अभिष्ट संख्या = 542 ANS

(13) 4 अंको की बडी से बडी संख्या ज्ञात करें जिसमे 3, 5, 7, से क्रमागत रूप से भाग देने पर क्रमागत शेष क्रमशः 2 ,4 और 5 आता हो।

अभिष्ट संख्या =

{4 अंको की बडीसे बडी संख्या जो 3 5,7 से विभाज्य हो + वास्तविक शेष }

$= 9999 - \frac{9999}{3\times5\times7}$ का शेष

$= 9999 - 24 = 9975$

यहां $D_1 = 3$ $R_1 = 2$

$D_2 = 5$ $R_2 = 4$

$D_3 = 7$ $R_3 = 5$

∴ वास्तविक शेष (R) $= R_1 + (R_2 \times D_1) + (R_3 \times D_1 \times D_2)$

$= 2 + (4 \times 3) + (5 \times 3 \times 5)$

$= 2 + 12 + 75$

$= 89$

ie 9975+89 = 10064 > 4 अंको की संख्या से बडी हो गई है।

∴ क्रमागत भाजक के गुणनफल से 9999 मे भाग देने पर

3×5×7 = 105) 9999 (95

945
549
525
24

105 से 94 बार भाग देने पर भाज्य निम्नलिखित अर्थात 105×94 = 9870

अभिष्ट संख्या =

{4 अंको की बडीसे बडी संख्या जो 3 5,7 से विभाज्य हो + वास्तविक शेष }

अभिष्ट संख्या = { 9870 + 89 } = 9959 ANS

proof :

क्रमागत भाजक	भाज्य	क्रमागत शेष
3	9959	R
5	3319	2
7	663	4
	94	5

(14) वह कौन सी छोटी संख्या है जो पूर्ण वर्ग हो तथा वह 10, 16, 24, से पूर्णतः विभाज्य हो।

सर्वप्रथम 10, 16, 24, कां LCM =

2	10 ,16 ,24
2	5 , 8 , 12
2	5 , 4 , 6
	5 , 2 , 3

LCM = $2\times2\times2\times5\times2\times3$

पूर्ण वर्ग करने के लिए यहा जो LCM आया है। उस single digit $2\times2\times2\times5\times2\times3$ को उसी अंक का pair बना कर वर्ग कर ले। अर्थात single digit का pair बनाने पर $(2\times2)\times(2\times2)\times(5\times5)\times(3\times3) = 2^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 3^2 = 4\times4\times25\times9 = 3600$ ANS

(14) वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात करे जिसमे 24, और 36 से भाग देने पर शेष कमशः 14 और 26 आए ।

अर्थात दोनो का भाजक और शेष का अंतर $24-14 = 36-26 = 10 *$

24, और 36 का LCM = 72

$\therefore$ अभिष्ट संख्या $72 - 10 * = 62$ ANS

(15) 5 अंको की सबसे छोटी संख्या ज्ञात करे जिसमे 6,8, 12 , 15, और 20 से भाग देने पर हर हाल मे शेष 5* आए ।

6, 8, 12 ,15, और 20 का LCM = 120

5 अंको की सबसे छोटी संख्या = 10000

$\therefore$ 10000 मे 120 से भाग देने पर शेष 40 बचता है।

$\therefore$ अभिष्ट संख्या $= 10000 + (120 - 40) + 5^*$

$= 10000+80+5^*$

$= 10085$ ANS

(16) वह कौन सी सबसे बडी संख्या है जिसमे 328 544 और 832 मे भाग देने पर हर हाल मे शेष बराबर आए ।

इन संख्याओ मे दुसरी तथा पहले का अंतर = 544 – 328 = 216

इन संख्याओ मे तीसरी तथा दुसरे का अंतर = 832 – 544 = 288

इन संख्याओ मे तीसरी तथा पहले का अंतर = 832 – 328 = 504

इन संख्याओ का HCF निकालने पर उक्त संख्या प्राप्त होगा।

ie HCF OF 216, 288, 504 = 72 ANS

(17) 3000 से कम उन सभी संख्याओ को ज्ञात करे जिसमे 12, 28, 30 और 42 से भाग देने पर हर हाल मे शेष 4* बचे ।

12, 28, 30 और 42 का LCM = 420

सबसे छोटी संख्या = 420 + 4 = 424

3000 से कम उन सभी संख्याओ का मान निम्नलिखित होगां।

ie 420K +4 (K = 1,2,3,4,5,6,7 ----------)

पहली संख्या = 420 ×1+ 4 = 424

दुसरी संख्या = 420 ×2+ 4 = 844

तीसरी संख्या = 420 ×3+ 4 = 1264

चौथी संख्या = 420 ×4 + 4 = 1684

पांचवी संख्या = 420 ×5 + 4 = 2104

छठी संख्या = 420 × 6 + 4 = 2524

सातवी संख्या = 420 ×7+ 4 = 2944

आठवी संख्या 3000 से बडी हो जाएगी।

ie उक्त संख्याऐ 424 ,844 ,1264 ,1684 ,2104 ,2524 ,2944 ANS

(18) 800 तथा 900 के बीच ऐसी संख्या ज्ञात करें जो 13 और 17 से पुरी तरह विभाजित हो।

13 और 17 का LCM = 221

221 का कोई भी गुणज 13 और 17 से पुरी तरह विभाजित होगा।

∴ 800 तथा 900 के बीच उन सभी संख्याओ का मान निम्नलिखित होगां।

ie 221K (K = 1,2,3,4,5,6,7 ----------)

पहली संख्या = 221 ×1 = 221

दुसरी संख्या = 221 ×2 = 442

तीसरी संख्या = 221 ×3 = 663

चौथी संख्या = 221 × 4 = 884*

पांचवी संख्या = 221 ×5 = 1105

∴ 800 तथा 900 के मध्य इनमे से 884* होगा। ANS

(19) वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात करे जिसमे 378 से गुणा करने पर गुणनफल 336 से पुरी तरह विभाजित हो जाए।

सर्वप्रथम 378 और 336 का LCM

2	378 , 336
3	189 , 168
7	63 , 56
	9 , 8

LCM = 2×3×7×9×8 = 378* × 8*= 3024

यहां LCM के गुणनखण्ड 8* मे 378 से गुणा करने पर गुणनफल 3024 आता है जो कि 336 से पुरी तरह विभाज्य है। अतः सबसे छोटी संख्या 8 होगी। ANS

(19) संख्या 2270 , 3739 तथा 6677 मे से प्रत्येक को तीन अंको की किसी संख्या से भाग देने पर शेषफल एक समान आता है तो तीन अंको की संख्या तथा शेषफल ज्ञात करें।

इन संख्याओ मे दुसरी तथा पहले का अंतर $= 3739 - 2270 = 1469$

इन संख्याओं मे तीसरी तथा दुसरे का अंतर $= 6677 - 3739 = 2938$

इन संख्याओं मे तीसरी तथा पहले का अंतर $= 6677 - 2270 = 4407$

इन संख्याओ का HCF निकालने पर उक्त संख्या का भाजक प्राप्त होगा।

ie HCF OF 1469 , 2938, 4407 = 1469 HCF होगा।

ie HCF = 1469) 2938 (2

2938
————
×

1469) 4407 (3

4407
————
×

यहां उन संख्याओं का HCF 1469 आया है लेकिन प्रश्नानुसार भाजक तीन अंको की होनी चाहिए। अब 1469 का फैक्टर करके समाधान निकालेगे। अर्थात 1469 का FACTOR $= (13 \times 113^*)$ यहां फैक्टर मे तीन अंको का 113 भाजक प्राप्त हो गया। इससे उक्त संख्या मे भाग देने पर हर हाल मे शेष 10 एक समान प्राप्त होगा।

$\therefore$ भाजक = 113 तथा शेष = 10 ANS

(20) चार चार अको की दो संख्याओं का HCF 103 है। तथा उनका LCM 19261 है तो संख्या ज्ञात करे।

उक्त चार अंको की संख्याओं का मान इनके HCF 103 के गुणज मे होगी।

ie 103 K (K= 1 ,2 ,3 ,4 ,5 --------)

ie $103 \times 11 = 1133$ (चार अंको की संख्या) एक संख्या प्राप्त हो गया।

ie एक संख्या $\times$ दुसरी संख्या = LCM $\times$ HCF

ie 1133 × दुसरी संख्या = 19261 × 103

ie दुसरी संख्या = $\frac{19261 \times 103}{1133}$

= 1751

अर्थात चार अंको की उक्त संख्या = 1133 , 1751 ANS

(21) एक संख्या को 4 से भाग देने पर भागफल और शेष का योगफल 8 होता है। तथा उनके वर्गो का योगफल 34 होता है। तो संख्या ज्ञात करे।

माना कि उक्त संख्या का भागफल a तथा शेष b है।

∴ प्रश्नानुार a + b = 8 -------------------- (1)

∴ $a^2 + b^2 = 34$ ---------------------- (2)

ie $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

ie $(8)^2 = (34) + 2ab$

ie 64 = 34 + 2ab

∴ 2ab = 64 − 34

∴ 2ab = 30

∴ ab = 15 ---------------------------- (3)

∵ $(a-b) = \sqrt{(a+b)^2 - 4ab}$

∴ $(a-b) = \sqrt{(8)^2 - 4 \times 15}$

$= \sqrt{64 - 60}$

$= \sqrt{4}$

∴ $a - b = 2$ ---------------------------- (4)

Now equation (1) & (4) we get

a + b = 8 -------------------- (1)

$a - b = 2$ ------------------ (4)

∴ 2a = 10

$\therefore a = \frac{10}{2} = 5$

$\therefore b = 8 - a$

$\therefore b = 8 - 5 = 3$

$\therefore$ संख्या = भाजक$\times$ भागफल + शेष

$= 4\times 5 + 3 \quad = 23$ ANS

(22) एक संख्या को 10 से भाग देने पर शेष 9 बचता है। उसी सख्या को 9 से भाग देने पर शेष 8 बचता है। उसी संख्या को 8 से भाग देने पर शेष 7 बचता है। इसी प्रकार ---------------------- । इसी प्रकार अंत मे 2 से भाग देने पर शेष 1 बचता है। तो संख्या ज्ञात करें।

$\because$ भाजक क्रमशः 10,9 8,7,6,5,4,3,2 है।

तथा शेष क्रमशः 9 8,7,6,5,4,3,2,1 है।

$\therefore$ भाजक तथा शेष का अंतर $= (10-9) = (9-8) = (8-7) = (7-6) = (6-5) = (5-4) = (4-3) = (3-2) = (2-1) = 1^*$

$\therefore$ अभिष्ट संख्या = { (10,9 8,7,6,5,4,3,2 का LCM) – 1* }

= (2520 – 1)

= 2519 ANS

(23) दो संख्याओं के LCM तथा HCF का योगफल 592 तथा अंतर 518 है। यदि दोनो संख्याओं का योगफल 296 है। तो संख्या ज्ञात करें।

माना कि एक संख्या x तथा दुसरी संख्या y हैं।

$\therefore \quad x + y = 296$ --------------------- (1)

$\because$ संख्याओं का LCM =

$$= \frac{(\text{LCM तथा HCF का योगफल}) + (\text{LCM तथा HCF का अंतर})}{2}$$

$$= \frac{592 + 518}{2}$$

$= \frac{1110}{2}$

LCM = 555

∵ संख्याओं का HCF =

$$= \frac{(\text{LCM तथा HCF का योगफल}) - (\text{LCM तथा HCF का अंतर})}{2}$$

$= \frac{592-518}{2} = \frac{74}{2} = 37$ HCF

ie एक संख्या × दुसरी संख्या = LCM × HCF

ie x × y = 555×37

ie xy = 20535 ------------------------------ (2)

$\because (a-b) = \sqrt{(a+b)^2 - 4ab}$

$\therefore (a-b) = \sqrt{(296)^2 - 4 \times 20535}$

$= \sqrt{87616 - 82140}$

$= \sqrt{5476}$

$\therefore a-b = 74$ ----------------- (3)

Now equation (1) & (3) we get

a + b = 296 -------------------- (1)

$a-b = 74$ ---- --------------- (4)

∴ 2a = 370

$\therefore a = \frac{370}{2} = 185$

∴ b = 296 – a

∴ b = 296 – 185 = 111

∴ संख्या = x = 185 , y = 111 ANS

(24) यदि दो संख्याओं का HCF निकालने मे अंतिम भाजक 41 तथा भागफल क्रमशः 2 , 4 और 2 है तो संख्या ज्ञात करे।

माना कि एक संख्या x तथा दुसरी संख्या y हैं। जहां y > x

∴ प्रश्नानुसार परंपरागत तरीके से महतम समापर्वतक निकालने पर

X) y (2

− 2x

y − 2x) x (4

4y − 8x

− +

9x − 4y) y − 2x (2

18x − 8y

− +

9y − 20x = 0 remainder

प्रश्नानुसार अंतिम भाजक $9x - 4y = 41$ --------------------- (1)

ie अंतिम शेष = $9y - 20x = 0$ remainder ------------- (2)

ie $9y - 20x = 0$

∴ $9y = 20x$

∴ $y = \frac{20x}{9}$ ----------------------- (3)

Now from equation (1) we get

ie $9x - 4y = 41$ ---------------- (1)

ie $9x - 4(\frac{20x}{9}) = 41$

ie $9x - \frac{80x}{9} = 41$

ie $\frac{81x - 80x}{9} = 41$

$ie \quad \frac{x}{9} = 41$

$\therefore x = 41\times9 = 369$ ANS

$\therefore Y = \frac{20x}{9}$

$= \frac{20\times369}{9}$

$= \frac{7380}{9}$

$= 820$ ANS

2nd method

संख्या $X = m\,(bc + 1)$

संख्या $Y = m\,(a + abc + c)$

अंतिम भाजक $m = 41$, 1 constant

क्रमागत भागफल (a , b , c / 2, 4, 2)

संख्या $X = m\,(bc + 1)$

$= 41\,(4 \times 2 + 1)$

$= 41\,(8 + 1)$

$= 41 \times 9$

$= 369$ ANS

संख्या $Y = m\,(a + abc + c)$

$= 41\,(2 + 2\times4\times2 + 2)$

$= 41\,(2 + 16 + 2)$

$= 41 \times 20$

$= 820$ ANS

(25) दो संख्याओं का योगफल 216 है। तथा उनका महतम समापर्वतक 27 है तो संख्या ज्ञात करे।

माना कि एक संख्या 27a तथा दुसरी संख्या 27b हैं।

∴ प्रश्नानुसार $27a+27b = 216$

ie $27(a+b) = 216$

∴ $a+b = \frac{216}{27}$ ie $a+b = 8$

अब सह अभाज्य संख्याओं का योगफल 8 है। (1,7) (2 , 6) (3, 5)

∴ संख्याएं निम्नलिखित होगी। $(27a, 27b) = (27\times1, 27\times7) = (27, 189)$

$= (27\times2, 27\times6) = (54, 162)$

$= (27\times3, 27\times5) = (81, 135)$

(26) यदि किसी संख्या को किसी संख्या से भाग देने पर शेष 56 बचता है। यदि उसी संख्या के दुगने से भाग दिया जाए तो शेष 40 बचता हैं। तो भाजक ज्ञात करें।

माना कि भाज्य = x
भाजक = y
भागफल = a
} माना

शेष = 56

प्रश्नानुसार

भाज्य = भाजक × भागफल + शेष

$X = y\times a+56$ ---------------------------------- (1)

प्रश्नानुसार नया भाज्य दुगना = 2x
भाजक = y
भागफल = b
} माना

शेष = 40

भाज्य = भाजक × भागफल + शेष

$2x = y \times b + 40$ ---------------------------------- (2)

समीकरण 2 मे x का मान रखने पर

$2(ya + 56) = yb + 40$

$yb + 40 = 2ya + 112 =$

$yb + 40 - 2ya - 112 = 0$

$yb - 2ya - 72 = 0$

$\therefore yb - 2ya = 72$

$Y(b - 2a) = 72$

$\therefore y = \frac{72}{b-2a}$

(y> 40 के लिए b = 3 तथा a =1 मान रखने पर समीकरण को संतुष्ट करता है।)

$\therefore y = \frac{72}{3-2\times1} = \frac{72}{3-2} = 72$ ANS

$X = y \times a + 56$

$= 72 \times 1 + 56$

$= 128$ ANS

(27) दो अलग अलग संख्याओं को किसी भाजक से भाग देने पर शेष क्रमशः 547 एवं 349 आता है। जब उसी भाजक से उन दोनो संख्याअें के योगफल को भाग दे तो शेषफल 211 आता है तो उक्त संख्या एवं भाजक ज्ञात करें।

मना कि एक संख्या = x , भागफल = m , शेष = 547

दुसरी संख्या = y , भागफल = n , शेष = 349

भाजक = z

∴ प्रश्नानुसार भाज्य = भाजक × भागफल + शेष

$X = zm + 547$ ---------------------------- (1)

$y = z n + 349$ ---------------------------- (2)

$\therefore x+y = zm+zn + 896$ --------------- (3)

$\because$ दोनो संख्याओ को जोडने पर नया भाज्य = x+y प्राप्त हुआ। यहां भागफल = k माना तथा शेष = 211 दिया गया है।

$\therefore x+y = zk+211$ ---------------------- (4)

Now from equation (3) & (4) we get

$zk+211= zm+zn + 896$

$zk+211- zm -zn - 896 = 0$

ie $zk- zm -zn - 685 = 0$

ie $zk- zm -zn = 685$

ie $z (k- m -n) = 685$

$\therefore z = \frac{685}{(k-m-n)}$

{ k = 4 , m = 2 , n =1} मान रखने पर z का मान प्राप्त होगा। इस प्रकार z का एक से अधिक मान प्राप्त होगां।

$\therefore z = \frac{685}{(4-2-1)} = \frac{685}{1} = 685$ ANS

$X = z m + 547$ ---------------------------- (1)

$= 685\times2 + 547$

$= 1370 + 547$

$= 1917$ ANS

$Y = z n + 349$ ---------------------------- (2)

$= 685 \times1 + 349$

$= 685+349 = 1034$ ANS

(28) किसी संख्या को 9 से भाग देने पर शेषफल 8 आता है। इससे प्राप्त भागफल को 11 से भाग देने पर शेषफल 9 आता है। अब इस प्रकार प्राप्त भागफल को 13 से भाग देने पर शेषफल 8 आता है। यदि संख्या को 1287 से भाग देने पर शेषफल क्या होगा?

माना कि पहला भागफल = x , दुसरा भागफल = y , तीसरी भागफल = z

∴ प्रश्नानुसार भाज्य संख्या = भाजक × भागफल + शेष

$= 9x + 8$ --------------------- (1)

अब प्रश्नानुसार 11) x (y

11y

9

ie $x = 11y+9$ --------------------------- (2)

अब प्रश्नानुसार 13) y (z

13z

8

ie $y = 13z + 8$ --------------------------- (3)

Now from equation (2)

$x = 11y+9$ --------------------------- (2)

$= 11(13z+8) + 9$

$= 143z + 88+9$

$x = 143z+97$ ------------------------- (4)

∴ संख्या $= 9x + 8$ --------------------- (1)

$= 9\,(143z + 97) + 8$

$= 1287z + 873+8$

$= 1287z+881$

यहां z का मान न्यूनतम रखने पर संख्या का मान न्यूनतम होगा। इस प्रकार z का मान बढाने पर संख्या का मान बढेगा।

Z= 1 न्यूनतम मान रखने पर

संख्या = 1287z+881

= 1287×1 +881

= 2168 ANS

2ND METHOD

क्रमागत भाजक	भाज्य	क्रमागत शेष
9	A	R
11	B	8
13	C	9
	D*	8

यहां D का न्यूनतम मान 1 रखने पर। D का मान (1 to ----- ∞) कुछ भी रखा जा सकता है। इसलिए A अनंत मान दे सकता है।

∴ प्रश्नानुसार

C = 13D +8

= 13×1 +8

= 21

B = 11C + 9

= 11×21 + 9

= 231+9

= 240

A = 9B +8

= 9×240 +8

= 2160 +8

= 2168

अभिष्ट संख्या = 2168 ANS

(29) वह छोटी संख्या बताऐ जिसमे 7, 9 ,11 से भाग देने पर शेष क्रमशः 1 2 ,3 आए।

माना कि संख्या = m

पहला भागफल = x , दुसरा भागफल = y , तीसरी भागफल = z

∴ प्रश्नानुसार भाज्य संख्या = भाजक × भागफल + शेष

m = 7x +1 ------------------- (1)

अब प्रश्नानुसार 9) m (y

11y

2

ie m = 9y+2 ---------------------------- (2)

अब प्रश्नानुसार 11) x (z

11z

3

ie m = 11z +3 -------------------------- (3)

Now from equation (1) = (2) = (3)

m = 7x +1 = 9y+2 = 11z +3

now from equation (1) & (2)

= 7x +1 = 9y+2

= 7x +1 – 9y –2 = 0

= 7x – 9y –1 = 0

= 7x – 9y = 1 ------------------------- (4)

Now from equation (2) & (3)

= 9y+2 = 11z +3

$= 9y+2 - 11z - 3$

$= 9y - 11z - 1$

$= 9y - 11z = 1$ ------------------------- (5)

उक्त समीकरण मे $x = 49$ $y = 38$ तथा $z = 31$ मान रखने पर

संख्या m $= 7x + 1$

$= 7\times49 + 1$

$= 343 + 1$

$= 344$ ANS

2ND METHOD

क्रमागत भाजक	भाज्य	क्रमागत शेष
7	A	R
9	B	1
11	C	2
	D*	3

यहां D का न्यूनतम मान 1 रखने पर। D का मान (1 to ----- ∞) कुछ भी रखा जा सकता है। इसलिए A अनंत मान दे सकता है।

∴ प्रश्नानुसार

$C = 11D + 3$

$= 11\times1 + 3 = 14$

$B = 9C + 2$

$= 9\times14 + 2$

$= 126+2$

$= 128$

$A = 7B + 1$

$= 7\times128 + 1$

= 896 +1 = 897

अभिष्ट संख्या = 897 ANS

(30) एक ऐसी संख्या बताऐ जिसमे 5, 7 ,9 से भाग देने पर शेष क्रमशः 1, 2 , 3 आए।

माना कि संख्या = x

पहला भागफल = a , दुसरा भागफल = b , तीसरी भागफल = c

∴ प्रश्नानुसार भाज्य संख्या = भाजक × भागफल + शेष

x = 5a +1 -------------------- (1)

अब प्रश्नानुसार 7) x (b

7b

―――

2

ie x = 7b+2 ---------------------------- (2)

अब प्रश्नानुसार 9) x (c

9c

―――

3

ie x = 9c +3 ---------------------------- (3)

Now from equation (1) = (2) = (3)

x = 5a +1 = 7b+2 = 9c +3

Now from equation (1) & (2)

= 5a +1 = 7b+2

= 5a +1 – 7b –2 = 0

= 5a – 7b –1 = 0

= ∴ 5a – 7b = 1 --------------------------- (4)

5a =7b+1

$\therefore a = \frac{7b+1}{5}$

Now from equation (2) & (3)

= 7b+2 = 9c +3

= 7b+2 – 9b– 3

= 7b – 9c –1

= 7b – 9c =1 ------------------------- (5)

$\therefore$ 7b = 9c +1

$\therefore b = \frac{9c+1}{7}$

उक्त समीकरण मे a = 31, b = 22 तथा c = 17 मान रखने पर समीकरण को संतुष्ट करता है।

संख्या x = 5a +1

= 5×31 +1

= 155 +1

= 156 ANS

(31) एक ऐसी संख्या बताऐ जिसमे 9, 11 ,13 से भाग देने पर शेष क्रमशः 1, 2 , 3 आए।

माना कि संख्या = x

पहला भागफल = a , दुसरा भागफल = b , तीसरी भागफल = c

$\therefore$ प्रश्नानुसार

भाज्य संख्या = भाजक × भागफल + शेष

x = 9a +1 -------------------- (1)

अब प्रश्नानुसार 11) x (b

11b

2

ie x = 11b+2 --------------------------- (2)

अब प्रश्नानुसार 13) x (c

13c

3

ie x = 13c +3 --------------------------- (3)

Now from equation (1) = (2) = (3)

x = 9a +1 = 11b+2 = 13c +3

Now from equation (1) & (2)

= 9a +1 = 11b+2

= 9a +1 – 11b −2 = 0

= 9a − 11b −1 = 0

= ∴ 9a − 11b = 1 -------------------------- (4)

9a =11b+1

∴ a = $\frac{11b+1}{9}$

Now from equation (2) & (3)

= 11b+2 = 13c +3

= 11b+2 – 13b– 3

= 11b – 13c −1

= 11b – 13c =1 ------------------------- (5)

∴ 11b= 13c +1

∴ b = $\frac{13c+1}{11}$

उक्त समीकरण मे a = 71, b = 58 तथा c = 49 मान रखने पर समीकरण को संतुष्ट करता है।

संख्या x = 9a +1

$= 9\times71 + 1 = 639 + 1$

$= 640$ ANS

(32) चार संख्याओं का अनुपात 5 : 6 : 8 : 9 है। यदि उनके महतम समापर्वतक 6 है तो उनका लघुतम समापर्वतक ज्ञात करें।

प्रथम संख्या = (अनुपातिक भाग $\times HCF$) $= 5\times6 = 30$

दुसरी संख्या = (अनुपातिक भाग $\times HCF$) $= 6\times6 = 36$

तिसरी संख्या = (अनुपातिक भाग $\times HCF$) $= 8\times6 = 48$

चौथी संख्या = (अनुपातिक भाग $\times HCF$) $= 9\times6 = 54$

$\therefore$ संख्या 30, 36 ,48 तथा 54 का LCM = 2160 ANS

(33) एक उत्सव मे कुछ मेहमान और 26 घर वाले मेजवान थें। उन सबो मे प्रत्येक के लिए प्लेट मे बराबर बराबर मिठाईयां और फल रखे गए। यदि दो प्रकार की मिठाईयां क्रमश 828 , 1380 तथा 1932 फल हो तो अधिकतम कितने मेहमान बुलाए गए थे। और प्रत्येक को कितनी मिठाईयां और फल दिए गए।

माना कि मेहमानो की संख्या = X

$\therefore$ उत्सव मे परिवार सहित कुल संख्या = X+26

$\therefore$ उत्सव मे व्यक्तियो की अधिकतम संख्या 828 , 1380 तथा 1932 का HCF

ie X+26 = 276 (HCF)

ie X+26 = 276

ie X = 276 – 26 = 250 मेहमान ANS

$\therefore$ प्रत्येक को पहले प्रकार की मिठाईया $828 \div 276 = 3$

$\therefore$ प्रत्येक को दुसरे प्रकार की मिठाईया $1380 \div 276 = 5$

$\therefore$ प्रत्येक को मिलने वाले फलो की संख्या $1932 \div 276 = 7$

$\therefore$प्रत्येक को मिलने वाले कुल मिठाईयो और फलो की संख्या $(3+5+7) = 15$

(34) एक व्यक्ति ने नौकर से कुछ बच्चो मे 385 मिठाईयो को बराबर संख्या मे बांटने को कहा। जब 273 मिठाईयां बांट चुका तो मालिक ने उसे पानी पिलाने के लिए कहा तथा शेष बच्चो को मिठाईयां बाटने लगा। यदि शेष मिठाईयां एक हिसाब से बांटे जाए तो बच्चो की संख्या कितनी थी। और प्रत्येक को कितनी कितनी मिठाईया मिली? नौकर ने कितने बच्चो को मिठाईयां बाटी और मालिक ने कितने बच्चे को मिठाईयां बांटी ?

$\because$ नौकर ने 273 मिठाईयां तथा शेष $385-273 = 112$ मालिक ने बांटी।

$\therefore$ प्रत्येक बच्चे को मिलने वाले मिठाईयो की संख्या = 273 तथा 112 का महतम समापर्वतक = 7   ANS

$\therefore$ बच्चो की संख्या $= \frac{No\ of\ sweets}{A\ share\ of\ each} = \frac{385}{7} = 55$ ANS

$\therefore$ नौकर द्वारा बांटे गए बच्चो की संख्या $= \frac{273}{7} = 39$ ANS

$\therefore$ मालिक द्वारा बांटे गए बच्चो की संख्या $= \frac{112}{7} = 16$ ANS

(35) एक निश्चित रकम कुछ लडकों मे बराबर बराबर बांटना है। यदि 4 लडके ज्यादा होते तो प्रत्येक को 2 रूपये कम मिलते। और यदि 4 लडके कम होते तो प्रत्येक को 4रूपये अधिक मिलता तो लडको की संख्या एव रकम ज्ञात करे।

मना कि कुल रकम = x

तथा लडको की संख्या = y

$\therefore$ प्रत्येक को मिलने वाली राशी $= \frac{x}{y}$

$\therefore$ प्रश्नानुसार $\frac{x}{y} - \frac{x}{y+4} = 2$ ------------------------ (1)

$\frac{x}{y-4} - \frac{x}{y} = 4$ ------------------------ (2)

Now from equation -------------- (1)

$\frac{x}{y} - \frac{x}{y+4} = 2$

$= \frac{x(y+4)-xy}{y(y+4)} = 2$

$= \frac{xy+4xy-xy}{y(y+4)} = 2$

$= \frac{4xy}{y(y+4)} = 2$

$= \frac{4x}{y(y+4)} = 2$

ie $4x = 2y(y+4)$

$\therefore x = \frac{y(y+4)}{2}$ -------------------------------- (3)

Now from equation ------------------- (2)

$\frac{x}{y-4} - \frac{x}{y} = 4$

ie $\frac{xy - x(y-4)}{y(y-4)} = 4$

ie $\frac{xy - xy + 4x}{y(y-4)} = 4$

ie $\frac{4x}{y(y-4)} = 4$

ie $4x = 4y(y-4)$

$\therefore x = y(y-4)$ ------------------------ (4)

Now from equation -------------- (3) & (4)

$\frac{y(y+4)}{2} = y(y-4)$

ie $2y(y-4) = y(y+4)$

ie $2(y-4) = y+4$

ie $2y - 8 - y - 4 = 0$

ie $y - 12 = 0$

ie $y = 12$ ANS

$\therefore x = y(y-4)$

$= 12(12-4)$

$= 12 \times 8 = 96$ RS ANS

(36) A तथा B समान उचाई की दो मोमबतियां एक ही समय जलाई गई। A मोमबती 4घंटे मे तथा B मोमबती 3 घंटे मे पुरी तरह जल जाती है। यदि दोनो मोमबतियां स्थिर गति (constant rate) से जलती है तो बताए कि प्रज्जवलित होने के कितने घंटे बाद A मोमबती की उचाई B मोमबती की उचाई से दुगनी थी?

माना कि प्रज्जवलित होने के x घंटे के बाद A मोमबती की उचाई B मोमबती की उचाई से दुगनी थी।

∵ A मोमबती 4 घंटे मे पुरी तरह जल जाती है।

∴ ,, 1 ,, $\frac{1}{4}$ भाग जलेगी।

∴ ,, x ,, $\frac{x}{4}$ भाग जलेगी।

∴ शेष मोमबती का $(1-\frac{x}{4}) = \frac{4-x}{4}$ भाग जलना बाकी है। ------------- (1)

∵ B मोमबती 3 घंटे मे पुरी तरह जल जाती है।

∴ ,, 1 ,, $\frac{1}{3}$ भाग जलेगी।

∴ ,, x ,, $\frac{x}{3}$ भाग जलेगी।

∴ शेष मोमबती का $(1-\frac{x}{3}) = \frac{3-x}{3}$ भाग जलना बाकी है। ------------- (2)

∴ प्रश्नानुसार समीकरण (1)और (2) से

$\frac{4-x}{4} = 2(\frac{3-x}{3})$

ie $\frac{4-x}{4} = \frac{6-2x}{3}$

ie $24-8x = 12-3x$

ie $24-8x-12+3x = 0$

ie $12-5x = 0$

ie $5x = 12$

∴ $x = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ hours ANS

(37) जब किसी बाक्स मे 5 या 6 दर्जन नारंगिया पैक की जा सकती हैतो शेष 3 दर्जन रह जाती हैं। अतः 8 या 9 दर्जन नारंगियों का पैक करने के लिए बडे बक्से लिए गए फिर भी 3 दर्जन नारंगियां शेष बच गई। तो पैक की जाने वाले नारंगियों की न्यूनतम संख्या ज्ञात करे।

∴ नारंगियो की न्यूनतम संख्या निम्नलिखित होगे।

⇨ (5, 6, 8, 9 का LCM + 3 दर्जन शेष नारंगियां)

⇨ (5, 6, 8, 9 का LCM = 360) + 3 दर्जन शेष

⇨ (360 + 3 दर्जन) = 363 दर्जन ANS

(38) एक व्यक्ति पहला दिन 1रूपया दुसरे दिन 2 रूपये तीसरे दिन 4 रूपये चौथे दिन 8 रूपये इसी प्रकार दुगना रकम प्रतिदिन गुलक मे जमा करते जाता है तो 30 दिनो मे कितने रूपये जामा करेगा ?

∵जामा की जाने वाली रकम का क्रम = 1, 2, 4 , 8, 16 , 32 ,64 ------------

a = first term = 1 Rs n = 30

r = common ratio = $\frac{2nd\ term}{1\ st\ term} = \frac{4\ th\ term}{3\ th\ term}$

r $= \frac{2}{1} = \frac{8}{4}$ ------ = 2

∴ sum of amount = $\frac{a(r^n-1)}{r-1}$

$= \frac{1(2^{30}-1)}{2-1}$

$= \frac{1(1073741824-1)}{2-1}$

$= \frac{(1073741823)}{1}$

= 1073741823 ANS

(2.7) मिश्रण (MIXTURE)

इस टौपिक के अंतर्गत हम मिश्रण के विभिन्न तरल पदार्थो के मिलावट के बारे मे अध्ययन करेंगे। इसके अंतर्गत दूध और पानी का अनुपात, शराब और पानी का अनुपात,दवाओं मे काम आने वाले रसायनीक पदार्थो एवं पानी का अनुपात ज्ञात करना सीखेंगे।कुछ मिश्रण ऐसे होते है जो लाभदायक होते है। जैसे दवाओ मे विभिन्न रसायनिक पदार्थो का मिश्रण होता है जिसे एक निश्चित मात्रा मे मिलाकर तैयार की जाती है। तो दुसरी तरफ कुछ मिश्रण ऐसे होते है जिसके मिलावट से आर्थिक और शारीरिक नुकशान होता है। जैसे दुध और पानी का मिश्रण।

(1) एक वर्तन मे 216 लिटर दुध हैं। इसमे से 6 लिटर दूध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। फिर उस मिश्रण से 6 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। इस प्रकार तीन बार निकालकर पानी मिला दिया गया तो बताऐं कि उस बर्तन मे कितना लिटर दूध तथा कितना लिटर पानी रह गया?

मिश्रण मे दूध की मात्रा = $\mathbf{x}\left(\frac{X-Y}{X}\right)^N$

मिश्रण की कुल मात्रा = x

मिलाई गई पानी की मात्रा = y

मिलावट की आवृति = N

} माना

∴ मिश्रण मे दूध की मात्रा = $\mathbf{x}\left(\frac{X-Y}{X}\right)^N$

$$= 216\left(\frac{216-6}{216}\right)^3$$

$$= 216\left(\frac{210}{216}\right)^3$$

$$= \frac{216\times210\times210\times210}{216\times216\times216}$$

$$= \frac{9261000}{46656}$$

= 198.495 LITER ANS

∴ मिश्रण मे पानी की मात्रा = मिश्रण की कुल मात्रा – दूध की मात्रा

= 216 – 198.495 = 17.505 Liter ANS

(2) एक वर्तन मे 20 लिटर दूध हैं। इसमे से पहली बार 1 लिटर दूध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। दुसरी बार उस मिश्रण से 2 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। तिसरी बार 3 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। तो बताऐं कि उस बर्तन मे कितना लिटर दूध तथा कितना लिटर पानी रह गया?

मिश्रण मे दूध की मात्रा = $\mathbf{x}\,\{(\frac{x-a}{x}) \times (\frac{x-b}{x}) \times (\frac{x-c}{x}) \times \text{-----------}\ \mathrm{N}\}$

मिश्रण की कुल मात्रा = x लिटर

पहली बार दूध निकालकर मिलाई गई पानी की मात्रा = a = 1L

दूसरी बार मिश्रण निकालकर मिलाई गई पानी की मात्रा = b = 2L

तिसरी बार मिश्रण निकालकर मिलाई गई पानी की मात्रा = c = 3L

∴ मिश्रण के अंत मे दूध की मात्रा = $\mathbf{x}\,\{(\frac{x-a}{x}) \times (\frac{x-b}{x}) \times (\frac{x-c}{x}) \times \text{----}\ \mathrm{N}$

$= 20\,\{(\frac{20-1}{20}) \times (\frac{20-2}{20}) \times (\frac{20-3}{20})$

$= 20\,\{(\frac{19}{20}) \times (\frac{18}{20}) \times (\frac{17}{20})$

$= \frac{5814}{400}$

= 14.535 LITER

∴ मिश्रण के अंत मे पानी की मात्रा = मिश्रण की कुल मात्रा – दूध की मात्रा

= 20 - 14.535

= 5.465 LITER ANS

(3) एक वर्तन मे 100 लिटर दूध हैं। इसमे से पहली बार 5 लिटर दूध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। दुसरी बार उस मिश्रण से 8 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। तिसरी बार 15 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। चौथी बार 20 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। तो बताऐं कि उस बर्तन मे कितना लिटर दूध तथा कितना लिटर पानी रह गया?

मिश्रण मे दूध की मात्रा = $x\{(\frac{x-a}{x}) \times (\frac{x-b}{x}) \times (\frac{x-c}{x}) \times (\frac{x-d}{x})$ ----------- N }

मिश्रण की कुल मात्रा = x = 100लिटर

पहली बार दूध निकालकर मिलाई गई पानी की मात्रा = a = 5L

दूसरी बार मिश्रण निकालकर मिलाई गई पानी की मात्रा = b = 8L

तिसरी बार मिश्रण निकालकर मिलाई गई पानी की मात्रा = c = 15L

चौथी बार मिश्रण निकालकर मिलाई गई पानी की मात्रा = d = 20L

∴ मिश्रण के अंत मे दूध की मात्रा = $x\{(\frac{x-a}{x}) \times (\frac{x-b}{x}) \times (\frac{x-c}{x}) \times (\frac{x-d}{x})$

$= 100\{(\frac{100-5}{100}) \times (\frac{100-8}{100}) \times (\frac{100-15}{100}) \times (\frac{100-20}{100})$

$= 100\{(\frac{95}{100}) \times (\frac{92}{100}) \times (\frac{85}{100}) \times (\frac{80}{100})$

$= \frac{29716}{500}$

= 59.432 LITER

∴ मिश्रण के अंत मे पानी की मात्रा = मिश्रण की कुल मात्रा – दूध की मात्रा

= 100 – 59.432

= 40.568 LITER ANS

(4) एक बेईमान ग्वाला दूध मे पानी मिलाकर मिश्रण को दूध के क्रयमूल्य पर बेचकर 20 प्रतिशत का लाभ उठाता है तो बताए कि मिश्रण मे कितना प्रतिशत पानी है?

माना कि दूध की मात्रा = x लिटर

पानी की मात्रा = y लिटर

दूध का मूल्य = z रूपये प्रति लिटर

∴ प्रश्नानुार दूध का क्रयमूल्य = x z रूपये

मिश्रण की मात्रा = x + y लिटर

∴ मिश्रण का क्रयमूल्य = $(x + y)\, z$ रूपये

= $(xz + yz)$ रूपये

∴ लाभ विक्रय मूल्य – क्रयमूल्य = $(xz + yz) - xz$

= yz रूपये

∴ प्रतिशत लाभ = $\frac{profit \times 100}{cost\ prise}$

$20 = \frac{yz \times 100}{xz}$

∴ $20\, xz = yz\, 100$ ∴ $x = 5y$

∴ मिश्रण की मात्रा = $x + y$ लिटर

= $5y + y$ लिटर

= $6y$ लिटर

∴ पानी का प्रतिशत = $\frac{y \times 100}{6y}$

= $\frac{100}{6}$ = $16\frac{2}{3}$ % ANS

(4) TRICKY METHOD

∴ पानी का प्रतिशत = $\frac{P \times 100}{(100 + P)}$ (P = 20 % PROFIT)

= $\frac{20 \times 100}{100 + 20}$

= $\frac{2000}{120}$

= $16\frac{2}{3}$ % ANS

(5) एक वर्तन दूध से भरा हैं। इसमे से पहली बार 5 लिटर दूध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। दुसरी बार उस मिश्रण से 5 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। तिसरी बार 5 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। अंत मे दूध और पानी की मात्रा का अनुपात 343:169 हो गया तो बताऐं कि उस बर्तन मे कितना लिटर दूध था?

∴ बर्तन मे दूध की मात्रा = ($\sqrt[n]{sum\ of\ ratio}$) x

मिश्रण निकालने की आवृति = n = 3

प्रत्येक बार निकाली गई मिश्रण की मात्रा = x = 5 liters

∴ बर्तन मे दूध की मात्रा = ($\sqrt[n]{sum\ of\ ratio}$) x

= ($\sqrt[3]{343 + 169}$) 5

= ($\sqrt[3]{512}$) 5

= 8× 5

= 40 liters ANS

(6) 40 लिटर दूध और पानी के मिश्रण मे 10 प्रतिशत पानी हैं।इसमे कितना और पानी मिला दिया जाए कि पानी की मात्रा 20 प्रतिशत हो जाए?

प्रारंभ मे पानी की मात्रा = 40 का 10%

$= 40\times\frac{10}{100} = 4$ liters

माना कि x लिटर पानी मिलाने पर ,

मिश्रण की मात्रा = 4+x लिटर होगा।

∴ प्रश्नानुसार पानी की कुल मात्रा = नया मिश्रण का 20%

अर्थात x+4 = (40+x) का 20%

$x+4 = (40+x)\times\frac{20}{100}$

$x+4 = (40+x)\times\frac{1}{5}$

$5(x+4) = (40+x)$

$5x+20 = 40+x$

$5x+20 - 40 - x = 0$

$4x-20 = 0$

∴ 4x = 20

∴ $x = \frac{20}{4}$ = 5 liters ANS

(6) TRICKY METHOD

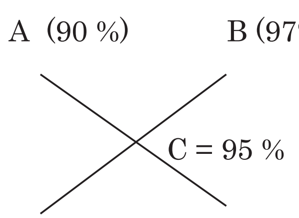
दूध की मात्रा = MIXTURE $\left(\frac{Y-X}{100-Y}\right)$ ⇒ $40\left(\frac{20-10}{100-20}\right)$

मिश्रण की कुल मात्रा = 40 लिटर = $40\left(\frac{10}{80}\right)$

पानी की प्रारंभिक प्रतिशत x = 10% = 5 liters ANS

अंत मे पानी का प्रतिशत y = 20%

(7) 90% शुद्धता तथा 97% शुद्धता वाले अम्ल विलयन मिलाए जाते हैं। जिसमे 95% शुद्धता का 21 लिटर विलयन प्राप्त होता है। प्रत्येक विलयन के कितने लिटर की आवश्यकता होगी?



(B - C) : (C– A)

ie (97 - 95) : (95– 90)

RATIO = 2 : 5

अर्थात 90% शुद्धता तथा 97% शुद्धता का अनुपात = 2 : 5

90% शुद्धता वाले अम्ल विलयन की मात्रा $= \frac{2}{7}$ (mixture)

$= \frac{2}{7}$ (21)

= 6 liters ANS

97% शुद्धता वाले अम्ल विलयन की मात्रा = $\frac{5}{7}$ (mixture)

$= \frac{5}{7}(21) = 15$ liters ANS

(8) 500 ml पानी और अल्कोहल के मिश्रण मे 60% अल्कोहल हैं। इसमे कितना पानी और मिला दिया जाए कि मिश्रण मे अल्कोहल की मात्रा 20% हो जाए ?

माना कि x लिटर पानी मिलाने पर।

∴ मिश्रण की कुल मात्रा = 500+x लिटर होगा।

प्रश्नानुसार प्रारंभ मे अल्कोहल की मात्रा = मिश्रण का 60%

$= 500\times\frac{60}{100}$

= 300ml

प्रश्नानुसार = (500+x) का 20% = 300 ml

$= (500+x)\frac{20}{100} = 300$

$= (500+x)\frac{1}{5} = 300$

$= (500+x) = 300\times 5$

$= (500+x) = 1500$

∴ $x = 1500-500 = 1000$ ml ANS

(8) TRICKY METHOD

मिलाई गई पानी की मात्रा = MIXTURE $(\frac{X-Y}{Y})$ ⇒ $500\,(\frac{60-20}{20})$

प्रारंभ मे मिश्रण की मात्रा = 500 ml $= 500\,(\frac{40}{20})$

प्रारंभिक अल्कोहल का प्रतिशत x = 60% = 1000 ml ANS

अंत मे अल्कोहल का प्रतिशत y = 20%

(9) एक बर्तन मे 12 liter मिश्रण है। जिसमे शराब और पानी का अनुपात 3:1 हैं। इसमे से कितना मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी मिला दिया जाए कि शराब और पानी की मात्रा बराबर हो जाए ?

माना कि x लिटर मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी मिलाने पर।

∴ बर्तन से x लिटर मिश्रण निकालने पर शेष = 12−x लिटर होगा।

प्रश्नानुसार शेष मिश्रण मे शराब की मात्रा = शेष मिश्रण × ($\frac{3}{4}$)

$= (12-x) \times \frac{3}{4}$

$= \frac{36-3x}{4}$ ------------------(1)

शेष मिश्रण मे पानी की मात्रा = शेष मिश्रण × ($\frac{1}{4}$)

$= (12-x) \times \frac{1}{4}$

$= \frac{12-x}{4}$

X लिटर पानी मिलाने के बाद पानी की कुल मात्रा = $\{\frac{12-x}{4}\} + x$

$= \{\frac{12-x+4x}{4}\}$

$= \{\frac{12+3x}{4}\}$ --------- (2)

Now from equation (1) = (2) According to question

ie $\frac{36-3x}{4} = \{\frac{12+3x}{4}\}$

ie $36 - 3x = 12 + 3x$

ie $36 - 3x - 12 - 3x = 0$

ie $24 - 6x = 0$

ie $6x = 24$

∴ x = 4 liters ANS

(9) TRICKY METHOD

मिलाई गई पानी की मात्रा = MIXTURE $\left(\frac{X-Y}{2x}\right)$ ⇒ $12\left(\frac{3-1}{2\times 3}\right)$

शराब का अनुपातिक भाग = x = $12\left(\frac{2}{6}\right)$

पानी का अनुपातिक भाग = y = 4 liters ANS

मिश्रण का अनुपात = X : Y = 3 : 1

(10) एक बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात 9:1 हैं। इसमे 4 लिटर पानी मिला देने पर दूध की मात्रा, पानी की मात्रा का 6 गुणा हो गया तो दूध और पानी की मात्रा ज्ञात करें।

माना कि दूध की मात्रा = x लिटर

पानी की मात्रा = y लिटर

दूध और पानी का अनुपात = X:Y = 9:1

अर्थात $\frac{x}{y} = \frac{9}{1}$

ie $x = 9y$ ---------------------- (1)

4 लिटर पानी मिलाने पर पानी की कूल मात्रा = $y + 4$

∴ प्रश्नानुसार दूध की मात्रा = पानी के मात्रा का 6 गुणा

$x = (y + 4)\,6$ ------------- (2)

$9y = (y + 4)\,6$

$9y = 6y + 24$

$9y - 6y - 24 = 0$

$\therefore 3y - 24 = 0$

$\therefore 3y = 24 \quad \therefore y = \frac{24}{3} = 8$ l

∴ X = 9Y from equation ------------------------- (1)

= 9×8 = 72 liters ANS

(10) TRICKY METHOD

मिश्रण की मात्रा = $\frac{(a+b)cy}{ad-bc}$

दूध की मात्रा = $\frac{xa}{a+b}$

पानी की मात्रा = $\frac{xb}{a+b}$

प्रारंभ मे दूध और पानी का अनुपात = a: b = 9:1

अंत मे दूध और पानी का अनुपात = c : d = 6:1

मिश्रण की मात्रा = x liters

मिलाई गई पानी की मात्रा = y = 4 liters

मिश्रण की मात्रा = $\frac{(a+b)cy}{ad-bc}$

$= \frac{(9+1)6\times4}{9\times1-1\times6}$

$= \frac{(10)6\times4}{9-6}$

$= \frac{(10)6\times4}{3}$ = 80 liters

दूध की मात्रा = $\frac{xa}{a+b}$ = $\frac{80\times9}{9+1}$ = 72 liters

अंत मे पानी की कुल मात्रा = $\frac{xb}{a+b}$ = $\frac{80\times1}{9+1}$ = $\frac{80}{10}$ = 8 liters

(11) एक बर्तन मे 75% दुध और 25% पानी हैं। इसमे से कितना मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी मिला दिया जाए कि दूध और पानी की मात्रा बराबर हो जाए ?

माना कि बर्तन की क्षमता = x लिटर

∴ दूध की मात्रा = $\frac{75x}{100}$ लिटर

∴ पानी की मात्रा = $\frac{25x}{100}$ लिटर

माना कि y लिटर मिश्रण निकालकर y लिटर पानी मिलाया गया।

∴ बर्तन से y लिटर मिश्रण निकालने पर शेष = x−y लिटर होगा।

प्रश्नानुसार ,शेष मिश्रण मे दूध की मात्रा = शेष मिश्रण × $(\frac{75}{100})$

$= (x-y) \times \frac{75}{100}$

$= \frac{3x-3y}{4}$ ------------------(1)

∴ y लिटर पानी मिलाने के बाद पानी की कुल मात्रा

= { शेष मिश्रण × $(\frac{25}{100})$ } + y

$= \{ (x-y) \times \frac{1}{4} \} + y$

$= \frac{x-y}{4} + y$

$= \frac{x-y+4y}{4}$

$= \frac{x+3y}{4}$ ------------------ (2)

Now from equation (1) = (2) According to question

ie $\frac{3x-3y}{4} = \frac{x+3y}{4}$

ie $3x-3y = x + 3y$

ie $3x-3y - x - 3y = 0$

$2x-6y = 0$

ie $2x = 6y$

$\therefore x = 3y$

$\therefore y = \frac{x}{3}$

ei $y = x\,(\frac{1}{3})$ ANS

(11) TRICKY METHOD

मिलाई गई पानी की मात्रा = MIXTURE $\left(\frac{X-Y}{2x}\right)$ 100

$\Rightarrow$ X $\left(\frac{75-25}{2\times 75}\right) \times 100$

= X $\left(\frac{50}{150}\right)$100

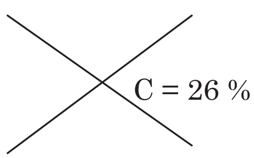
= X$\left(\frac{1}{3}\right)$ 100 ANS

= X का $33\frac{1}{3}$ % ANS

(12) 1500 ml विस्की की एक बोतल मे 40% अल्कोहल हैं। इस मे से कुछ भाग निकालकर 19% अल्कोहल वाली विस्की मे बदला गया हैं। इस प्रकार प्राप्त मिश्रण मे 26 % अल्कोहल है। तो बताए कि कितनी विस्की मे बदला गया है?

अल्कोहल विस्की

A (40 %) B (19%)



(C – B) : (A– C)

ie (26 – 19) : (40– 26)

अल्कोहल तथा विस्की का अनुपात = 7 : 14 = 1: 2

दोनो के अनुपातो का योग = (1+2) = 3

विस्की की मात्रा = $\frac{2}{3}$ (mixture)

= $\frac{2}{3}$ (1500) ml

= 1000ml ANS

(13) 12 लिटर मिश्रण मे अल्कोहल की मात्रा 25% अल्कोहल हैं। दुसरे प्रकार के 20 लिटर मिश्रण मे अल्कोहल की मात्रा 15% हैं। दोनो प्रकार के मिश्रण को मिलाया जाता हैं।इस प्रकार प्राप्त मिश्रण मे कितना प्रतिशत अल्कोहल है।

12 लिटर मिश्रण मे अल्कोहल की मात्रा = $12 \times \frac{25}{100}$ = 3 liters

दूसरे 20 लिटर मिश्रण मे अल्कोहल की मात्रा= $20 \times \frac{15}{100}$ = 3 liters

दोनो मिश्रण मिलाने पर मिश्रण की कूल मात्रा = 12+20 = 32 liters

दोनो मिश्रण मे अल्कोहल की कूल मात्रा = 3+3 = 6 liters

∴ अल्कोहल का प्रतिशत = $\frac{6}{32} \times 100 = 18.75\ \%$ ANS

(13) TRICKY METHOD

अल्कोहल की मात्रा (प्रतिशत मे) = $\frac{ax+by}{x+y}$

पहले प्रकार के मिश्रण की मात्रा = x = 12 L

दूसरे प्रकार के मिश्रण की मात्रा = y = 20L

पहले प्रकार के मिश्रण मे अल्कोहल का प्रतिशत = a% = 25%

दूसरे प्रकार के मिश्रण मे अल्कोहल का प्रतिशत = b% = 15%

अल्कोहल की प्रतिशत मात्रा = $\frac{ax+by}{x+y}$

$= \frac{25 \times 12 + 15 \times 20}{12+20}$

$= \frac{300 + 300}{32}$

$= \frac{600}{32} = 18.75\ \%$ ANS

(14) एक बर्तन मे 30 लिटर मिश्रण है।जिसमे दूध और पानी का अनुपात 4:1 हैं।इसमे से 5 लिटर मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी मिला दिया जाए तो दूध और पानी का अनुपात क्या होगा ?

∵ मिश्रण मे दूध और पानी का अनुपात = 4 : 1

∴ अनुपातों का योगफल = (4+1) = 5

∴ मिश्रण मे दूध की मात्रा = $\frac{4}{5} \times 30 = 24$ liters

∴ मिश्रण मे पानी की मात्रा = $\frac{1}{5} \times 30 = 6$ liters

5 लिटर मिश्रण निकालने पर दूध की मात्रा = $\frac{4}{5} \times 5 = 4$ liters

5 लिटर मिश्रण निकानल पर पानी की मात्रा = $\frac{1}{5} \times 5 = 1$ liters

5 लिटर मिश्रण निकालने के बाद बर्तन मे दूध की मात्रा= 24−4 = 20 liters

5 लिटर मिश्रण निकालने के बाद बर्तन मे पानी की मात्रा = 6−1 = 5 liters

5 लिटर मिश्रण निकालर उसमे 5 लिटर पानी मिलाने के बाद बर्तन मे पानी की कूल मात्रा = 5+5 = 10 liters

अंत मे दुध की मात्रा = 20 liters

अंत मे पानी की मात्रा = 10 liters

∴ अंत मे दुध और पानी का अनुपात = 20:10 = 2:1 ANS

(14) TRICKY METHOD

दूध और पानी का अनुपात = $\frac{a(x-y)}{ay+bx}$

मिश्रण की मात्रा ⇨ x = 30 L

मिलाई गई पानी की मात्रा = y = 5 L

दूध और पानी का अनुपात = a : b = 4:1

दूध और पानी का अनुपात = $\frac{a(x-y)}{ay+bx} = \frac{4(30-5)}{4\times5+1\times30} = \frac{4\times25}{20+30}$

$= \frac{4\times25}{50}$

$= \frac{100}{50}$ = 2 : 1 ANS

(15) एक बर्तन मे 45 लिटर मिश्रण है।जिसमे दूध और पानी का अनुपात 3:2 हैं। इसमे से कितना लिटर दूध निकाला जाए कि अंत मे दूध और पानी का अनुपात 3:2 हो जाए ?

∵ मिश्रण मे दूध और पानी का अनुपात = 3 : 2

∴ अनुपातों का योगफल = (3+2) = 5

∴ मिश्रण मे दूध की मात्रा $= \frac{3}{5} \times 45 = 27$ liters

∴ मिश्रण मे पानी की मात्रा $= \frac{2}{5} \times 45 = 18$ liters

मना कि x लिटर दूध निकालने पर दोनो का अनुपात 2 : 3 होगा

∴ बर्तन से x लिटर दूध निकालने शेष मात्रा = $(27-x)$ liters

∴ प्रश्नानुसार दोनो का अनुपात $\frac{27-x}{18} = \frac{2}{3}$

ie $81 - 3x = 36$

ie $81 - 3x - 36 = 0$

ie $45 - 3x = 0$

ie $3x = 45$

∴ $X = \frac{45}{3} = 15$ Liters ANS

(15) TRICKY METHOD

निकाली गई दूध की मात्रा = $\frac{x(ad-bc)}{d(a+b)}$

मिश्रण की मात्रा = x liters

प्रारंभ मे दूध और पानी का अनुपात = a:b = 3:2

अंत मे दूध और पानी का अनुपात = c:d = 2:3

निकाली गई दूध की मात्रा = $\frac{x(ad-bc)}{d(a+b)}$

$= \frac{45(3\times3-2\times2)}{3(3+2)}$

$$= \frac{45(9-4)}{3 \times 5}$$

$$= \frac{45 \times 5}{15}$$

= 15 Liters ANS

(16) 12 रूपये प्रति लिटर के द्रव्य मे पानी किस अनुपात मे मिलाई जाए कि उस मिश्रित द्रव्य को 13.75 रूपये प्रति लिटर के भाव से बेचने पर 25% का लाभ हो?

∵ द्रव्य को 13.75 रूपये प्रति लिटर के भाव से बेचने पर 25% का लाभ होता है।

∴ मिश्रण का क्रयमूल्य $= \frac{sp \times 100}{(100+\% \, profit)} = \frac{13.75 \times 100}{(100+25)} = \frac{1375}{125} = 11RS/L$

∴ दोनो का अनुपात $= \frac{\text{द्रव्य का मूल्य} - \text{मिश्रण का क्रयमूल्य}}{\text{मिश्रण का क्रयमूल्य}}$

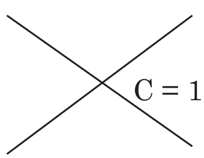
$$= \frac{12-11}{11}$$

$= \frac{1}{11}$ ie 1:11 ANS

(16) TRICKY METHOD

पानी द्रव्य

A (RS / 0) B (RS /12)



C = 11

(B - C) : (C– A)

ie (12 - 11) : (11– 0)

पानी तथा द्रव्य का अनुपात = 1 : 11 ANS

(17) तीन बराबर आयतन के बर्तन मे दूध और पानी से भरा है। पहले बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात 1: 2 है। दूसरे बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात 2;3 है। तीसरे बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात 3: 4 है। तीनो बर्तनो के मिश्रण को एक चौथे बर्तन मे मिला दिया जाता हैं तो इस बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात क्या होगा ?

माना कि बर्तन का आयतन / क्षमता = x लिटर

∴ पहले बर्तन मे दूध की मात्रा $= \frac{1x}{3}$ liters

∴ दूसरे बर्तन मे दूध की मात्रा $= \frac{2x}{5}$ liters

∴ तीसरे बर्तन मे दूध की मात्रा $= \frac{3x}{7}$ liters

तीनो बर्तनो के मिश्रण को मिलाने पर दूध की कूल मात्रा $= \frac{1x}{3} + \frac{2x}{5} + \frac{3x}{7}$

$$= \frac{35x+42x+45x}{105}$$

$$= \frac{122x}{105} \text{ Liters}$$

∴ पहले बर्तन मे पानी की मात्रा $= \frac{2x}{3}$ liters

∴ दूसरे बर्तन मे पानी की मात्रा $= \frac{3x}{5}$ liters

∴ तीसरे बर्तन मे पानी की मात्रा $= \frac{4x}{7}$ liters

तीनो बर्तनो के मिश्रण को मिलाने पर पानी की कूल मात्रा $= \frac{2x}{3} + \frac{3x}{5} + \frac{4x}{7}$

$$= \frac{70x+63x+60x}{105}$$

$$= \frac{193x}{105} \text{ Liters}$$

∴ अंत मे दूध और पानी का अनुपात $= \frac{Amount\ of\ milk}{Amount\ of\ water}$

$$= \frac{\frac{122x}{105}}{\frac{193x}{105}}$$

$$= \frac{122x}{105} \times \frac{105}{193x}$$

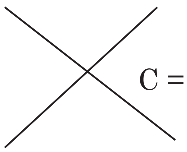
$$= \frac{122}{193}$$ ie 122: 193 ANS

(18) एक बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात3:1 हैं। तथा दूसरे बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात 3:2 है। दोनो से मिश्रणो को 3:4 के अनुपात मे मिलाया जाए तो नये मिश्रण मे दूध और पानी का अनुपात क्या होगा?

(18) TRICKY METHOD

दूध की मात्रा पानी की मात्रा

A $\left(\frac{3}{5}\right)$ B $\left(\frac{1}{4}\right)$



$C = \left(\frac{3}{7}\right)$

(B - C) : (C – A) OR (C - B) : (A – C)

ie $\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{7}\right) : \left(\frac{3}{7} - \frac{3}{5}\right)$

$\frac{-1}{28} : \frac{-6}{35} \quad = \frac{-1}{28} \times \frac{35}{-6}$

दूध तथा पानी का अनुपात = 5 : 24 ANS

(19) एक बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात 7:3 हैं। मिश्रण का कौन का भाग निकालकर उसकी जगह केवल पानी मिला दिया जाए कि दूध और पानी का अनुपात 3:8 हो जाए ?

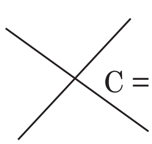
पहले मिश्रण मे दुध की भाग = $\frac{7}{10}$

मिलाई गई पानी मे दुध का भाग = 0

प्राप्त मिश्रण मे दुध का भाग = $\frac{3}{11}$

दूध की भाग पानी की भाग

A $\left(\frac{7}{10}\right)$ B (0)



$C = \left(\frac{3}{11}\right)$

(B – C) : (C– A) OR (C – B) : (A– C)

ie $(0 - \frac{3}{11}) : (\frac{3}{11} - \frac{7}{10})$

$\frac{-3}{11} : \frac{-47}{110} = \frac{-3}{11} \times \frac{110}{-47} = \frac{30}{47}$

दूध तथा पानी का अनुपात = 30 : 47 ANS

∴ पानी की भाग = $\frac{47}{77}$ ANS

2ND METHOD

माना कि दुध की मात्रा = 7x लिटर तथा पानी की मात्रा = 3x लिटर

∴ मिश्रण की कूल मात्रा (7x+3x)= 10x लिटर

माना कि y लिटर मिश्रण निकालने पर शेष मिश्रण की मात्रा = $10x-y$

∴ शेष मिश्रण मे दूध की मात्रा = $(10x-y)\frac{7}{10} = \frac{70x-7y}{10}$

Y लिटर पानी मिलाने के बाद पानी कि कूल मात्रा = $\{(10x-y)\frac{3}{10}\} + y$

$= \frac{30x-3y}{10} + y$

$= \frac{30x-3y+10y}{10}$

$= \frac{30x+7y}{10}$

प्रश्नानुसार ⇨ $\frac{Amount\ of\ milk}{Amount\ of\ water} = \frac{3}{8}$

ie $\frac{\frac{70x-7y}{10}}{\frac{30x+7y}{10}} = \frac{3}{8}$

$\frac{70x-7y}{30x+7y} = \frac{3}{8}$

560x – 56y = 90x+21y

560x – 56y –90x–21y = 0

470x – 77y =0

$\therefore 470x = 77y$

$\therefore y = \frac{470x}{77}$

$\therefore$ पानी का भाग $= \frac{y}{10x}$

$= \frac{\frac{470x}{77}}{10x}$ Y का मान रखने पर

$= \frac{470x}{770x}$

$= \frac{47}{77}$ ANS

(20) एक बर्तन का $\frac{2}{5}$ भाग दूध से भरा होता है तब उसका वनज 15 किलो ग्रम होता हैं। और बर्तन का $\frac{1}{3}$भाग दूध से भरा होता है तब बर्तन का वनज 13 किलो ग्राम होता हैं। तो खाली बर्तन का वजन ज्ञात करें।

माना कि बर्तन की क्षमता = x लिटर

तथा खाली बर्तन की क्षमता = y लिटर

$\therefore \frac{2}{5}$ भाग दूध सहित बर्तन का वजन $= \frac{2}{5}x + y = 15$ ----------------- (1)

$\therefore \frac{1}{3}$ भाग दूध सहित बर्तन का वजन $= \frac{1}{3}x + y = 13$ ----------------- (2)

$- \quad - \quad -$

ie $\frac{2x}{5} - \frac{1x}{3} = 2$

$= \frac{6x-5x}{15} = 2$

$= \frac{x}{15} = 2$

$\therefore x = 30$ Liters

Now from equation (1)

$\frac{2}{5}x + y = 15$ ----------------- (1)

$\frac{2}{5} \times 30 + y = 15$

$12 + y = 15$

∴ y = 15−12

= 3 Liters ANS

(22) A तथा B बोतल मे एसीड और पानी से भरा है। A बोतल मे पानी की मात्रा एसीड का 40% हैं। B बोतल मे एसीड की मात्रा पानी का 60% हैं। प्रत्येक बोतल से कितना मिश्रण लिया जाए कि 190 लिटर तैयार कर सके जिसमे एसीड और पानी की मात्रा बराबर हो ?

माना कि A बोतल मे मिश्रण की मात्रा का = x लिटर

तथा B बोतल मे मिश्रण की मात्रा का = Y लिटर

∴ X+Y = 190 -------------------------------- (1)

माना कि A बोतल मे एसीड की मात्रा = m लिटर

∴ A बोतल मे पानी की मात्रा का = एसीड का 40% लिटर

$= \frac{40m}{100}$ liters

$= \frac{2m}{5}$ liters (पानी) ------------ (2)

∴ A बोतल मे (एसीड + पानी) की मात्रा = x

ie $\left(m+\frac{2m}{5} \right) = x$

ie $\left(\frac{7m}{5} \right) = x$

ie $m = \left(\frac{5x}{7} \right)$ लिटर एसीड ----------------------- (3)

A बोतन मे पानी की मात्रा $= \frac{2m}{5}$

$= \frac{2}{5} \times \frac{5x}{7}$

$= \frac{2x}{7}$

माना कि B बोतल मे पानी की मात्रा = n लिटर

∴ B बोतल मे एसीड की मात्रा का = पानी का 60% लिटर

$= \frac{60n}{100}$ liters

$= \frac{3n}{5}$ liters (एसीड) ----- (4)

∴ B बोतल मे (एसीड + पानी) की मात्रा = y

ie $\left(\frac{3n}{5} + n\right) = y$

ie $\left(\frac{8n}{5}\right) = y$

ie $n = \left(\frac{5y}{8}\right)$ लिटर पानी ------------------------ (5)

∴ B बोतल मे एसीड की मात्रा का $= \frac{3n}{5}$ liters

$= \frac{3}{5} \times \frac{5y}{8}$ (put the value of n)

$= \frac{3y}{8}$ liters -------------(6)

A तथा B बोतल मे पानी की कुल मात्रा $= \frac{2x}{7} + \frac{5y}{8}$

$= \frac{16x+35y}{56}$ ------- (7)

A तथा B बोतल मे एसीड की कुल मात्रा $= \frac{5x}{7} + \frac{3y}{8}$

$= \frac{40x+21y}{56}$ ------- (8)

प्रश्नानुसार अंत मे दोनो की मात्रा बराबर हो गया।

अर्थात समीकरण (7) = (8)

$= \frac{16x+35y}{56} = \frac{40x+21y}{56}$

ie 40x+21y = 16x+35y

ie 40x+21y − 16x − 35y = 0

ie 24x− 14y = 0

ie 2 (12x− 7y) = 0

ie (12x− 7y) = 0

ie 7y = 12x

∴ $y = \frac{12x}{7}$

Now from equation (1) we get

$\therefore$ X+Y = 190 -------------------- (1)

$X + \frac{12x}{7} = 190$

$\frac{7x+12x}{7} = 190$

$\frac{19x}{7} = 190$

19x = 190 ×7

$\therefore x = \frac{190\times7}{19}$ = 70 liters ANS

$\therefore Y = 190 - X = 190 - 70$

= 120 Liters ANS

(23) पानी और नमक मे घोल मे नमक की मात्रा 15% हैं। इस घोल मे से 30 kg पानी वाष्प बनकर उड गया जिसके बाद नकम की मात्रा 20% हो गया। तो बताएं की प्रारंभ मे घोल की मात्रा कितनी थी?

माना कि मिश्रण की मात्रा = x kg

$\therefore$ नमक की मात्रा = x का 15%

$= \frac{15x}{100}$ kg ------------------------------------- (1)

30 kg पानी वाष्प बनकर उडने के बाद मिश्रण की शेष मात्रा = x−30 kg

$\therefore$ शेष मिश्रण घोल मे नमक की मात्रा = x−30 का 20%

$= \frac{(x-30)20}{100}$ kg

$= \frac{(x-30)}{5}$ kg ---------- (2)

प्रश्नानुसार अंत मे नमक की मात्रा यथावत रहेगा।

अर्थात समीकरण (1) = (2)

$= \frac{15x}{100} = \frac{x-30}{5}$

ie 100x−3000 = 75x

ie 100x−3000 −75x = 0

ie 25x−3000 = 0

∴ 25x = 3000

∴ x = $\frac{3000}{25}$

= 120 kg ANS

(23) TRICKY METHOD

मिश्रण की मात्रा = $\frac{m\times y}{y-x}$

मिश्रण से वाष्प बनकर उडने वाली पानी की मात्रा = m kg = 30kg

प्रारंभ मे नमक की मात्रा = x % = 15%

अंत मे नमक की मात्रा = y % = 20%

मिश्रण की मात्रा = $\frac{m\times y}{y-x}$ = $\frac{30\times 20}{20-15}$ = $\frac{600}{5}$ = 120 kg ANS

(24) एक बर्तन मे P लिटर पानी डालने पर वह बर्तन K% खाली रहता है। तो उसमे कितना लिटर पानी और डाला जाए कि वह बर्तन पूर्णतः भर जाएगा तथा बर्तन मे पानी रखने की क्षमता ज्ञात करें।

माना कि x लिटर पानी और डालने पर वह पूर्णतः भर जाएगा।

∴ बर्तन की क्षमता = p+x liters

प्रश्नानुसार K % खाली रहने का मतलब है कि वह (100−K)% भरा हुआ है।

प्रश्नानुसार (p+x) का $\frac{100-K}{100}$ = P

∴ (P+X) = $\frac{100P}{100-K}$

∴ x = $\frac{100P}{100-K}$ – P

= $\frac{100P-P(100-K)}{100-K}$

= $\frac{100P-(100P-PK)}{100-K}$

$= \frac{100P-100P+PK}{100-K}$

$= \frac{PK}{100-K}$ Liter ANS

(25) एक पात्र पूर्णतः किसी द्रव से भरा हुआ हैं। इसमे से 4 लिटर द्रव निकालकर उतना ही पानी भर दिया जाता है।फिर इसमे से 6 लिटर मिश्रण निकालकर उतना ही पानी भर दिया जाता है। अंत मे द्रव और पानी का अनुपात 1:2 हो जााता है तो पात्र की धारिता / क्षमता ज्ञात करें।

माना पात्र की क्षमता = x लिटर है।

अंत मे द्रव की मात्रा = x $(\frac{x-a}{x}) \times (\frac{x-b}{x})$

$= x\ (\frac{x-4}{x}) \times (\frac{x-6}{x})$

$= \frac{x^2-10x+24}{x}$ ------------------- (1)

∴ अंत मे पानी की मात्रा = पात्र की क्षमता–द्रव की मात्रा

$= x - \frac{x^2-10x+24}{x}$

$= \frac{x^2 - \ (x^2-10x+24)}{x}$

$= \frac{x^2 - \ x^2 + 10x - 24)}{x}$

$= \frac{10x-24}{x}$ ---------------------------- (2)

∴ प्रश्नानुसार $\frac{AMOUNT\ OF\ LIQUID}{AMOUNT\ OF\ WATER} = \frac{1}{2}$

$= \frac{\frac{X^2-10X+24}{X}}{\frac{10X-24}{X}} = \frac{1}{2}$

$= \frac{X^2-10X+24}{10X-24} = \frac{1}{2}$

$= 2x^2 - 20x + 48 = 10x - 24$

$= 2x^2 - 20x + 48 - 10x + 24 = 0$

$= 2x^2 - 30x + 72 = 0$

$= 2(x^2 - 15x + 36) = 0$

$= (x^2 - 15x + 36) = 0$

$= (x - 12)(x - 3) = 0$

$\therefore (x - 12) = 0$

$\therefore x = 12$ ANS

(26) चीनी और पानी के 16 लिटर मिश्रण मे 8% चीनी घुली हुई हैं। मिश्रण को गर्म करने पर 4 लिटर पानी वाष्प बनकर उड गया। तो शेष मिश्रण मे चीनी का प्रतिशत ज्ञात करें।

शेष मिश्रण मे चीनी का प्रतिशत $= \frac{X A}{X \pm Y}$

प्रारंभ मे मिश्रण की मात्रा = x लिटर = 16

वाष्प बनकर उडा पानी की मात्रा = y लिटर = 4

प्रारंभ मे चीनी का प्रतिशत भाग = A% = 8 %

शेष मिश्रण मे चीनी का प्रतिशत $= \frac{X A}{X \pm Y}$

$= \frac{16 \times 8}{16 - 4}$

$= \frac{16 \times 8}{12}$

$= 10\frac{2}{3}$ % ANS

(27) 45 लिटर दूध और पानी के मिश्रण मे 20% पानी हैं। पानी की कितनी मात्रा वाष्प मे उडा दिया जाए जिससे पानी की मात्रा 4% हो जाए।

मिश्रण मे पानी का प्रतिशत = 20 %

मिश्रण मे दूध का प्रतिशत = 100– 20 = 80% :

इसलिए दूध की मात्रा = 45 का 80%

$= 45 \times \frac{80}{100}$

= 36 Liters

माना कि x लिटर पानी वाष्प बनकर उड गया जिसके कारण अंत मे पानी की मात्रा 4% रह गया।

इसलिए अंत मे दूध की मात्रा =(100– 4) = 96%

∴ शेष मिश्रण = 45 $-x$ लिटर

अब प्रश्नानुसार $(45-x)\frac{96}{100} = 36$

$= (45-x)\frac{24}{25} = 36$

$= 24(45-x) = 36\times25$

$= (45-x) = \frac{36\times25}{24}$

$X = \frac{15}{2}$ Liters ANS

(27) TRICKY METHOD

वाष्प के रूप मे उडा पानी की मात्रा $= \frac{X(B-A)}{B}$

प्रारंभ मे मिश्रण की मात्रा = x लिटर = 45

प्रारंभ मे दूध का प्रतिशत भाग = A% = 80 %

अंत मे दूण का प्रतिशत भाग = B % = 96 %

वाष्प के रूप मे उडा पानी की मात्रा $= \frac{X(B-A)}{B}$

$= \frac{45(96-80)}{96}$

$= \frac{45\times16}{96}$

= 7.5 Liters ANS

(28) एक बडे तारबूज का वजन 20 KG हैं ।इसमे इसके भार का 96 प्रतिशत पानी है। यदि इसे धूप मे रख दिया जाए तब इसका कितना पानी वाष्पीकृत हो जाए कि भार का 95 प्रतिशत पानी रह जाए तो वाष्पीकृत होने के बाद कितना भार शेष रह जाएगा।

तरबूज मे पानी का प्रतिशत = 96 %

तरबूज का प्रतिशत भार = 4 %

$= 20\times\frac{4}{100}$

$= 0.8$ kg ------------------------ (1)

माना कि x Kg पानी वाष्प बनकर उड गया ।

जिसके कारण अंत मे तरबूज का भार = 20 –X kg

अब प्रश्नानुसार $(20-x)\frac{5}{100} = 0.8$

$= (20-x)\frac{1}{20} = 0.8$

$= (20-x) = 0.8\times 20$

$= (20-x) = 16$

$x = 20 - 16$

x = 4 Liters ANS

जिसके कारण अंत मे तरबूज का भार = 20−x

= 20−16

= 4 Kg ANS

अभ्यास प्रश्नावली

(1) 50 लीटर मिश्रण मे दूध और पानी का अनुपात 2:3 है। इसमे कितना दूध और मिला दिया जाए कि दूध और पानी का अनुपात 4:3 हो जाए?

10 लीटर ANS

(2) 100 लीटर मिश्रण मे 20% पानी है। इसमे कितना लीटर दूध और मिला दिया जाए कि पानी की मात्रा 16% हो जाए ? 45 लीटर ANS

(3)शराब और पानी के 80 लीटर मिश्रण मे 20% पानी है। इसमे कितना लीटर पानी और मिला दिया जाए कि पानी की मात्रा 30% हो जाए ?

$11\frac{3}{7}$ लीटर ANS

(4) एक ग्वाला दूध मे पानी मिलाकर उसे क्रयमूल्य पर ही बेचता हैं। और बेईमानी करके 16 % का लाभ कमाता है। तो बताए कि वह दूध और पानी को किस अनुपात मिलाता है? 400:29 ANS

(5) एक ग्वाला दूध मे पानी मिलाकर उसे क्रयमूल्य पर ही बेचता हैं। और बेईमानी करके 25 % का लाभ कमाता है। तो बताए कि वह दूध और पानी को किस अनुपात मिलाता है? 20:1 ANS

(6) एक बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात 4:1 है। इस मिश्रण मे 10 लीटर दूध और 20 लीटर पानी मिला दिया जाए तब दूध और पानी का अनुपात 5:3 हो जाता है। तो बताए कि प्रारंभ मे बर्तन मे कितना लीटर दूध और कितना लीटर पानी था ?

40 दूध लीटर तथा 10 लीटर पानी ANS

(7) एक बर्तन मे दूध और पानी का अनुपात 5:2 है। इस मिश्रण मे 20 लीटर दूध और 20 लीटर पानी मिला दिया जाए तब दूध और पानी का अनुपात 5:3 हो जाता है। तो बताए कि प्रारंभ मे बर्तन मे कितना लीटर दूध और कितना लीटर पानी था ?

40 दूध लीटर तथा 16 लीटर पानी ANS

(8) एक समान मात्रा वाले तीन बर्तनो मे दूध और पानी का अनुपात क्रमशः 4:3 ,5:2 , 7;3 है। तीनो बर्तनो के मिश्रण को एक अन्य बर्तन मे मिला दिया जाए तो दूध और पानी का अनुपात क्या होगा ? 71:139 ANS

(9) एक समान मात्रा वाले तीन बर्तनो मे दूध और पानी का अनुपात क्रमशः 2:3 , 3:4 , 4;5 है। तीनो बर्तनो के मिश्रण को एक अन्य बर्तन मे मिला दिया जाए तो दूध और पानी का अनुपात क्या होगा ? **401:544 ANS**

(10) एक बर्तन मे पानी और दूध 2:7 मे मिलाया गया है। दुसरे बर्तन मे दोनो 2:9 के अनुपात मे मिलाया गया। दोनो बर्तनो मे से किस अनुपात मे मिश्रण निकाला जाए कि उन्हे मिलाने पर मिश्रण मे पानी और दूध का अनुपात 1:4 हो जाए ?

(11) एक बर्तन मे 100 लीटर दुध था। इसमे से 10 लीटर दुध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। इसके बाद उसमे से पुनः 10 लीटर मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी डाल दिया गया। इसी प्रकार तीसरी बार पुनः 10 मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया तो अत मे बचा दुध और पानी की मात्रा ज्ञात करे। **(दूध 92.7 लीटर तथा पानी 7.3 ANS)**

(12) एक बर्तन मे कुछ लीटर दुध था। इसमे से 12 लीटर दुध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। इसके बाद उसमे से पुनः 12 लीटर मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी डाल दिया गया। इसी प्रकार तीसरी बार पुनः 12 मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया तो अत मे दुध और पानी की मात्रा का अनुपात 125:91 रह गया तो प्रारंभ मे उस बर्तन मे कितना लीटर दूध था? **72 लीटर ANS**

(13) एक बर्तन मे कुछ लीटर दुध था। इसमे से 20 लीटर दुध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। इसके बाद उसमे से पुनः 20 लीटर मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी डाल दिया गया। इसी प्रकार तीसरी बार पुनः 20 मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया तो अत मे दुध और पानी की मात्रा का अनुपात 243:269 रह गया तो प्रारंभ मे उस बर्तन मे कितना लीटर दूध था? **160 लीटर ANS**

(14) एक बर्तन मे 200 लीटर दुध था। इसमे से 30 लीटर दुध निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया। इसके बाद उसमे से पुनः 20 लीटर मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी डाल दिया गया। इसी प्रकार तीसरी बार पुनः 10 मिश्रण निकालकर उतना ही पानी मिला दिया गया तो अत मे बचा दुध और पानी की मात्रा ज्ञात करे। **(दूध 145.35 लीटर तथा पानी 54.65 ANS)**

(2.8) चाल, दूरी और समय (SPEED, DISTANCE AND TIME)

इस अध्याय के अंतर्गत हम चाल, दूरी और दूरी समय के बारे मे अध्ययन करेंगे। चाल, दूरी और समय तीनो का आपस मे बहुत गहरा संम्बन्ध हैं। सभी एक दूसरें से जुडे है। हमारा समय, चाल और दूरी पर निर्भर करता है। यह जीवन से जुडा हुआ बहुत महत्वपूर्ण तथ्य है। जब से मानव जीवन का प्रादुभार्व हुआ तब से आज तक हमारे जीवन के साथ जुडा हुआ है। इसके बारे मे मानव जीतना जाना ,जिंदगी उतनी आसान होते गया। यदि चाल बढा दिया जाए तो समय पहले की अपेक्षा कम लगेगा। यदि दूरी बढा दिया जाए तो समय भी पहले की अपेक्षा ज्यादा लगेगा।चाल,दूरी और समय को मापने के लिए कुछ महत्वपूर्ण फरमूले है जिसका उपयोग कर हम चाल, दूरी और समय को ज्ञात कर सकते है। यदि कोई वस्तु S चाल से चलकर T समय मे d दूरी तय करती है तो उनके बीच निम्नलिखित सम्बन्ध होगे।

समय = दूरी / चाल	$\text{TIME} = \frac{DISTANCE}{SPEED}$
दूरी = चाल × समय	DISTANCE = SPEED ×TIME
चाल = दूरी / समय	$\text{SPEED} = \frac{DISTANCE}{TIME}$

(1) प्रशांत अपने घर से सुबह 9 बजे विद्यालय के लिए वास्तविक चाल का $\frac{4}{5}$ गुणा चाल से जाता है तब वह 15 मिनट की देरी से विद्यालय पहूंचता है। यदि वह वास्तविक चाल से चले तो कितने समय मे विद्यालय पहूंचेगा?

माना कि घर से विद्यालय की दूरी = X km है। वास्तविक चाल = Y km/h

∴ प्रारंभिक चाल = $\frac{4}{5} \times y = \frac{4y}{5}$ km/h

$\text{TIME} = \frac{DISTANCE}{SPEED}$

$= \frac{X}{\frac{4Y}{5}} = \frac{5X}{4Y}$ Hours ---------------------- (1)

अब वास्तविक चाल से चलने मे लगा समय

$\text{TIME} = \frac{DISTANCE}{SPEED} = \frac{X}{y}$ hours ------------------ (2)

प्रश्नानुसार दोनो समय का अंतर 15 मिनट है। 15 मिनट = $\frac{15}{60}$ hours

= $\frac{5X}{4Y} - \frac{X}{y} = \frac{15}{60}$

= $\frac{5x-4x}{4y} = \frac{1}{4}$

= $\frac{x}{4y} = \frac{1}{4}$

= 4x = 4y   ∴ x = y

∴ TIME = $\frac{DISTANCE}{SPEED}$

= $\frac{X}{y}$ hours

= $\frac{x}{x}$ = 1 hour

∴ वास्तविक चाल से चलने पर 1 घंटा लगेगा। अर्थात 9AM + 1hour = 10 am बजे विद्यालय पहूंचेगा। ANS

(1) TRICKY METHOD

वास्तविक चाल से चलने मे लगा समय = $\frac{T\times m}{n-m}$, T = 15 MINUTES

चाल = वास्तविक चाल का $\frac{m}{n}$ गुणा

यहां $\frac{m}{n} = \frac{4}{5}$ ie m = 4 , n = 5

वास्तविक चाल से चलने मे लगा समय = $\frac{T\times m}{n-m} = \frac{15\times 4}{5-4}$

= 60 minutes ANS

(2) यदि कोई निश्चित दूरी को असमान चाल x तथा y km/h की चाल से चले तो औसत चाल क्या होगा ?

औसत चाल = $\frac{2xy}{x+y}$ km/h ANS

(3) यदि कोई निश्चित दूरी को तीन असमान चाल x, y तथा z km/h की चाल से चले तो औसत चाल क्या होगा ?

औसत चाल = $\frac{3xyz}{xy+yz+zx}$ km/h ANS

(4) यदि कोई दूरी निश्चित नियतांक (constant) हो तो चाल और दूरी मे एक खास सम्बन्ध होता हैं। जो निम्नलिखित होता हैं।

$$\frac{\text{A की चाल}}{\text{B की चाल}} = \frac{\text{A को लगा समय}}{\text{A को लगा समय}}$$

(5) यदि A , B की ओर तथा B, A की ओर एक ही समय मे प्रस्थान करे तथा आपस मे मिलने के बाद क्रमशः B तथा A तक पहूंचे तब इनके आपस मे एक खास सम्बन्ध होता हैं। जो निम्नलिखित हैं।

$$\frac{\text{A की चाल}}{\text{B की चाल}} = \sqrt{\frac{\text{B को मिलने के बाद लगा समय}}{\text{A को मिलने के बाद लगा समय}}}$$

(6) यदि कोई व्यक्ति दो भिन्न चालो से चलकर गंतब्य स्थान तक भिन्न भिन्न समयो मे पहूंचता है तो प्रस्थान से गंतब्य स्थान की कूल दूरी क्या होगी ?

$$\text{कूल दूरी} = \frac{\text{चालो का गुणनफल} \times \text{समयों का योग घंटा मे}}{\text{चालो का अंतर}}$$

(7) यदि किसी कार की चाल विशेष अनुपात a : b मे बदल जाती है तो किसी निश्चित दूरी तय करने मे लगा समय विलोमानुपात अर्थात b : a मे बदल जाएगी।

(8) यदि एक कार एक निश्चित दूरी बिना रूके x km/h की चाल से तय करता है। यदि वह रूकता हुआ उसी दूरी को y km/h की औसत चाल से तय करे तो बताऐं कि वह एक घंटा मे कितने मिनट के लिए रूकता हैं?

प्रति घंटा रूकने का समय = $\left(\frac{x-y}{x}\right) \times 60$ Minutes ANS

(9) यदि एक कार एक निश्चित दूरी बिना रूके 100 km/h की चाल से तय करती है। लेकिन बार बार रूकते हुए चलने के कारण उसकी औसत गति 80 km/h हो जाती हैं। तो बताऐं कि वह एक घंटा मे कितने मिनट के लिए रूकता हैं?

प्रति घंटा रूकने का समय $= \left\{\frac{100-80}{100}\right\} \times 60$

$= (\frac{20}{100}) \times 60$

= 12 minutes / hour ANS

(10) प्रशांत जब 7 km/h की चाल से विद्यालय जाता है तो 15 मिनट की देरी से पहूंचता हैं। यदि वह 12 km/h की चाल से जाता तो 10 मिनट पहले विद्यालय पहूंच जाता तो घर से विद्यालय की दूरी ज्ञात करे ।

घर से विद्यालय की दूरी $= \left\{\frac{x\times y}{y-x}\right\} \times \left\{\frac{a+b}{60}\right\}$

यहा चाल x = 7 km/h तथा y = 12 km/h

तथा समय a = 15 मिनट तथा b=10 मिनट हैं।

घर से विद्यालय की दूरी $= \left\{\frac{x\times y}{y-x}\right\} \times \left\{\frac{a+b}{60}\right\}$

$= \left\{\frac{7\times 12}{12-7}\right\} \times \left\{\frac{15+10}{60}\right\}$

$= \frac{84}{5} \times \frac{25}{60}$

= 7km ANS

(11) दो स्टेशनो के बीच की दूरी 720 km है। दो रेलगाडी एक ही समय समानांतर लाईनो पर एक दूसरे को पार करने के लिए प्रस्थान करती है। उनमे से A चाल B की चाल से 20 km/h अधिक है। उनके प्रस्थान के 3 घंटे बाद उनके बीच की दुरी 300 km रह गई तो प्रत्येक रेलगाडी की चाल ज्ञात करें।

माना कि A की चाल x km/h तथा B की चाल y km/h हैं।

∴ प्रश्नानुार $x - y = 20$ -------------------------- (1)

3 घंटे मे A तथा B द्वारा तय की गई दूरी = 3(x+y)

∴ प्रश्नानुार 3 घंटे मे तय की गई दूरी = 3(x+y) = 720−300

= 3(x+y) = 420

$\therefore$ $x+y = \frac{420}{3} = 140$ ----------------- (2)

Now from equation (1) & (2) we get

$x - y = 20$ ------------------------- (1)

$x + y = 140$ ------------------------ (2)

+

$\therefore 2x = 160$

$\therefore x = \frac{160}{2} = 80$ km/h ANS

$\therefore Y = 140 - X$

$= 140 - 80 = 60$ km/h ANS

(12) एक पानी का जहाज समुद्र के किनारे से 40 KM की दूरी पर है। इसमे एक छेद हो गया जिसके कारण 12 मिनट मे $\frac{15}{4}$ टन पानी भरने लगा। यदि जहाज मे *60 टन पानी भर जाएगा तो जहाज डुब जाएगा। किन्तु जहाज के पम्प एक घंटा मे 12 टन पानी बाहर निकाल देता हैं। तो बताए कि जहाज किस औसत चाल से चले कि डूबने के पूर्व किनारे पर पहूंच जाए ?

$\because$ 12 मिनट मे $\frac{15}{4}$ टन पानी जहाज मे छेद के कारण भरता हैं।

$\therefore$ 1 मिनट मे $\frac{15}{4\times12}$ टन पानी जहाज मे छेद के कारण भरेगा।

$\therefore$ 60 मिनट मे $\frac{15}{48}\times 60 = \frac{75}{4}$ टन पानी जहाज मे छेद के कारण भरेगा।

$\because$ जहाज 1 घंटा मे 12 टन पानी निकालता हैं।

$\therefore$ प्रतिघंटा $(\frac{75}{4} - 12) = \frac{27}{4}$ टन पानी जहाज मे भरता रहेगा।

$\because$ $\frac{27}{4}$ टन पानी जहाज मे 1 घंटा मे भरता जाता हैं।

$\therefore$ 1 टन पानी $\frac{1\times4}{27}$ घंटा मे भरेगा।

$\therefore$ *60 टन पानी $\frac{4}{27}\times 60 = \frac{80}{9}$ घंटा मे भरेगा ।

प्रश्नानुंसार *60 टन पानी भरने से पूर्व किनारे तक आना होगा।

$\because \frac{80}{9}$ घंटा मे जहाज 40 km की दूरी तय करता है।

$\therefore$ 1 घंटा मे जहाज $\frac{40}{\frac{80}{9}} = \frac{40\times9}{80} = \frac{9}{2}\, km$ की दूरी तय करेगा।

अर्थात $\frac{9}{2}\, km/\text{h}$ की चाल से चलने पर जहाज डुबने से बच जाएगा। ANS

ie $\quad \text{SPEED} = \frac{\text{DISTANCE}}{\text{TIME}} = \frac{40}{80/9} = \frac{40\times9}{80} = \frac{9}{2}$ km / h ANS

(13) एक शिकारी कुता ने एक लोमडी को जो 60 मीटर आगे थी। जितनी देर मे कुता 4 छालांग मारता है उतनी देर मे लोमडी 5 छलांग मारती हैं किन्तु लोमडी की 1 छलांग 1 मीटर की तथा कुता की 1 छलांग 2 मीटर की है।तो बताए कि लोमडी कितनी दूर और भागेगी कि कुता उसे पकड लेगा?

कुता द्वारा 4 छलांग मे तय की गई दुरी $= 4 \times 2 = 8$ मीटर

लोमडी द्वारा 5 छलांग मे तय की गई दुरी $= 5 \times 1 = 5$ मीटर

अर्थात कुता $8 - 5 = 3$ मीटर अधिक दौडता हैं।

$\because$ कुता 3 मीटर अधिक दौडता हैं लोमडी के 5 मीटर दौडने मे

$\therefore$ कुता 1 मीटर अधिक दौडेगा लोमडी के $\frac{5}{3}$ मीटर दौडने मे

$\therefore$ कुता 60 मीटर अधिक दौडेगा लोमडी के $\frac{5}{3} \times 60 = 100$ मीटर

अर्थात लोमडी अपने जगह से 100 मीटर भागने पर पकडी जाएगी। ANS

OR

$\because$ कुता 3 मीटर अधिक दौडता हैं 4 छलांग मे

$\therefore$ कुता 1 मीटर अधिक दौडेगा लोमडी के $\frac{4}{3}$ छलांग मे

$\therefore$ कुता 60 मीटर अधिक दौडेगा लोमडी के $\frac{4}{3} \times 60 = 80$ छलांग मे

$\therefore$ कुता द्वारा 80 छलांग मे तय की गई दुरी $= 80 \times 2 = 160$ मीटर

ieकुता अपने जगह से 160 मीटर दौडकर लोमडी को पकड लेगा। ANS

(14) A तथा B नाविकों मे दौड हुई। जितनी देर मे A 4 बल्ली लगाता है उतनी देर मे B 5 बल्ली लगाता हैं। किन्तु B की 6 बल्ली A की 4 बल्ली के बराबर हैं। A ने B से इतनी दूरी आगे से नाव खेना आरंभ किया कि उस दूरी को पुरा करने मे B को 10 बल्ली लगाने पडी तो बताऐं कि कितनी बल्ली लगाने के पश्चात B , A को पकड लेगा ?

A　　　B

4　　　5　बल्ला लगाने का अनुपात

5　　　6　बल्ला लगाने पर दूरी का अनुपात

(4×6) : (5×5)　BY CROSS MULTIPLY

$\therefore$ 24 : 25 (A तथा B के चाल का अनुपात)

$\because$ B , A से $25-24=1$ बल्ला अधिक खेता है 25 बल्ली खेने मे

$\therefore$ B , A से 10 बल्ला अधिक खेने मे $10\times 25=250$ बल्ली खेने मे ANS

(15) दो बंदूके एक ही स्थान से 17 मिनट के अंतराल पर छोडी जाती है। एक व्यक्ति जो बंदूक छोडने के स्थान की ओर आ रहा था। वह व्यक्ति उसकी आवाज को $16\frac{1}{2}$ मिनट के अंतराल पर सुना । यदि आवाज की गति 1100 FEET / SECOND हो तो उस व्यक्ति की चाल ज्ञात करें।

$\because$ व्यक्ति $16\frac{1}{2}$ मिनट मे उतना ही दूरी तय करेगा जितना आवाज$(17-16\frac{1}{2})$ $=\frac{1}{2}$ मिनट = 30 SECOND मे तय करती हैं।

$\because$ आवाज 1 सेकेण्ड मे 1100 फिट की दूरी तय करती है।

$\therefore$ आवाज 30 सेकेण्ड मे $30\times 1100=33000$ फिट की दूरी तय करेगी।

प्रश्नानुसार

$\because$ वह व्यक्ति $16\frac{1}{2}$ मिनट मे 33000 फिट की दूरी तय करेगा।

$\therefore$ वह व्यक्ति 1 मिनट मे $\frac{3300}{\frac{33}{2}}=\frac{33000\times 2}{33}$ फिट की दूरी तय करेगा।

∴ वह व्यक्ति 60 मिनट मे $\frac{33000\times2}{33}\times 60$ फिट की दूरी तय करेगा।

= 12000 feet , $\frac{12000}{1760\times3}$ = 22.72 mile / hour ANS

(15) A तथा B दो व्यक्ति दो स्थानो से जो कि 72 km दूर है। एक दूसरे की ओर एक ही समय मे मिलने को चले। पहले व्यक्ति की चाल 4 km/h की चाल है तथा दूसरा व्यक्ति पहले घंटा मे 2 km तथा दूसरे घंटा मे 2.5 km तीसरे घंटा मे 3 km की चाल से बढता जाता है। तो दोनो कितने समय के बाद आपस मे मिलेगें?

∵ (A+B) दोनो पहले घंटे मे (4+2) = 6 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (72– 6) = 66 km

∴ (A+B) दोनो दूसरे घंटे मे (4+2.5) = 6.5 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (66– 6.5) = 59.5 km

∴ (A+B) दोनो तीसरे घंटे मे (4+3) = 7 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (59.5– 7) = 52.5 km

∴ (A+B) दोनो चौथे घंटे मे (4+3.5) = 7.5 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (52.5– 7.5) = 45 km

∴ (A+B) दोनो पाचवें घंटे मे (4+4) = 8 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (45– 8) = 37 km

∴ (A+B) दोनो छठे घंटे मे (4+4.5) = 8.5 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (37– 8.5) = 28.5 km

∴ (A+B) दोनो सातवे घंटे मे (4+5) = 9 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (28.5– 9) = 19.5 km

∴ (A+B) दोनो आठवे घंटे मे (4+5.5) = 9.5 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (19.5– 9.5) = 10 km

∴ (A+B) दोनो नौवे घंटे मे (4+6) = 10 km की दुरी तय करेगे।

∴ दोनो के बीच की दुरी (10− 10) = 0 km

अर्थात 9 वें घंटा मे दोनो एक दूसरें से मिलेगें । ANS

∵ (A+B) द्वारा नौवे घंटे तक तय की गई दूरी =

(6+6.5+7+7.5+8+8.5+9+9.5+10) = 72 km

(15) TRICKY METHOD

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

a = प्रथम पद = 6

d = सर्वअंतर = $\frac{1}{2}$

n = n पदो का योगफल = 72

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$72 = \frac{n}{2}\{2\times6 + (n-1)\times\frac{1}{2}\}$

$72 = \frac{n}{2}\{2\times6 + (n-1)\times\frac{1}{2}\}$

$72 = \frac{n}{2}\{12 + (n-1)\times\frac{1}{2}\}$

$72 = \frac{n^2+23n}{4}$

ie $n^2+23n = 288$

ie $n^2+23n - 288 = 0$

ie $n^2 + 32n - 9n - 288 = 0$

ie $n(n+32) - 9(n+32) = 0$

ie $(n+32)(n-9) = 0$

ie $(n-9) = 0$

∴ $n = 9$ ANS

(16) A तथा B दो स्थानो के बीच की दूरी 650 km है। दो व्यक्ति कार से एक दूसरे की ओर एक ही समय मे मिलने को चले। पहला व्यक्ति पहले घंटा मे 11 km तथा दूसरे घंटा मे 15km तीसरे घंटा मे 19 km की चाल से तथा चौथे घंटे 23 km /h -------- की गति से बढता जाता है। उसी समय दूसरा व्यक्ति पहले घंटा मे 63km/h तथा दूसरे घंटा मे 57km/h तिसरे घंटा मे 51km/h चौथे घंटा मे 45km/h ------- इसी प्रकार दोनो की चाल बदलती रहती है तो बताएं कि तो दोनो कितने समय बाद आपस मे मिलेगें?

माना कि n घंटे बाद एक दुसरे से मिलेंगे।

∴पहले घंटा मे दोनो व्यक्तियों द्वारा तय की गई दूरी = (11+63) = 74km

∴दुसरें घंटा मे दोनो व्यक्तियों द्वारा तय की गई दूरी = (15+57) = 72km

∴तिसरे घंटा मे दोनो व्यक्तियों द्वारा तय की गई दूरी = (19+51) = 70km

∴चौथे घंटा मे दोनो व्यक्तियों द्वारा तय की गई दूरी = (23+45) = 68km

----

इसी प्रकार उनकी गति बदलते जाती हैं। और दोनो को 650 km की दूरी तय करनी हैं।

(16) TRICKY METHOD

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

a = प्रथम पद = 74

d = सर्वअंतर = −2

n = n पदो का योगफल = 650

$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$650 = \frac{n}{2}\{2\times74 + (n-1)\times -2\}$

$650 = \frac{n}{2}\{148 + (n-1)\times -2\}$

$650 = \frac{n}{2}\{148 - 2n+2\}$

$650 = \frac{n}{2}\{150 - 2n\}$

$650 = n(75-n)$

ie $650 + n^2 - 75n = 0$

ie $n^2 - 75n - 650 = 0$

ie $n^2 - 10n - 65n - 650 = 0$

ie $n(n-10) - 65(n-10) = 0$

ie $(n-10)(n-65) = 0$

ie $(n-10) = 0$ $\quad n = 65$ rejected value

$\therefore$ n = 10 hours ANS

(17) कोई रेलगाडी किसी निश्चित दूरी को जिस गति से तय करती है उसके द्वारा लिए गए समय के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती है। वह रेलगाडी 40km/h की दर से चलती हुई उस दुरी को 4 घंटे मे तय करती है। यदि वह 60km/h की गति से चले तो उस दूरी को कितने समय मे पूरा करेगी?

माना कि निश्चित दूरी = d km

माना कि चाल = x km/h = 40 km/h

पहले लिया गया समय = T

दुसरे गति के द्वारा लिया गया समय = T_1

$\therefore$ प्रश्नानुसार speed $= \frac{distance}{time}$

$X \propto \frac{d}{\sqrt{T}}$

ie $X = \frac{d\,k}{\sqrt{T}}$ $\quad$ (k = constant)

$40 = \frac{d\,k}{\sqrt{4}}$

$40 = \frac{d\,k}{2}$

$\therefore dK = 80$ ------------------------------ (1)

$\therefore$ प्रश्नानुसार speed $= \frac{distance}{time}$

$X_1 \propto \frac{d}{\sqrt{T1}}$

ie $X_1 = \frac{d\,k}{\sqrt{T1}}$ (k = constant)

$60 = \frac{80}{\sqrt{T1}}$ dk का मान रखने पर

$\therefore 60\sqrt{T1} = 80$

$\therefore \sqrt{T1} = \frac{80}{60}$

$\therefore \sqrt{T1} = \frac{4}{3}$ $\therefore T_1 = \frac{16}{9}$ Hours ANS

(18) कोई रेलगाडी किसी निश्चित दूरी को जिस गति से तय करती है रेलगाडी की चाल उसके द्वार तय की गई दुरी मे समानुपाती और उसके द्वारा लिए गए समय के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती है।वह रेलगाडी 40km/h की दर से चलती हुई 4 घंटे मे 60km कह दूरी तय करती है। यदि वह 44km/h की गति से चले तो 9 घंटे मे कितनी दूरी तय करगी?

माना कि निश्चित दूरी = d km

माना कि चाल = x km/h = 40 km/h

पहले लिया गया समय = T

दुसरे गति के द्वारा लिया गया समय = T_1

$\therefore$ प्रश्नानुसार speed $= \frac{distance}{time}$

$X \propto \frac{d}{\sqrt{T}}$

ie $X = \frac{d\,k}{\sqrt{T}}$ (k = constant)

$40 = \frac{60\,k}{\sqrt{4}}$

$40 = \frac{60\,k}{2}$ $\therefore 60K = 80$

$\therefore K = \frac{80}{60} = \frac{4}{3}$ ------------------------------ (1)

∴ प्रश्नानुसार speed $= \frac{distance}{time}$

$X_1 \propto \frac{d}{\sqrt{T1}}$

ie $X_1 = \frac{d\,k}{\sqrt{T1}}$ (k = constant)

$44 = \frac{d \times \frac{4}{3}}{\sqrt{9}}$ k का मान रखने पर

$\therefore 44\sqrt{9} = \frac{d \times 4}{3}$

$44 \times 3 = \frac{d \times 4}{3}$

$4d = 44 \times 3 \times 3$

$4d = 396$

$\therefore d = \frac{396}{4} = 99$ km ANS

(19) दो गाडी A स्थान से 80 km/h तथा 60km/h की चाल से समान दिशा मे चलती है। जब तेज गति से चलने वाली गाडी B स्थान पर पहूंचकर उसी गति से लौट जाती है तब B स्थान से 20km की दूरी पर दोनो गाडी आपस मे मिलती है तो दोना स्थानो के बीच की दूरी ज्ञात करें।

माना कि A तथा B की बीच की दूरी = x km

प्रश्नानुसार पहली गाडी द्वारा तय की गई दूरी = x+20 KM

समय $= \frac{distance}{speed}$

$= \frac{x+20}{80}$ hours ------------------------ (1)

उतने समय मे दुसरे गाडी द्वारा तय की गई दूरी = x-20 KM

समय $= \frac{x-20}{60}$ hours ----------------------- (2)

Now from equation (1) & (2)

$= \frac{x+20}{80} = \frac{x-20}{60}$

$80x - 1600 = 60x + 1200$

$80x - 1600 - 60x - 1200 = 0$

$20x - 2800 = 0$

$20x = 2800$

$\therefore x = \frac{2800}{20}$

$\therefore x = 140$ km ANS

(20) एक वायुयान 490 मीटर की उचाई पर 720 km/h की चाल से उड रहा है। जिस समय यह लक्ष्य करके ठीक उपर से बम गिराता है तो क्षैतिज दिशा मे वह बम लक्ष्य से कितनी दूरी पर गिरेगा?

$\because$ वायुयान की चाल 720 km/h = $720 \times \frac{5}{18}$ = 200 m/second

$\because$ बम स्वतंत्र रूप से गिरता है अतः तय की गई दुरी $= \frac{1}{2} g t^2$

ie $s = \frac{1}{2} g t^2$ (g = 9.8 m/sec)

ie $490 = \frac{1}{2} \times 9.8 t^2$

ie $980 = 9.8 t^2$

ie $9.8 t^2 = 980$

$\therefore t^2 = \frac{980}{9.8} = 100$

$\therefore t = \sqrt{100} = 10$ sec

अतःलक्ष्य से दूरी = वेग × समय

= 200 × 10

= 2000 metres ANS

(21) एक बंदर चिकने खंभे पर एक मिनट मे 10 फिट चढता है तो दूसरे मिनट मे 3 फिट निचे फिसल जाता है। यदि खंभे की उचाई 63 फिट है तो बंदर को खंभे की चोटी पर जाकर बैठने मे कितना समय लगेगा?

$\because$ बंदर 1 मिनट मे मे 10 फिट चढता है। तथा दूसरे मिनट मे 3 फिट निचे फिसल जाता है।

ie 2 मिनट मे $10-3=7$ फिट चढता है। अंतिम छलांग छोड दिया जाए तो उसे $63-7=56$ फिट चढना शेष रहेगा। इसके बाद अंतिम छलांग मे खंभे के शिखर पर बैठ जाएगा।

चढते फिसलते के क्रम मे बंदर 7 के multiple मे $7 \times 8 = 56$ feet चढेगा।

$\therefore$ $2\times 8 = 16$ minutes मे 56 feet चढेगा। इसके बाद एक छलांग और लगाने पर वह खंभे के शिखर पर बैठ जाएगा। अब 7 फिट चढना बाकी रहा। इसलिए 7 फिट चढने मे लगा समय $=\frac{7}{10}$ मिनट = 42 seconds

$\therefore$खंभे के शिखर पर पहुंचने मे लगा समय 16 minutes 42 seconds ANS

(22) एक बंदर चिकने खंभे पर एक मिनट मे 7 फिट चढता है तो दूसरे मिनट मे 2 फिट निचे फिसल जाता है। यदि खंभे की 24 फिट है तो बंदर को खंभे की चोटी पर जाकर बैठने मे कितना समय लगेगा?

$\because$ बंदर 1मिनट मे मे 7 फिट चढता है। तथा दूसरे मिनट मे 2 फिट निचे फिसल जाता है।ie 2 मिनट मे $7-2=5$ फिट चढता है। अंतिम छलांग छोड दिया जाए तो उसे $24-5=19$ फिट चढना शेष रहेगा। इसके बाद अंतिम छलांग मे खंभे के शिखर पर बैठ जाएगा।

चढते फिसलते के क्रम मे बंदर 5 के multiple मे $5 \times 4 = 20$ feet चढेगा।

$\therefore$ $2\times 4 = 8$ minutes मे 20 feet चढेगा। इसके बाद एक छलांग और लगाने पर वह खंभे के शिखर पर बैठ जाएगा। अब 4 फिट चढना बाकी रहा। इसलिए 4 फिट चढने मे लगा समय $=\frac{4}{7}$ मिनट

$\therefore$खंभे के शिखर पर पहुंचने मे लगा समय $8\frac{4}{7}$ मिनट ANS

(23) एक बंदर चिकने खंभे पर एक मिनट मे 10 फिट चढता है तो दूसरे मिनट मे 3 फिट निचे फिसल जाता है। यदि खंभे की 73 फिट है तो बंदर को खंभे की चोटी पर जाकर बैठने मे कितना समय लगेगा?

∵ बंदर 1मिनट मे मे 10 फिट चढता है। तथा दूसरे मिनट मे 3 फिट निचे फिसल जाता है।

ie 2 मिनट मे $10-3=7$ फिट चढता है। अंतिम छलांग छोड दिया जाए तो उसे $73-7=66$ फिट चढना शेष रहेगा। इसके बाद अंतिम छलांग मे खंभे के शिखर पर बैठ जाएगा।

चढते फिसलते के क्रम मे बंदर 7 के multiple मे $7\times9=63$ feet चढेगा।

∴ $2\times9 = 18$ minutes मे 63 feet चढेगा। इसके बाद एक छलांग और लगाने पर वह खंभे के शिखर पर बैठ जाएगा। अब 10 फिट चढना बाकी रहा। इसलिए अंतिम समय 10 फिट चढने मे लगा समय = 1मिनट

∴ खंभे के शिखर पर चढने मे लगा कुल समय $18+1=19$ minutes ANS

(24) एक बंदर चिकने खंभे पर एक मिनट मे 12 फिट चढता है तो दूसरे मिनट मे 3 फिट निचे फिसल जाता है। यदि खंभे की उचाई 105 फिट है तो बंदर को खंभे की चोटी पर जाकर बैठने मे कितना समय लगेगा?

∵ बंदर 1मिनट मे मे 12 फिट चढता है। तथा दूसरे मिनट मे 3 फिट निचे फिसल जाता है।

ie 2 मिनट मे $12-3=9$ फिट चढता है। अंतिम छलांग छोड दिया जाए तो उसे $105-12 = 93$ फिट चढना शेष रहेगा। इसके बाद अंतिम छलांग मे खंभे के शिखर पर बैठ जाएगा।

चढते फिसलते के क्रम मे बंदर 9 के multiple मे $9\times11=99$ feet चढेगा।

∴ $2\times11 = 22$ minutes मे 99 feet चढेगा। इसके बाद एक छलांग और लगाने पर वह खंभे के शिखर पर बैठ जाएगा। अब 6 फिट चढना बाकी रहा। इसलिए अंतिम समय 6 फिट चढने मे लगा समय $=\frac{1}{2}$ मिनट

∴ खंभे के शिखर पर चढने मे लगा समय $22+\frac{1}{2}=22\frac{1}{2}$ minutes ANS

(2.9) रेलगाडी ,चाल और समय (TRAIN, SPEED AND TIME)

इसके अध्याय के अंतर्गत हम रेलगाडी की चाल, दूरी और उनके बीच लगने वाले समय के बारे मे अध्ययन करेंगे। भारतीय रेलगाडी परीवहन का एक महत्वपूर्ण माध्यम है। निर्धारित समय पर चलकर अपने गंतव्य तक यात्रियो को सुरक्षित पहुचाना इसका नैतिक दायित्व है। करोडो लोगो का इस पर भरोसा है। इस टौपिक के अंतर्गत सवालो का हल करते समय कुछ ऐसे शब्दावली मिलेगे जिसे जानना और समझना अति आवश्यक है।

चाल की इकाइयां : इसके अंतर्गत दो इकाइयां प्रचलित है।

(1) Kilo metre /hour , Metre /second

(2) Mile /hour , Yard /second , Feet/second

Kilo metre /hour को Metre /second मे बदलने के लिए $\frac{5}{18}$ से गुणा करे।

Mile /hour को yard /second मे बदलने के लिए $\frac{22}{45}$ से गुणा करे।

Mile /hour को Feet /second मे बदलने के लिए $\frac{22}{15}$ से गुणा करे।

आपेक्षिक चाल (Relative speed) : जब दो गाडियां एक दुसरे की विपरीत चल रहीं हो तो उनकी आपेक्षिक चाल उनकी अलग अलग चालो के योगफल के बराबर होती है। जैसे दो रेलगाडियां विपरीत दिशा मे 100 km/h तथा 80 km/h की चाल से चल रही हो तो आपेक्षिक चाल दोनो चालो के योगफल के बराबर होता है। अर्थात आपेक्षिक चाल (Relative speed) = 100+80 = 180 km/h

जब रेलगाडियों के अगले भाग इंजन एक दुसरे के सामने पहुचती है तो गाडियां एक दुसरे को पार करना आरंभ कर देती है। और जब उनके पिछले भाग सामने आती है तब दोनो गाडियां एक दूसरे को पर कर गई। ऐसा समझा जाता है। अत चलित दुरी = दोनो रेलगाडियों के लम्बाइयों के योगफल के बराबर होती है।

आपेक्षिक चाल (Relative speed) : जब दो गाडियां एक ही दिशा मे चल रहीं हो तो उनकी आपेक्षिक चाल उनकी अलग अलग चालो के अंतर के बराबर होती है। जैसे दो रेलगाडियां एक ही दिशा मे 100 km/h तथा 80 km/h की चाल से चल रही हो तो आपेक्षिक चाल उनके चालो के अंतर के बराबर होते है। आपेक्षिक चाल (Relative speed) = 100 – 80 = 20 km/h

जब दो गाडियां एक ही दिशा मे चल रहीं है और एक की चाल दुसरे की चाल से अधिक है तो उनके चलित दूरी = दोनो रेलगाडियों के लम्बाइयों के योगफल के बराबर होती है।

(1) दो रेलगाडियां जिसकी लम्बाई 200 मीटर और 300 मीटर है। वे दोनो 100 km/h तथा 80 km/h की चाल से विपरीत दिशा मे जा रही है तो बताएं कि एक दुसरे को पार करने मे कितना समय लगेगा ?

∴ एक दुसरे को पार करने मे लगा समय =

$$\frac{\text{दोनो रेलगाडियों की लम्बाइयों का योगफल}}{\text{चालो का योगफल / आपेक्षिक चाल (Metre /second)}}$$

आपेक्षिक चाल = 100+80 = 180 km/h

km /h को Metre/second मे बदलने के लिए $\frac{5}{18}$ से गुणा करे।

आपेक्षिक चाल = $180 \times \frac{5}{18}$ = 50 Metre / second

∴ एक दुसरे को पार करने मे लगा समय =

$$\frac{\text{दोनो रेलगाडियों की लम्बाइयों का योगफल}}{\text{चालो का योगफल / आपेक्षिक चाल (Metre /second)}}$$

$= \frac{200+300}{50m/s} = \frac{500}{50} =$ 10 second ANS

(2) दो रेलगाडियां जिसकी लम्बाई 170 मीटर और 200 मीटर है। वे दोनो 60 km/h तथा 80 km/h की चाल से एक ही दिशा मे जा रही है तो बताएं कि एक दुसरे को पार करने मे कितना समय लगेगा ?

आपेक्षिक चाल = उनके चालो का अंतर

= 80−60 = 20 km/h

$= 20\times\frac{5}{18} = \frac{100}{18}$ m/second

∴ एक दुसरे को पार करने मे लगा समय =

दोनो रेलगाडियों की लम्बाइयों का योगफल

चालो का अंतर / आपेक्षिक चाल(Meter /second)

$= \frac{170+200}{\frac{100}{18}\ m/s}$

$= \frac{370}{\frac{100}{18}\ m/s}$

$= \frac{370\times18}{100}$

= 66.6 second ANS

(3) एक रेलगाडी जिसकी लम्बाई 170 मीटर है। यदि वह 90 km/h की चाल से चल रही है। तो एक बिजली के खंभे को पार करने मे कितना समय लगेगा?

रेलगाडी द्वारा विजली के खंभे को पार करने मे लगा समय

$= \frac{lengh\ of\ train}{speed\ of\ train\ (m/s)}$

$= \frac{170}{90\times\frac{5}{18}}$ (km/h को m /sec मे बदलने के लिए 5/18 से गुणा करें)

$= \frac{170}{25}$

= 6.8 second ANS

(4) एक रेलगाडी जो 90 km/h की चाल से चल रही है। तो एक बिजली के खंभे को 11 सेकेण्ड मे पार करने मे पार कर जाती है। तो रेलगाडी की लम्बाई ज्ञात करे।

चाल = 90 km/h = $90 \times \frac{5}{18}$ = 25 m/second

रेलगाडी की लम्बाई = चाल × समय

= 25 × 11

= 275 metre ANS

(5) एक रेलगाडी की लम्बाई 300 मीटर है और वह 400 मीटर लम्बे पुल को 90 सेकेण्ड मे पार कर जाती हैं तो रेलगाडी की चाल ज्ञात करे।

माना कि रेलगाडी की चाल x km/h है। इसे मीटर प्रतिसेकेण्ड मे बदलने पर अर्थात $x \times \frac{5}{18}$ m/second

$\therefore$ पुल को पार करने मे लगा समय = $\frac{\text{रेलगाडी की लम्बाई + पुल की लम्बाई}}{\text{चाल (m/s)}}$

$$90 = \frac{300+400}{\frac{5x}{18}}$$

$$90 = \frac{700}{\frac{5x}{18}}$$

$$90 \times \frac{5x}{18} = 700$$

$$25x = 700$$

$$\therefore x = \frac{700}{25}$$

= 28m/second ANS

$= 28 \times \frac{18}{5}$ (km/h मे बदलने के लिए)

$= \frac{504}{5} = 100\frac{4}{5}$ km/h ANS

(6) A तथा B दो स्थानो की बीच की दूरी 40 किलो मीटर है। दो व्यक्ति आपस मे मिलने के लिए एक ही समय पर चले। एक की चाल 12 km/h तथा दूसरे की चाल 8 km/h है तो बताए कि वे कब और कहां एक दूसरे से मिलेंगे?

दोनो की आपेक्षिक चाल = 12+8 = 20 km/h

एक दूसरे से मिलने मे लगा समय = $\frac{distance}{speed} = \frac{40}{20}$

= 2 hour ANS

$\therefore$ पहले व्यक्ति द्वारा 2 घंटा मे तय की गई दूरी = चाल × समय

= 12 × 2

= 24 km ANS

ie चलने के 2 घंटे बाद A स्थान से 24 km की दूरी पर मिलेगे। ANS

(7) एक TRAIN सुबह 5;30 am बजे A स्टेशन से B स्टेशन की ओर प्रस्थान कर शाम को 6;30 pm बजे B स्टेशन पर पहुचती है। दुसरी TRAIN सुबह 7;30 am बजे B स्टेशन से A स्टेशन की ओर प्रस्थान करती है। और शाम को 6;30 pm बजे A स्टेशन पर पहुचती है।तो बताएं कि किस समय दोनो TRAIN एक दुसरे को पार करेगी?

माना कि पहले TRAIN की चाल = x km/h

पहले TRAIN द्वारा लिया गया समय = 13 hours

∴ पहले TRAIN द्वारा तय की गई दूरी = चाल × समय

= x ×13 KM ----------- (1)

माना कि दुसरे TRAIN की चाल = Y km/h

दुसरे TRAIN द्वारा लिया गया समय = 11 hours

∴ दुसरे TRAIN द्वारा तय की गई दूरी = चाल × समय

= Y ×11 KM --------- (2)

Now from equation (1) & (2)

X ×13 = Y ×11

ie $\frac{X}{11} = \frac{Y}{13}$ = K say

ie X = 11K and Y = 13 K

∴ दोनो की आपेक्षिक चाल = x +y km/h

= 11k+13k = 24 k

∴ दोनो के मिलने का समय = $\frac{Distance}{Relative\ speed}$

$= \frac{13x-2x}{x+y}$ (∵ दूसरा 2 घंटा बाद खुलता हैं।)

$= \frac{11x}{11k+13k}$

$= \frac{11\times11k}{24k}$

$= \frac{121k}{24k} = \frac{121}{24}$ hours

∴ दोनो के मिलने का समय = दूसरे के खुलने का समय + समय

$= 7:30 + \frac{121}{24}$ hours

$= 7:30:00 + 5:02:30$

$= 12:32:30$ pm ANS

(7) TRICKY METHOD

∴दोनो के मिलने का समय $= \{\frac{(a-T)b}{a+b}\}$ + दूसरे train के खुलने का समय

पहले TRAIN द्वारा लिया गया समय = a = 13 hours

दुसरे TRAIN द्वारा लिया गया समय = b = 11 hours

पहले और दूसरे TRAIN के खुलने मे समय का अंतर T = 2 Hours

∴दोनो के मिलने का समय $= \{\frac{(a-T)b}{a+b}\}$ + दूसरे train के खुलने का समय

∴दोनो के मिलने का समय $= \{\frac{(13-2)11}{13+11}\}$ + 7:30 AM

$= \{\frac{11\times11}{24}\}$ + 7:30 AM

$= \{\frac{121}{24}\}$ + 7:30 AM

= 5:02 :30 + 7:30

= 12: 32: 30 PM ANS

(8) पटना से दिल्ली की ओर एक Train सुबह 9 am बजे 90km/h की चाल से खुलती है। तथा दुसरी Train पटना से ही दिल्ली की ओर सुबह 10 am बजे 120km/h की चाल से एक ही दिशा ते खुलती है तो बताएं कि किस समय और कितनी दूरी पर पहली ट्रेन को ओवर टेक कर पार करेगी ?

∴ TRAIN की खुलने से मिलने तक के स्थानो के बीच की दुरी =

$$\frac{\text{दोनो ट्रेंनो की चालो का गुणनफल} \times \text{दोनो के खुलने के समय का अंतर}}{\text{चालो का अंतर}}$$

$= \frac{(90\times120)\times(1 hour)}{120-90}$

$= \frac{90\times120\times1}{30}$ = 360 km ANS

(9) एक आदमी रेलवे लाईन के किनारे किनारे 4 km/h की चाल से चल रहा था। 880 फिट लम्बी एक ट्रेन उस आदमी को 30 सेकेण्ड मे पार कर गई। आदमी को पार करने के 15 मिनट बाद वह ट्रेन स्टेशन पहूंच गई तो बताए कि वह आदमी कितने समय बाद स्टेशन पहूचेगा ?

माना कि ट्रेन की चाल = x mile / h ∴ आपेक्षिक चाल = x – 4 mile / h

{ Mile / h को feet / second मे बदलने के लिए $\frac{22}{15}$ से गुणा करें। }

∴ आपेक्षिक चाल = x – 4 mile / h

$= (x-4)\times\frac{22}{15}$ feet / second

∴ आदमी को पार करने मे लगा समय $= \frac{length\ of\ train}{speed\ of\ train}$

$30 = \frac{880}{\frac{(x-4)\times22}{15}}$

$30 = \frac{880\times15}{(x-4)\times22}$

ie (x–4) 22 ×30 = 880×15

ie (x–4) = $\frac{880\times15}{22\times30}$

ie (x– 4) = 20

∴ x = 20 + 4 = 24 mile / hours

मिलन स्थान से स्टेशन की दुरी = चाल × समय $= 24\times\frac{15}{60}$ = 6 mile

∴ आदमी को मिलन स्थान से स्टेशन तक पहुचने मे लगा समय $= \frac{distance}{speed}$

$= \frac{6}{4}$ = 1.5 hour

(10) यदि कोई Train एक ही दिशा मे जा रहे दो व्यक्तियो को जिनकी चाल क्रमशः 4 km/h तथा 8 km/h है उनको क्रमशः18 सेकेण्ड एवं 20 सेकेण्ड मे पार कर जाती है तो Train की लम्बाई ज्ञात करे।

माना कि TRAIN की चाल = x km/h

TRAIN की लम्बाई = y meter

∴ पहले के साथ आपेक्षिक चाल = x – 4 km / h

{ km / h को metre / second मे बदलने के लिए $\frac{5}{18}$ से गुणा करें। }

∴ पहले के साथ आपेक्षिक चाल = x – 4 km / h

$= (x - 4) \times \frac{5}{18}$ metre / second ------------------------- (1)

∴ दूसरा के साथ आपेक्षिक चाल = x – 8 km / h

{ km / h को metre / second मे बदलने के लिए $\frac{5}{18}$ से गुणा करें। }

∴ दूसरे के साथ आपेक्षिक चाल = x – 8 km / h

$= (x - 8) \times \frac{5}{18}$ metre / second ------------------------- (2)

∴ प्रश्नानुसार प्रथम व्यक्ति को पार करने मे लगा समय $= \frac{lenght\ of\ train}{speed\ (m/second)}$

$$18 = \frac{y}{(x-4)\times\frac{5}{18}}$$

$$18 = \frac{18y}{(x-4)\times 5}$$

$$18 = \frac{18y}{5x-20}$$

∴ y = 5x–20 ------------------------- (3)

∴ प्रश्नानुसार दूसरे व्यक्ति को पार करने मे लगा समय =

$$20 = \frac{y}{(x-8)\times\frac{5}{18}}$$

$$20 = \frac{18y}{(x-8)\times 5}$$

$20 = \frac{18\times(5x-20)}{5x-40}$ (Y का मान रखने पर)

$20 = \frac{(90x-360)}{5x-40}$

ie 100x – 800 = 90x– 360

ie 100x – 800 – 90x + 360 = 0

ie 10x – 440 = 0

∴ 10x = 440

∴ x = 44 km/h ANS

∴ TRAIN की लम्बाई y = 5x–20 ------------------------- (3)

= 5× 44 – 20

= 220 - 20

= 200 Mrters ANS

(10) TRICKY METHOD

∴ TRAIN की लम्बाई =

$$\frac{\text{दोनो व्यक्तियो की चालो का अंतर} \times \text{पार करने मे लगा समय का गुनणफल}}{\text{पार करने मे लगा समय का अंतर}}$$

$= \frac{(8-4)\frac{5}{18}\times(18\times20)}{20-18}$

$= \frac{4\times\frac{5}{18}\times360}{2}$

$= \frac{4\times5\times360}{18\times2}$

= 200 meters ANS

(11) यदि दो TRAIN, A तथा B स्टेशन से एक दूसरे की ओर चलती है जिनकी चाल क्रमशः X km/h तथा Y km/h है। उनके मिलने के समय तेज चलने वाली TRAIN कम तेज चलने वाली TRAIN से Z km की दूरी अधिक तय करती है तो A तथा B स्टेशनो की बीच की दूरी ज्ञात करे।

(11) TRICKY METHOD

A तथा B स्टेशनो की बीच की दूरी = $\{\frac{(X+Y)Z}{X-Y}\}$ km

$X > Y$

(12) यदि कोई TRAIN, X km/h की चाल से चलती है। इसके चलने के T घंटा बाद उसी स्थान से उसी दिशा मे दुसरी TRAIN, Y km/h की चाल से चलती है। तो दूसरी TRAIN पहली TRAIN को पकडने मे कितना समय लगेगा?

(12) TRICKY METHOD

पहली TRAIN को पकडने मे लगा समय = $\{\frac{XT}{Y-X}\}$ HOURS

$Y > X$

(13) यदि एक TRAIN, X meter लम्बे प्लेटफार्म को m सेकेण्ड मे पार करती है। तथा वही TRAIN, Y meter लम्बे प्लेटफार्म को n सेकेण्ड मे पार कर जाती है तो TRAIN की लम्बाई ज्ञात करे।

(13) TRICKY METHOD

TRAIN की लम्बाई = $\{\frac{Xm-Yn}{n-m}\}$ meters

$n > m$

(14) यदि दो TRAINS जिसकी लम्बाई 300 मीटर तथा 400 मीटर है जो एक ही दिशा मे क्रमशः 75 km/h तथा 100 km/h की चाल से चलती है तो एक दूसरे को पार करने मे कितना समय लगेगा?

एक दुसरे को पार करने मे लगा समय =

= $\frac{\text{दोनो ट्रेनो की लम्बाईयो को योगफल}}{(\text{आपेक्षिक चालो का अतर}) \times \frac{5}{18}}$

$= \frac{300+400}{(100-75)\frac{5}{18}}$

$= \frac{700}{(25)\frac{5}{18}}$

$= \frac{700\times18}{25\times5}$

$= \frac{12600}{125}$ = 100.8 second ANS

(15) यदि दो TRAINS जिसकी लम्बाई 400 मीटर तथा 600 मीटर है जो एक दूसरे के विपरीत दिशा मे क्रमशः 95 km/h तथा 100 km/h की चाल से चलती है तो एक दूसरे को पार करने मे कितना समय लगेगा?

एक दुसरे को पार करने मे लगा समय =

$$\frac{\text{दोनो ट्रेनो की लम्बाईयो को योगफल}}{\text{आपेक्षिक चालो का योगफल} \times \frac{5}{18}}$$

$= \frac{400+600}{(95+100)\frac{5}{18}}$

$= \frac{1000}{(195)\frac{5}{18}}$

$= \frac{1000\times18}{195\times5} = \frac{18000}{975}$ = 18.46 second ANS

(16) एक व्यक्ति ने अनुभव किया कि एक TRAIN उसे 4 सेकेण्ड मे पार किया तथा इस TRAIN के विपरीत दिशा मे जाने वाली TRAIN इसे 5 सेकेण्ड मे पार किया। यदि दोनो TRAIN की लम्बाई बराबर हो तो एक दुसरे को पार करने मे कितना समय लगेगा?

(16) TRICKY METHOD

एक दूसरे को पार करने मे लगा समय = $\{ \frac{2xy}{x+y} \}$ second

X = पहले TRAIN द्वारा व्यक्ति को पार करने मे लगा समय

Y = दूसरे TRAIN द्वारा व्यक्ति को पार करने मे लगा समय

∴ एक दूसरे को पार करने मे लगा समय = $\{ \frac{2xy}{x+y} \}$ second

$= \{ \frac{2\times4\times5}{4+5} \}$

$= \{ \frac{40}{9} \} = 4\frac{4}{9}$seconds Ans

(17) एक व्यक्ति 350 मीटर प्लेटफार्म पर खडा था। एक TRAIN उसे 5 सेकेण्ड मे पार किया तथा प्लेटफार्म 15 सेकेण्ड मे पार कर गया। तो TRAIN की लम्बाई तथा TRAIN की चाल ज्ञात करे।

माना कि TRAIN की लम्बाई = x मीटर

तथा चाल = y km/h

ie $y = \frac{5y}{18}$ m / second

व्यक्ति को पार करने मे लगा समय = $\frac{LENGHT\ OF\ TRAIN}{SPEED\ (m/s)}$

$5 = \frac{x}{\frac{5y}{18}}$

$5 = \frac{18x}{(5y)}$

25 y = 18x

$\therefore\ y = \frac{18x}{25}$ ------------------------------------ (1)

∴ प्लेटफार्म को पार करने मे लगा समय =

$\frac{\text{TRAIN की लम्बाई + प्लेटफार्म की लम्बाई}}{\text{चाल (मीटर प्रति सेकेण्ड)}}$

$15 = \frac{x + 350}{\frac{5y}{18}}$

$15 = \frac{(x+350)\times 18}{5y}$

75y = 18x+6300 (y का मान रखने पर)

$75\times\frac{18x}{25}$ = 18x+6300

54 x = 18x+6300

54 x– 18x– 6300 = 0

36 x– 6300 = 0

∴ 36x = 6300

$\therefore x = \frac{6300}{36}$ = 175 meters ANS

$\therefore$ $y = \frac{18x}{25} = \frac{18\times175}{25}$ = 126 km/h ANS

(17) TRICKY METHOD

TRAIN की चाल $Z = \{(\frac{Y}{T2-T1})\times\frac{18}{5}\}$

TRAIN की लम्बाई $X = \{\frac{Z\times T1\times 5}{18}\}$

X = TRAIN की लम्बाई

Y = प्लेटफार्म की लम्बाई = 350 METERS

Z = TRAIN की चाल

T_1 = व्यक्ति को पार करने मे लगा समय = 5 SECOND

T_2 = प्लेटफार्म को पार करने मे लगा समय = 15 SECOND

$\therefore$ TRAIN की चाल $Z = \{(\frac{Y}{T2-T1})\times\frac{18}{5}\}$

$= \{(\frac{350}{15-5})\times\frac{18}{5}\}$

$= \{(\frac{350}{10})\times\frac{18}{5}\}$

= 126 km/h ANS

$\therefore$ TRAIN की लम्बाई $X = \{\frac{Z\times T1\times 5}{18}\}$

$= \{\frac{126\times5\times 5}{18}\}$

= 175 meters ANS

(18) यदि कोई TRAIN एक ही दिशा मे जा रहे दो व्यक्तियो को जिनकी चाल क्रमशः 2 km/h तथा 4 km/h है उनको क्रमशः 9 सेकेण्ड एवं 10 सेकेण्ड मे पार कर जाती है तो TRAIN की लम्बाई ज्ञात करे और चाल ज्ञात करे।

माना कि TRAIN की चाल = x km/h

TRAIN की लम्बाई = y meter

∴ पहले के साथ आपेक्षिक चाल = x – 2 km / h

{ km / h को metre / second मे बदलने के लिए $\frac{5}{18}$ से गुणा करें। }

∴ पहले के साथ आपेक्षिक चाल = x – 2 km / h

$= (x-2) \times \frac{5}{18}$ metre / second ---------------------- (1)

∴ दूसरा के साथ आपेक्षिक चाल = x – 4 km / h

{ km / h को metre / second मे बदलने के लिए $\frac{5}{18}$ से गुणा करें। }

∴ दूसरे के साथ आपेक्षिक चाल = x – 4 km / h

$= (x-4) \times \frac{5}{18}$ metre / second -------------------- (2)

∴ प्रश्नानुसार प्रथम व्यक्ति को पार करने मे लगा समय = $\frac{lenght\ of\ train}{speed\ (m/second)}$

$$9 = \frac{y}{(x-2)\times\frac{5}{18}}$$

$$9 = \frac{18y}{(x-2)\times 5}$$

$$9 = \frac{18y}{5x-10}$$

∴ 18y = 45x−90

∴ $y = \frac{45x-90}{18}$ ------------------------- (3)

∴ प्रश्नानुसार दूसरे व्यक्ति को पार करने मे लगा समय =

$$10 = \frac{y}{(x-4)\times\frac{5}{18}}$$

$$10 = \frac{18y}{(x-4)\times 5}$$

$$10 = \frac{18\times\frac{45x-90}{18}}{5x-20}$$ (Y का मान रखने पर)

$$10 = \frac{(45x-90)}{(5x-20)}$$

ie $50x - 200 = 45x - 90$

ie $50x - 200 - 45x + 90 = 0$

ie $5x - 110$

$\therefore 5x = 110$

$\therefore x = 22$ km/h ANS

$\therefore$ TRAIN की लम्बाई $= y = \frac{45x-90}{18}$ ------------------------- (3)

$= \frac{45\times22-90}{18}$

$= \frac{990-90}{18}$

$= \frac{900}{18} = 50$ meter ANS

(18) TRICKY METHOD

$\therefore$ TRAIN की लम्बाई =

$$\frac{\text{दोनो व्यक्तियो की चालो का अंतर} \times \text{पार करने मे लगा समय का गुणनफल}}{\text{पार करने मे लगा समय का अंतर}}$$

$= \frac{(4-2)\frac{5}{18}\times(9\times10)}{10-9}$

$= \frac{2\times\frac{5}{18}\times90}{1}$

$= \frac{2\times5\times90}{18}$

$= 50$ meters ANS

(19) एक व्यक्ति प्लेटफार्म पर खडा था। उसने अनुभव किया कि एक TRAIN उसे 4 सेकेण्ड मे पार किया तथा उस TRAIN के विपरीत जाने वाली TRAIN ने उस व्यक्ति को 5 सेकेण्ड मे पार कर गया। यदि दानो TRAIN की लम्बाई क्रमशः 100 मीटर तथा 120 मीटर है तो कितने समय मे एक TRAIN दूसरे TRAIN को पार करेगी?

(19) TRICKY METHOD

एक दूसरे TRAIN को पार करने मे लगा समय = $\{ \frac{T1 \times T2\,(X+Y)}{X \times T2 + Y \times T1} \}$ second

X = पहले TRAIN की लम्बाइ = 100m

Y = दुसरे TRAIN की लम्बाइ = 120m

T_1 = पहले TRAIN द्वारा व्यक्ति को पार करने मे लगा समय = 4 Sec.

T_2 = दूसरे TRAIN द्वारा व्यक्ति को पार करने मे लगा समय = 5 Sec.

∴ एक दूसरे TRAIN को पार करने मे लगा समय = $\{ \frac{T1 \times T2\,(X+Y)}{X \times T2 + Y \times T1} \}$ second

$= \{ \frac{4 \times 5\,(100+120)}{100 \times 5 + 120 \times 4} \}$

$= \{ \frac{20\,(220)}{500+480} \}$

$= \frac{4400}{980}$

$= 4\frac{24}{49}$ second ANS

(20) एक TRAIN का इंजन बिना डिब्बा के 24 km/h की गति से चल सकती है। इंजन की गति इसके साथ जोडे गए डिब्बो की संख्या के वर्गमूल के समानुपाती मे हैं। 4 डिब्बो के साथ इसकी गति 20km/h हो गई तो डिब्बो की अधिकतम संख्या ज्ञात करें जिससे कि इंजन खीच सके।

माना कि डिब्बो की संख्या = X तथा TRAIN की चाल = Y km/h है।

प्रश्नानुसार TRAIN की चाल मे कमी जोडे गए डिब्बो की संख्या के वर्गमूल के समानुपाती है।

अर्थात $Y \propto \sqrt{X}$

अर्थात $Y = K\sqrt{X}$

TRAIN की चाल मे कमी = K $\sqrt{x}$ (K = Constant)

4 डिब्बे जोडने पर इसकी गति 24 km/h से 20 km/h हो जाती हैं। अर्थात

TRAIN की चाल मे कमी = (24−20) km/h = 4km/h

TRAIN की चाल मे आई कमी जोडे गए डिब्बो की संख्या के वर्गमूल के समानुपाती है।

ie $Y \propto \sqrt{x}$

ie $Y = K\sqrt{x}$ (K = Constant)

ie $(24-20) = K\sqrt{4}$

ie $4 = K\sqrt{4}$

ie $4 = K2 = 0$

$\therefore 2K = 4 \quad \therefore K = 2$

ie $Y = K\sqrt{x}$ प्रारंभ मे TRAIN की गति 24 km/h थी।

$24 = 2\sqrt{x}$

$2\sqrt{x} = 24$

$\therefore \sqrt{x} = 12$

$\therefore x = 144$

$\because$ जब चाल y = 0 km/h हो जाए तो डिब्बाो की अधिकतम संख्या =144 होगी। अर्थात इंजन के साथ 144 डिब्बे लगाने पर वह नही खींच सकती है। इसलिए 144−1 = 143 डिब्बा जोडने पर न्यूनतम गति के साथ खींच सकती है। ANS

(21) एक TRAIN चलने के 1 घंटा बाद दुर्घटनाग्रस्त हो गई। जिसके कारण उसे 30 मिनट रूकना पडा। इसके बाद वह अपनी मूल चाल का ¾ गति से चली तथा अपने गंतव्य स्थान पर $3\frac{1}{2}$ घंटे की देरी से पहूंची। यदि यह दुर्घटना 90 km आगे हुई होती तो TRAIN केवल 3 घंटे लेट पहुंचती तो TRAIN की चाल तथा इसके द्वारा तय की गई दुरी ज्ञात करे।

माना कि TRAIN की चाल= Y km/h तथा दुरी = X km

∴ वास्तविक चाल से तय करने मे लगा समय = $\frac{distance}{speed} = \frac{x}{y}$ hours

∴ वास्तविक चाल से 1 घंटा मे तय की गई दूरी = y km

∴ शेष दूरी = $x - y\ km$

दुर्घटना के कारण उसे 30 मिनट रूकना पडा। ∴ प्रश्नानुसार

ie $1+\frac{1}{2}+\frac{x-y}{\frac{3y}{4}}-\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$

ie $\frac{3}{2}+\frac{4(x-y)}{3y}-\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$

ie $\frac{4(x-y)}{3y}-\frac{x}{y}=\frac{7}{2}-\frac{3}{2}$

ie $\frac{4(x-y)}{3y}-\frac{x}{y}=\frac{7-3}{2}$

ie $\frac{4(x-y)}{3y}-\frac{x}{y}=\frac{4}{2}$

ie $\frac{4(x-y)}{3y}-\frac{x}{y}=\frac{4}{2}$

ie $\frac{4x-4y-3x}{3y}=2$

$6y = 4x - 4y - 3x$

$6y = x - 4y$

$6y - x + 4y = 0$

$10y - x = 0$ ∴ $x = 10y$ ---------------- (1) ∴ प्रश्नानुसार

यदि दुर्घटना 90 km और आगे हुई होती और ½ घंटा पुनः रूकना पडता तो 90 किलो मीटर दुरी तय करने मे लगा समय = $\frac{90}{y}$ घंटा लगता।

∵ पहले y km चला इसके बाद 90 km के बाद दुर्घटनाग्रंस्त हुई। अर्थात y+ 90 km चलने के बाद शेष दुरी = x– (y+90) km मूल चाल की 3/4 की गति से चलने मे लगा समय

Time = $\frac{x-y-90}{\frac{3y}{4}}$ hours ∴ प्रश्नानुसार

ie $1+\frac{1}{2}+\frac{90}{y}+\frac{x-y-90}{\frac{3y}{4}}-\frac{x}{y}=3$

ie $\frac{3}{2}+\frac{90}{y}+\frac{4(x-y-90)}{3y}-\frac{x}{y}=3$

ie $\frac{90}{y}+\frac{4(x-y-90)}{3y}-\frac{x}{y}=3-\frac{3}{2}$

ie $\frac{270+4x-4y-360-3x}{3y}=\frac{6-3}{2}$

ie $\frac{x-4y-90}{3y}=\frac{3}{2}$

ie $\frac{(10y)-4y-90}{3y}=\frac{3}{2}$ from Equation (1) x = 10y मान रखने पर

$\frac{6y-90}{3y}=\frac{3}{2}$

12y − 180 = 9y

12y − 180 − 9y = 0

3y − 180 = 0

3y = 180

$\therefore$ y = $\frac{180}{3}$ = 60 km/h ANS

$\therefore$ x = 10y = 10× 60 = 600 km ANS

(22) एक TRAIN चलने के 3 घंटा बाद दुर्घटनाग्रस्त हो गई। जिसके कारण उसे 1 घंटा रूकना पडा। इसके बाद वह अपनी मूल चाल का 75% गति से चली तथा अपने गंतव्य स्थान पर 4 घंटे की देरी से पहूंची। यदि यह दुर्घटना 150 km आगे हुई होती तो TRAIN केवल $3\frac{1}{2}$ घंटे लेट पहुंचती तो TRAIN की चाल तथा इसके द्वारा तय की गई दुरी ज्ञात करे।

माना कि TRAIN की चाल= Y km/h तथा दुरी = X km

$\therefore$ वास्तविक चाल से तय करने मे लगा समय = $\frac{distance}{speed}=\frac{x}{y}$ hours

$\therefore$ वास्तविक चाल से 3 घंटा मे तय की गई दूरी = 3y km

$\therefore$ शेष दूरी = x − $3y\ km$

दुर्घटना के कारण उसे 1 घंटा रूकना पडा। ∴ प्रश्नानुसार

ie $3+1+\frac{x-3y}{\frac{3y}{4}}-\frac{x}{y}=4$

ie $4+\frac{4(x-3y)}{3y}-\frac{x}{y}=4$

ie $\frac{4(x-3y)}{3y}-\frac{x}{y}=4-4$

ie $\frac{4(x-3y)}{3y}-\frac{x}{y}=0$

ie $\frac{4(x-3y)}{3y}-\frac{x}{y}=0$

ie $\frac{4x-12y-3x}{3y}=0$

ie $\frac{x-12y}{3y}=0$

ie $x-12y=0$

∴ x = 12y ---------------------------------- (1)

∴ प्रश्नानुसार यदि दुर्घटना 150 km और आगे हुई होती और 1 घंटा पुनः रूकना पडता तो 150 किलोमीटर दुरी तय करने मे लगा समय = $\frac{150}{y}$ घंटा लगता।

∵ पहले 3 घंटे मे 3y km चला इसके बाद 150 km के बाद दुर्घटनाग्रंस्त हुई। अर्थात 3y+150 km चलने के बाद शेष दुरी = x – (3y +150) km मूल चाल की 3/4 की गति से चलने मे लगा समय

Time = $\frac{x-3y-150}{\frac{3y}{4}}$ hours ∴ प्रश्नानुसार

ie $(3+1+\frac{150}{y}+\frac{x-3y-150}{\frac{3y}{4}})-\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$

ie $\{(4+\frac{150}{y}+\frac{4(x-3y-150)}{3y}\}-\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$

ie $\frac{(12y+450+4x-12y-600)}{3y}-\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$

ie $(\frac{4x-150}{3y})-\frac{x}{y}=\frac{7}{2}$

ie $\frac{4x+150-3x}{3y} = \frac{7}{2}$

$\frac{x+150}{3y} = \frac{7}{2}$ from Equation (1) x = 12y मान रखने पर

$\frac{12y+150}{3y} = \frac{7}{2}$

24y+300 = 21y

24y −300 − 21y = 0

3y −300 = 0

3y =300

$\therefore y = \frac{300}{3} = 100$ km/h ANS

$\therefore x = 12y$

$\therefore x = 12\times 100 = 1200$ km ANS

(23) एक व्यक्ति 3990 km की दूरी वायुयान ,जलयान, तथा कार द्वारा यात्रा तय किया। इन यात्राओ मे लगा समय का अनुपात क्रमशः 1:16 : 2 है। तथा यात्रा साधनो की औसत गति का अनुपात क्रमशः 20 : 1: 3 है। यदि उसकी कुल औसत गति 42 km/h हैं, तो तीनो साधनो द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात करे।

∵ तीनो साधनो द्वारा उक्त दुरी तय करने मे लगा समय $= \frac{distance}{speed}$

$= \frac{3990}{42}$

= 95 hours

∵ उक्त साधनो द्वारा तय करने मे लगा समय का अनुपात = 1: 16: 2

ie $\frac{Aeroplane}{1} = \frac{Ship}{16} = \frac{Car}{2} = k$ (CONSTANT)

ie Aeroplane = 1k

ie Ship = 16k

ie Car = 2k

Acording to question : 1k +16k + 2k = 95

ie $19k = 95$

∴ $k = \frac{95}{19} = 5$

∴ Aeroplane द्वारा उक्त दुरी तय करने मे लगा समय = $1k = 1\times5 = 5$ h

∴ Ship द्वारा उक्त दुरी तय करने मे लगा समय = $16k = 16\times5 = 80$ h

∴ Car द्वारा उक्त दुरी तय करने मे लगा समय = $2k = 2\times5 = 10$ hours

∵ उक्त साधनो द्वारा तय करने मे लगा चालों का अनुपात = 20: 1: 3

∴ उक्त साधनो द्वारा तयकी गई दूरी का अनुपात = (20×5): (1×80):(3×10)

= 100: 80: 30 (speed ×time)

ie $\frac{Aeroplane}{100} = \frac{Ship}{80} = \frac{Car}{30} = d$ (Constant)

ie Aeroplane = 100d

ie Ship = 80d

ie Car = 30d

Acording to question : $100d + 80d + 30d = 3990$

ie $210d = 3990$

∴ $d = \frac{3990}{210} = 19$

∴ Aeroplane द्वारा तय की गई दूरी = 100d

$= 100\times19 = 1900$ km ANS

∴ Ship द्वारा तय की गई दूरी = $80d = 80\times19 = 1520$ km ANS

∴ Car द्वारा तय की गई दूरी = $30d = 30\times19 = 570$ km ANS

(23) TRICKY METHOD

∵ कुल दूरी = 3990 km दिया गया है।

∵ दूरी = चाल × समय

∵ उक्त साधनो द्वारा तय करने मे लगा समय का अनुपात = 1: 16: 2

$\because$ उक्त साधनो द्वारा तय करने मे लगा चालों का अनुपात = 20: 1: 3

$\therefore$ उक्त साधनो द्वारा तयकी गई दूरी का अनुपात = (1×20): (16×1):(2×3)

= 20: 16: 6 (speed ×time)

$\therefore$ अनुपातों का योगफल = 20 + 16 + 6 = 42

$\therefore$ Aeroplane द्वारा तय की गई दूरी $= \frac{20}{42} \times 3990 = 1900$ km ANS

$\therefore$ Ship द्वारा तय की गई दूरी $= \frac{16}{42} \times 3990 = 1520$ km ANS

$\therefore$ Car द्वारा तय की गई दूरी $= \frac{6}{42} \times 3990 = 570$ km ANS

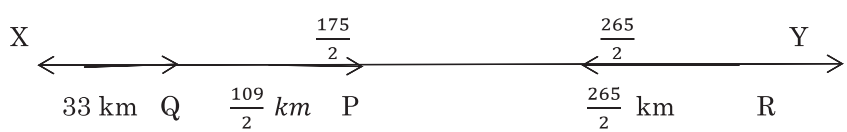
(24) दो स्टेशनो X तथा Y के बीच की दूरी 220 km हैं। X स्टेशन से Y स्टेशन की ओर P तथा Q दो Train सुबह 8 बजे तथा 9:51 बजे क्रमश 25 km/h तथा 20 km /h की चाल से Y स्टेशन की ओर चलना प्रारंभ करते है। R Train विपरीत दिशा मे Y स्टेशन से X की ओर सुबह 11:30 बजे 30km/h की चाल से चलना प्रारंभ करती है तो P Train , Q और R से से बराबर दुरी पर कब और कहां मिलेगी?

$\because$ P Train द्वारा 11:30 बजे तक $3\frac{1}{2}$ घंटे मे तय की गई दूरी $= \frac{7}{2} \times 25$ km $= \frac{175}{2}$ km

$\therefore$ शेष दूरी $= 220 - \frac{175}{2} = \frac{265}{2}$ km

$\because$ Q Train द्वारा 11:30 बजे तक (11:30−9:51) $= \frac{33}{20}$ घंटे मे तय की गई दूरी $= \frac{33}{20} \times 20 = 33$ km

$\because$ 11:30 बजे P तथा Q Train की बीच की दूरी $= \{\frac{175}{2} - 33\} = \frac{109}{2}$ km



माना कि R train के खुलने के k घंटा बाद तथा Z km की दूरी पर P से दोनो train Q तथा R से बराबर दूरी पर होगी।

$\because$ R Train , K घंटा मे 30k km की दूरी तय करेगी।

∵ P Train , K घंटा मे 25k km की दूरी तय करेगी।

∴ K घंटा मे दोनो के दूरी का योगफल = 30k + 25k = 55 k km

ie $z + 55k = \frac{265}{2}$

∴ $z = \frac{265}{2} - 55k \quad = \{ \frac{265-110k}{2} \}$ ------------------- (1)

∵ R Train , के खुलने के समय P तथा Q की बीच की दूरी = $\frac{109}{2}$ km

∴ K घंटा मे P Train 25 k km आगे बढा इसके बाद Q पीछे से चला तो k घंटा मे 20 k km दुरी तय किया। इस स्थिति मे दोनो के बीच की दूरी

$Z = \{ \frac{109}{2} + (25K-20K) \}$

$= \{ \frac{109}{2} + 5K \} \quad = \{ \frac{109+10K}{2} \}$ ---------------------- (2)

Now equation from (1) & (2)

$Z = \{\frac{265-110k}{2}\}$ ------------------- (1)

$Z = \{ \frac{109+10K}{2} \}$ ------------------- (2)

ie $= \{\frac{265-110k}{2}\} = \{ \frac{109+10K}{2} \}$

ie $265 - 110k = 109 + 10k$

ie $265 - 110k - 109 - 10k = 0$

ie $156 - 120k = 0$

ie $120k = 156$

∴ $k = \frac{156}{120} = \frac{13}{10}$ hours ie k = 1 hour 18 minutes ANS

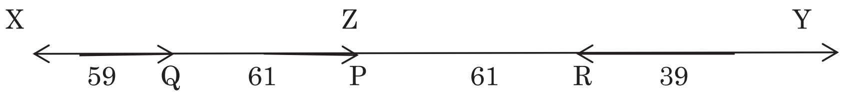
R Train के खुलने के $\frac{13}{10}$ hours बाद अर्थात (11:00 + 1:18) = 12:18 pm

∵ R Train , $\frac{13}{10}$ घंटा मे $\frac{13}{10} \times 30 = 39$ km की दूरी तय करेगी।

$Z = \{ \frac{109+10K}{2} \}$ ------------------- (2)

$= \left\{ \frac{109+10\times\frac{13}{10}}{2} \right\}$

$= \frac{109+13}{2} = \frac{122}{2}$ = 61 KM ie Z से 61 km की दूरी पर पर मिलेगे। ANS



(25) एक TRAIN जब विभिन्न स्टेशनो रूकती जाती है तब उसकी औसत चाल 40 km/h होती है। जब वह बिना रूके जाती है तब उसकी औसत चाल 50 km/h होती है। तो बताए कि वह वह प्रतिघंटा कितने मिनट के लिए रूकती है।

माना कि निर्धारित दूरी = x km

∴ रूकते हुए निर्धारित दूरी को तय करने मे लगा समय $= \frac{Distance}{speed}$

$= \frac{X}{40}$ hours

∴ बिना रूके निर्धारित दूरी को तय करने मे लगा समय $= \frac{Distance}{speed}$

$= \frac{X}{50}$ hours

∴ रूकने का कुल समय $= \left(\frac{X}{40} - \frac{X}{50}\right) = \frac{x}{200}$ hours

∴ प्रति घंटा रूकने का समय $= \frac{x}{200} \div \frac{X}{40}$

$= \frac{x}{200} \times \frac{40}{x}$

$= \frac{1}{5}$ hour

= 12 minutes / hour Ans

(25) TRICKY METHOD

∵ प्रतिघंटा रूकने का समय $= \left\{\frac{b-a}{b}\right\} \times 60$ minutes

a = रूकते हुए औसत चाल = 40 km/h

b = बिना रूकते हुए औसत चाल = 50 km/h

∵ प्रतिघंटा रूकने का समय $= \left\{\frac{b-a}{b}\right\} \times 60$

$= \left\{\frac{50-40}{50}\right\} \times 60$

$= \left\{\frac{10}{50}\right\} \times 60$

= 12 minutes ANS

(26) एक TRAIN जब विभिन्न स्टेशनो रूकती जाती है तब उसकी औसत चाल 90 km/h होती है। जब वह बिना रूके जाती है तब उसकी औसत चाल 120 km/h होती है। तो बताए कि वह वह प्रतिघंटा कितने मिनट के लिए रूकती है।

माना कि निर्धारित दूरी = x km

∴रूकते हुए निर्धारित दूरी को तय करने मे लगा समय $= \frac{Distance}{speed} = \frac{X}{90}$ hrs.

∴ बिना रूके निर्धारित दूरी को तय करने मे लगा समय $= \frac{Distance}{speed} = \frac{X}{120}$ hours

∴ रूकने का कुल समय $= \left(\frac{X}{90} - \frac{X}{120}\right) = \frac{4X-3X}{360} = \frac{X}{360}$ hours

∴ प्रति घंटा रूकने का समय $= \frac{x}{360} \div \frac{X}{90}$

$= \frac{x}{360} \times \frac{90}{x} = \frac{1}{4}$ hour

= 20 minutes / hour Ans

(26) TRICKY METHOD

∵ प्रतिघंटा रूकने का समय $= \left\{\frac{b-a}{b}\right\} \times 60$ minutes

a = रूकते हुए औसत चाल = 90 km/h

b = बिना रूकते हुए औसत चाल = 120 km/h

∵ प्रतिघंटा रूकने का समय $= \left\{\frac{b-a}{b}\right\} \times 60$

$= \left\{\frac{120-90}{120}\right\} \times 60$

$= \left\{\frac{40}{120}\right\} \times 60$

= 20 minutes ANS

(27) एक व्यक्ति किसी निश्चित दूरी को पैदल चलकर स्कूटर से वापस लौटता हैं तब उसे कुल 5 घंटा 45 मिनट का समय लगता हैं। जब वह दोनो तरफ स्कूटर से जाकर वापस आता है तब उसे पहले की अपेक्षा 2 घंटा कम समय लगता है। तो बताए कि स्कूटर से यात्रा करने मे कितना समय लगेगा?

माना कि पैदल चाल = x km/h , स्कूटर की चाल = y km/h

निश्चित दूरी = z km

∴ प्रश्नानुसार $\frac{z}{x} + \frac{z}{y} = \frac{23}{4}$

$= \frac{z(y+x)}{xy} = \frac{23}{4}$

$Z = \frac{23xy}{4\,(x+y)}$ ------------------------ (1)

∴ प्रश्नानुसार $\frac{z}{y} + \frac{z}{y} = \frac{15}{4}$

$\frac{2z}{y} = \frac{15}{4}$

8z = 15y

$\therefore z = \frac{15y}{8}$ -------------------------------------- (2)

Now from equation (1) & (2)

$\frac{23xy}{4\,(x+y)} = \frac{15y}{8}$

ie 46x = 15x + 15y

ie 31x = 15y

ie $\frac{x}{15} = \frac{y}{31}$ = k say (k > 0)

ie x= 15k

ie y = 31k

∴ z = $\frac{15y}{8}$ = $\frac{15 \times 31k}{8}$

∴ स्कूटर द्वारा लिया गया समय = $\frac{Distance}{speed}$ = $\frac{2\,z}{y}$ = $\frac{2 \times 15 \times 31k}{8 \times 31k}$ = $\frac{15}{4}$ hours

अभ्यास प्रश्नावली

(1) एक Train 300 मीटर लम्बे प्लेटफार्म को 20 सेकेण्ड मे तथा 400 मीटर लम्बे प्लेटफार्म को 30 सेकेण्ड मे पार कर जाती है तो Trainकी लम्बाई ज्ञात करे।

(2) एक Train अपनी विपरीत दिशा मे 6 km/h एवं 9 km/hकी चाल से चलते हुए दो व्यक्तियो को क्रमशः12 सेकेण्ड तथा 15 सेकेण्ड मे पार करती है तो Train की लम्बाई तथा चाल ज्ञात करे।

(3) एक Train की दिशा मे 6 km/h एवं 9 km/hकी चाल से चलते हुए दो व्यक्तियो को क्रमशः20 सेकेण्ड तथा 25 सेकेण्ड मे पार करती है तो Train की लम्बाई ज्ञात करे।

(4) गोपाल और मोहन की बीच की दूरी 60 km है। गोपाल 10 km /h की चाल से और मोहन 15 km/ h की चाल से एक दूसरे से मिलने के लिए चले तो कितने समय के बाद मिलेंगे?

(5) गोपाल A स्थान से B स्थान की ओर 12 km /h की चाल से तथा मोहन B स्थान से A स्थान की ओर 15 km/ h की चाल से चले दोनो 4 घंटा 20 मिनट मे एक दुसरे से मिलते है तो A और B स्थान की बीच की दुरी ज्ञात करें।

(6) एक सिपाही एक चोर को पकडने के लिए दौडा। चोर सिपाही से 220 गज की दुरी पर था। सिपाही की चाल 40 गज प्रति मिनट तथा चोर की चाल 25 गज प्रति मिनट है तो सिपाह कब चोर को पकड लेगा ? इतनी देर मे चोर कितना दूरी तय करेगा?

(7) एक सिपाही एक चोर को पकडने के लिए दौडा। चोर सिपाही से 750 मीटर की दुरी पर था। सिपाही की चाल 80मीटर प्रति मिनट तथा चोर की चाल 50 मीटर प्रति मिनट है तो सिपाह कब चोर को पकड लेगा ? इतनी देर मे चोर कितना दूरी तय करेगा?

(8) एक सिपाही एक चोर को पकडने के लिए दौडा। चोर सिपाही से 800 मीटर की दुरी पर था। सिपाही की चाल 75 मीटर प्रति मिनट तथा चोर की चाल 55 मीटर प्रति मिनट है तो सिपाह कब चोर को पकड लेगा ? इतनी देर मे चोर कितना दूरी तय करेगा।

अध्याय - 3

(3.0) समय और कार्य (TIME AND WORK)

इस अध्याय के अंतर्गत हम समय और कार्य के सम्बन्ध मे अध्ययन करेंगे। हमारा जीवन कार्य और समय से जुडा है। कार्य प्रत्येक मनुष्य के जीवन से जुडा हुआ है। कार्य पर ही जिदगी टिकी हुई है। जिंदगी जीने के लिए कार्य और समय दोनो महत्वपूर्ण होते है। हम जो जिंदगी जीना चाहते है वह कार्य पर निर्भर करता हैं। कार्य के साथ समय जुडा हुआ हैं। कार्य को नियत समय पर पूरा करने के लिए समय उतरदायी होता हैं। यदि कार्य क्षमता बढाई जाए तो समय की बचत होगी।

(1) 2 मनुष्यों या 3 लडके किसी काम को 6 घंटे प्रतिदिन करके 22 दिनो मे पुरा कर सकते है। तो 4 मनुष्य और 5 लडके प्रतिदिन 9 घंटे काम करके कितने दिनो मे उस काम को पुरा करेंगे?

$\because$ 2 मनुष्यों = 3 लडके

$\therefore$ 1 मनुष्य = $\frac{3}{2}$ लडके

$\therefore$ 4 मनुष्यों = $\frac{3}{2} \times 4$ = *6 लडके

$\therefore$ 4 मनुष्यों और 5 लडके दोनो की कार्य क्षमता को लडके के कार्य क्षमता मे बदलने पर

= (*6 लडके + 5 लडके = 11 लडके)

$\because$ 3 लडके 6 घंटे प्रतिदिन कार्य करके 22 दिनो मे एक कार्य पुरा करता है।
$\therefore$ 1 लडके 1घंटे प्रतिदिन कार्य करके $(22\times 3 \times 6)$दिनो मे कार्य पुरा करेगा।

$\therefore$ 11 लडके 9 घंटे प्रतिदिन कार्य करके $\frac{22\times3\times6}{11\times9}$ दिनो मे कार्य पुरा करेगा।

= 4 days ANS

(2) 50 मजदूर किसी खाई को 150 दिनो मे खोद सकता है। 30 दिनो तक काम करने के बाद 20 मजदूर काम छोडकर चले गए तो शेष मजदूर उस काम को कितने दिनो मे पूरा करेंगे?

$\because$ 150−30 = 120 दिनो का शेष कार्य ।

$\because$ 50−20 = 30 मजदूर अब उस कार्य को पूरा करेगा।

$\because$ 50 मजदूर 120 दिनो मे एक खाई खोद सकता हैं।

$\therefore$ 1 मजदूर उसे (120 × 50) दिनो मे कार्य पुरा करेगा।

$\therefore$ 30 मजदूर उसे $\frac{120\times50}{30}$ दिनो मे कार्य पुरा करेगा।

= 200 days ANS

(3) A तथा B एक काम को 10 दिनो मे कर सकता है। B तथा C उसे 16 दिनो मे कर सकता हैं। C तथा A उस काम को 12 दिनो मे कर सकता है। तो बताऐं कि A, B तथा C मिलकर उस काम को कितने दिनो मे पुरा कर सकते है। यदि प्रत्येक अलग अलग करे तो कितने दिनो मे करेंगे?

$\because$ (A+B) मिलकर 10 दिनो मे एक काम करता हैं।

$\therefore$ (A+B) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{10}$ भाग काम करेगा। --------------- (1)

$\because$ (B+C) मिलकर 16 दिनो मे एक काम करता हैं।

$\therefore$ (B+C) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{16}$ भाग काम करेगा। --------------- (2)

$\because$ (C+A) मिलकर 12 दिनो मे एक काम करता हैं।

$\therefore$ (C + A) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{12}$ भाग काम करेगा। --------------- (3)

$\therefore$ (A+B) + (B+C) + (C + A) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{10}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}$ भाग करेगा।

ie (2A+2B+2C) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{10}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}$ भाग करेगा।

ie 2(A+B+C) मिलकर 1 दिन मे $\{\frac{24+15+20}{240}\}$ भाग करेगा।

ie 2(A+B+C) मिलकर 1 दिन मे $\frac{59}{240}$ भाग करेगा।

∴ (A+B+C) मिलकर 1 दिन मे $\frac{59}{240\times2}$ भाग करेगा।

∴ (A+B+C) मिलकर 1 दिन मे $\frac{59}{480}$ भाग करेगा। ----------------------- (4)

∵ $\frac{59}{480}$ भाग (A+B+C) मिलकर 1 दिन मे करता हैं।

∴ 1 भाग (A+B+C) मिलकर $1 \div \frac{59}{480} = 1\times\frac{480}{59} = \frac{480}{59}\ days$

ie (A+B+C) मिलकर उस काम को $\frac{480}{59}$ दिनो मे पूरा करेंगे। ANS

Now from equation (4) & (2)

∴ A अकेला 1 दिन मे $(\frac{59}{480} - \frac{1}{16}) = \frac{29}{480}$ भाग करेगा।

∵ $\frac{29}{480}$ भाग A अकेला 1 दिन मे करता हैं।

∴ 1 भाग A अकेला $1 \div \frac{29}{480} = 1\times\frac{480}{29} = \frac{480}{29}\ days$ ANS

Now from equation (4) & (3)

∴ B अकेला 1 दिन मे $(\frac{59}{480} - \frac{1}{12}) = \frac{19}{480}$ भाग करेगा।

∵ $\frac{19}{480}$ भाग B अकेला 1 दिन मे करता हैं।

∴ 1 भाग B अकेला $1 \div \frac{19}{480} = 1\times\frac{480}{19} = \frac{480}{19}\ days$ ANS

Now from equation (4) & (1)

∴ C अकेला 1 दिन मे $(\frac{59}{480} - \frac{1}{10}) = \frac{11}{480}$ भाग करेगा।

∵ $\frac{11}{480}$ भाग C अकेला 1 दिन मे करता हैं।

∴ 1 भाग B अकेला $1 \div \frac{11}{480} = 1\times\frac{480}{11} = \frac{480}{11}\ days$ ANS

(3) TRICY METHOD

(A+B+C) को कार्य करने मे लगा समय $= \frac{2(A\times B\times C)}{(AB+BC+CA)}$ DAYS

$= \frac{2(10\times16\times12)}{(10\times16+16\times12+12\times10)}$ DAYS

$= \frac{2\times1920}{(160+192+120)}$ DAYS

$= \frac{3840}{472}$ DAYS

$= 8\frac{8}{59}$ DAYS ANS

(4) A एक काम का $\frac{7}{10}$ भाग 14 दिनो मे पुरा करता है। इसके बाद वह B की सहायता से दोनो मिलकर शेष काम को 2 दिनो मे पुरा कर देता है। तो बताऐं कि B अकेला उस काम को कितने दिनो मे पूरा करेंगा ?

$\because$ शेष काम = $1-\frac{7}{10} = \frac{3}{10}$

$\because$ (A+B) दोनो मिलकर $\frac{3}{10}$ भाग 2 दिनो मे उस काम को करता हैं।

$\therefore$ (A+B) दोनो मिलकर 1 भाग $2\div\frac{3}{10}$ दिनो मे एक काम करेगा।

$= 2\times\frac{10}{3} = \frac{20}{3}$ days ANS

$\because$ A अकेला 14 दिनो मे $\frac{7}{10}$ भाग काम करता है।

$\therefore$ A अकेला 1 दिन मे $\frac{7}{10\times14} = \frac{7}{140} = \frac{1}{20}$ भाग काम करेगा।

$\because$ (A+B) दोनो मिलकर 1 दिन मे $\frac{3}{20}$ भाग करता हैं। --------------- (1)

$\therefore$ B अकेला 1 दिन मे $\frac{3}{20}-\frac{1}{20}=\frac{2}{20}$ भाग काम करेगा। ------------ (2)

$\therefore$ B अकेला $\frac{2}{20}$ भाग 1 दिन मे करता हैं।

$\therefore$ B अकेला 1 भाग $1\div\frac{2}{20} = 1\times\frac{20}{2} = 10\ days$ ANS

(5) A एक काम को 3 दिनो मे पुरा कर सकता है। B उसी काम का 3 गुणा 8 दिनो मे तथा C उसी काम का 5 गुणा 12 दिनो मे कर सकता है। तो तीनो मिलकर उस काम को कितने दिनो मे पूरा करेंगे? यदि वे 9 घंटा प्रतिदिन काम करें।

$\because$ A अकेला 3 दिनो मे 1 काम पुरा करता है।

$\therefore$ A अकेला 1 दिन मे $\frac{1}{3}$ काम पुरा करेगा।

$\because$ B अकेला 8 दिनो मे 3 गुणा काम पुरा करता है।

$\therefore$ B अकेला 1 दिन मे $\frac{3}{8}$ काम पुरा करेगा।

$\because$ C अकेला 12 दिनो मे 5 गुणा काम पुरा करता है।

$\therefore$ C अकेला 1 दिन मे $\frac{5}{12}$ भाग पुरा करेगा।

$\therefore$ (A+B+C) मिलकर 1 दिन मे $\{ \frac{1}{3}+\frac{3}{8}+\frac{5}{12} \}$ भाग पुरा करेगा।

$$=\frac{8+9+10}{24}$$

$$=\frac{27}{24} \text{ भाग}$$

$\because$ (A+B+C) तीनो मिलकर $\frac{27}{24}$ भाग 1 दिन मे पूरा करता हैं।

$\therefore$ (A+B+C) तीनो मिलकर 1 भाग $1 \div \frac{27}{24}$ दिनो मे एक काम करेगा।

$$= 1\times\frac{24}{27}$$

$$=\frac{24}{27} \text{ days}$$

$\therefore$ 9 घंटे प्रतिदिन काम करके उसे $\frac{24}{27}\times 9$

$= 8$ days ANS

(6) यदि 3 पुरूष और 4 लडके उतना ही काम करते है जितना 2 पुरूष और 16 लडकियां तथा 4 पुरूष और 2 लडके उतना ही काम करते है जितना 12 लडके तथा 12 लडकियां तो बताए कि 1 पुरूष 1 लडका तथा 1 लडकी जो एक साथ काम किये तो 440 रूपये मे प्रत्येक को कितना कितना मिलेगा ?

माना कि एक पुरूष = X

एक लडका = Y

एक लडकी = Z

∴ प्रश्नानुसार $3x + 4y = 2x + 16z$

ie $3x + 4y - 2x - 16z = 0$

ie $1x + 4y - 16z = 0$ ---------------------------- (1)

∴ प्रश्नानुसार $4x + 2y = 12y + 12z$

ie $4x + 2y - 12y - 12z = 0$

ie $4x - 10y - 12z = 0$

ie $2(2x - 5y - 6z) = 0$

∴ $2x - 5y - 6z = 0$ ---------------------------- (2)

Now from equation (1) & (2) we get

$1x + 4y - 16z = 0$ ---------------------------- (1)

∴ $x = 16z - 4y$ ---------------------------- (3)

$2x - 5y - 6z = 0$ ---------------------------- (2)

∴ $2x = 5y + 6z$

ie $2(16z - 4y) = 5y + 6z$

ie $32z - 8y = 5y + 6z$

ie $32z - 8y - 5y - 6z = 0$

ie $26z - 13y = 0$

ie $13y = 26z$

ie y = 2z

ie $\frac{y}{z} = \frac{2}{1}$ ------------------------------ (4)

now from equation (3)

∴ x = 16z – 4y

ie x = 16z – 4×(2z)

ie x = 16z – 8z

ie x = 8z

ie $\frac{z}{x} = \frac{1}{8}$ ------------------------------ (5)

now from equation (4) & (5)

y : z : x = 2:1

1: 8

y : z : x = 2 : 1 : 8

ie x : y : z = 8: 2 : 1

∴ x = $\frac{8}{11} \times 440$ = 320 RS ANS

∴ Y = $\frac{2}{11} \times 440$ = 80 RS ANS

∴ Z = $\frac{1}{11} \times 440$ = 40 RS ANS

2ND METHOD

Now from equation (1) &(2)

1x + 4y − 16z = 0 ---------------------------- (1)

2x−5y − 6z = 0 ---------------------------- (2)

If ax + by +cz = 0

dx + ey + fz = 0

then $\frac{x}{bf-ce} = \frac{y}{cd-af} = \frac{z}{ae-bd}$

$$\Rightarrow \frac{x}{(4\times-6)-(-5\times16)} = \frac{y}{(-16\times2)-(1\times-6)} = \frac{z}{(1\times-5)-(4\times2)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(-24)-(-80)} = \frac{y}{(-32)-(-6)} = \frac{z}{(-5)-(8)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-104} = \frac{y}{-26} = \frac{z}{-13}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{104} = \frac{y}{26} = \frac{z}{13}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} = k \text{ say}$$

$\therefore$ x = 8k , Y = 2k , Z = 1k

ie X+ Y+ Z = 8k+2k+1k = 440

$\therefore$ 11k = 440 $\therefore$ k = 40

$\therefore$ x = 8k = 8× 40 = 320 RS ANS

$\therefore$ Y = 2k = 2× 40 = 80 RS ANS

$\therefore$ Z = 1k = 1× 40 = 40 RS ANS

(7) एक खेत 15 दिनो मे जोता जा सकता हैं। यदि प्रतिदिन 10 हेक्टेयर खेत अधिक जोती जाती तो काम 10 दिनो मे समाप्त हो जाता। उस खेत का क्षेंत्रफल ज्ञात करें जो प्रतिदिन जोती जाती है। तथा सम्पूर्ण खेत का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

माना कि प्रतिदिन x हेक्टेयर खेत जोती जाती हैं।

$\therefore$ 15 दिनो मे 15 x हेक्टेयर खेत जाती जाएगी।

$\therefore$ प्रतिदिन 10 हेक्टेयर खेत अधिक जोते जाने पर काम 10 दिनो मे समाप्त होता है।

$\therefore$ प्रश्नानुसार समय = { खेत का क्षेत्रफल ÷ प्रतिदिन जोती जाने वाली खेत }

ie $\frac{15x}{x+10} = 10$

ie 15x = 10x+100

ie 15x − 10x−100 = 0

ie $5x - 100 = 0$

$\therefore 5x = 100$

$\therefore x = 20$ Hectare / day ANS

$\therefore$ खेत का क्षेत्रफल $= 15\,x$

$= 15\times 20$

$= 300$ Hectare ANS

(8) एक ठिकेदार एक काम को 132 दिनो मे पूरा करने का ठिका लिया। तथा उसने168 मजदूरों को काम पर लगाया। परंतु 36 दिनो बाद उसे पता चला कि अभी 1/4 काम पुरा हुआ है। काम को निश्चित समय पर पूरा करने के लिए और कितने मजदूरों को काम पर लगाने की आवश्यकता होगी?

$\because$ 36 दिनों मे 1/4 काम पुरा हुआ है। शेष 3/4 काम बाकी है।

36 दिन काम हो गया इसलिए निर्धारित शेष समय $132-36 = 96$ दिन।

माना कि x मजदूर और लगाने पर निर्धारित समय मे काम पूरा होगा।

$\because$ 168 मजदूर 1/4 भाग 36 दिनो मे पूरा करता हैं।

$\therefore$ 168 मजदूर 1 भाग $= 36\times 4$ दिनो मे पूरा करेगा।

$\therefore$ 1 मजदूर 1 भाग $= 36\times 4\times 168$ दिनो मे पूरा करेगा।

$\therefore$ x+168 मजदूर 1 भाग $= \frac{36\times4\times168}{x+168}$ दिनो मे पूरा करेगा।

$\therefore$ x+168 मजदूर 3/4 भाग $= \frac{36\times4\times168}{x+168}\times\frac{3}{4} = 96$ (निर्धारित समय)

ie $= \frac{36\times4\times168}{x+168}\times\frac{3}{4} = 96$

$= \frac{36\times168\ \times 3}{x+168} = 96$

$= \frac{108\times168}{x+168} = 96$

$= x+168 = 189$

$\therefore\ x = 189-168 = 21$ मजदूर ANS

(8) TRICKY METHOD

$$\frac{LABOURS \times WORKING\ DAYS}{DONE\ WORKS} = \frac{(LABOURS + ADD\ LABOUERS) \times REMAINDER\ DAYS}{REMAINDER\ WORKS}$$

$$= \frac{168 \times 36}{1/4} = \frac{(168 + X) \times 96}{3/4}$$

$$= \frac{168 \times 36 \times 4}{1} = \frac{(168 + X) \times 96 \times 4}{3}$$

$$= \frac{168 \times 36}{1} = \frac{(168 + X) \times 96}{3}$$

$$= \frac{168 \times 36}{1} = \frac{(168 + X) \times 32}{1}$$

$$= \frac{21 \times 36}{1} = \frac{(168 + X) \times 4}{1}$$

$$= \frac{21 \times 9}{1} = \frac{(168 + X)}{1}$$

ie $x+168 = 189$

$\therefore\ x = 189 - 168$

$= 21$ labours ANS

(9) एक काम 40 दिनो मे समाप्त होने वाला था। कुछ मजदूर 24 दिनो मे 1/2 भाग कर लिया। 16 मजदूर और काम पर लगाए गए ताक काम नियत समय पर समाप्त हो गया तो बताए कि प्रारंभ मे कितना मजदूर काम पर लगाया गया था ?

माना कि प्रारंभ मे काम पर x मजदूर लगाया गया था।

$\because$ 24 दिनों मे 1/2 काम पुरा हुआ है। शेष 1/2 काम बाकी है।

24 दिन काम हो गया इसलिए निर्धारित शेष समय $40 - 24 = 16$ दिन।

$\because$ x मजदूर 1/2 भाग 24 दिनो मे पूरा करता हैं।

$\therefore$ x मजदूर 1 भाग $= 24 \times 2$ दिनो मे पूरा करेगा।

$\therefore$ 1 मजदूर 1 भाग $= 24 \times 2 \times x$ दिनो मे पूरा करेगा।

∴ x+16 मजदूर 1 भाग = $\frac{24\times2\times x}{x+16}$ दिनो मे पूरा करेगा।

∴ x+16 मजदूर 1/2 भाग $= \frac{24\times2\times x}{x+16}\times\frac{1}{2} = 16$ (निर्धारित समय)

ie $= \frac{48x}{x+16}\times\frac{1}{2} = 16$

$= \frac{24x}{x+16} = 16$

$= \frac{3x}{x+16} = 2$

$= 3x = 2x+32$

∴ $3x-2x = 32$

∴ x = 32 मजदूर ANS

(9) TRICKY METHOD

$$\frac{LABOURS \times WORKING\ DAYS}{DONE\ WORKS} = \frac{(LABOURS + ADD\ LABOUERS) \times REMAINDER\ DAYS}{REMAINDER\ WORKS}$$

$$= \frac{x \times 24}{1/2} = \frac{(x+16)\times 16}{1/2}$$

$$= \frac{x \times 24 \times 2}{1} = \frac{(x+16)\times 16 \times 2}{1}$$

$$= \frac{48x}{1} = \frac{(x+16)\times 32}{1}$$

ie $3x = 2(x+16)$

∴ $3x = 2x+32$

∴ $3x - 2x = 32$

∴ x = 32 labours ANS

(10) एक ठिकेदार एक काम को 62 दिनो मे पूरा करने का ठिका लिया। तथा उसने 60 मजदूरों को काम पर लगाया। परंतु 32 दिनो बाद उसे पता चला कि अभी 2/3 काम पुरा हुआ है। तो कितने मजदूरो को हटा दें कि शेष काम निर्धारित समय पर पुरा हो सके ?

∵ 32 दिनों मे 2/3 काम पुरा हुआ है। शेष 1/3 काम बाकी है।

32 दिन काम हो गया इसलिए निर्धारित शेष समय 62−32 = 30 दिन।

माना कि x मजदूर हटाने पर निर्धारित समय मे काम पूरा होगा।

∵ 60 मजदूर 2/3 भाग 32 दिनो मे पूरा करता हैं।

∴ 60 मजदूर 1 भाग $= 32\times\frac{3}{2}$ दिनो मे पूरा करेगा।

∴ 1 मजदूर 1 भाग $= 32\times\frac{3}{2}\times 60$ दिनो मे पूरा करेगा।

∴ $60-x$ मजदूर 1 भाग $= \frac{32\times3\times30}{60-x}$ दिनो मे पूरा करेगा।

∴ $60-x$ मजदूर 1/3 भाग $= \frac{32\times3\times30}{60-x}\times\frac{1}{3} = 30$ (निर्धारित समय)

ie $= \frac{32\times3\times30}{60-x}\times\frac{1}{3} = 30$

$= \frac{32}{60-x} = 1$

∴ $60-x = 32$

∴ $60-x-32 = 0$

∴ $28-x = 0$

∴ $x = 28$ ANS

(10) TRICKY METHOD

$$\frac{LABOURS\times WORKING\ DAYS}{DONE\ WORKS} = \frac{(LABOURS - ADD\ LABOUERS)\times REMAINDER\ DAYS}{REMAINDER\ WORKS}$$

$$= \frac{60\times32}{2/3} = \frac{(60-X)\times30}{1/3}$$

$$= \frac{60\times32\times3}{2} = \frac{(60-X)\times30\times3}{1}$$

$$= \frac{60\times16\times3}{1} = \frac{(60-X)\times90}{1}$$

$= \frac{60 \times 48}{1} = \frac{(60 - X) \times 90}{1}$

$= \frac{2 \times 48}{1} = \frac{(60 - X) \times 3}{1}$

$= 96 = 180 - 3X$

$= 180 - 3X - 96 = 0$

$= 84 - 3X = 0$

$\therefore\ 3x = 84$

$\therefore\ x = 28$ labours ANS

(11) A एक काम को 14 दिनो मे तथा B उसे 21 दिनो मे पुरा करता है। दोनो मिलकर काम शुरू किया परंतु काम समाप्त होने के 3 दिन पहले काम छोडकर चला गया। तो बताएं कि काम समाप्त होने मे कितना दिन लगेगा?

माना कि x दिनो मे काम समाप्त हुआ।

$\therefore$ A , x– 3 काम किया

$\because$ B , x दिनो तक काम करता रहा ।

$\therefore$ प्रश्नानुसार प्रत्येक के कार्य क्षमता अनुसार किया गया काम

$= \frac{x-3}{14} + \frac{x}{21} = 1$

ie $\frac{3(x-3)+2x}{42} = 1$

ie $\frac{3x-9+2x}{42} = 1$

ie $\frac{5x-9}{42} = 1$

ie $5x - 9 = 42$

ie $5x = 42+5$

ie $5x = 51$

$\therefore x = \frac{51}{5} = 10\frac{1}{5}$ days ANS

(11) TRICKY METHOD

WORKING TIME = $\frac{(A+K)B}{A+B}$

A = 14 DAYS

B= 21 DAYS

K = 3 days before Left (A)

WORKING TIME = $\frac{(A+K)B}{A+B}$

$= \frac{(14+3)21}{14+21}$

$= \frac{17 \times 21}{35}$

$= 10\frac{1}{5}$ DAYS ANS

(12) A , B तथा C एक काम को क्रमशः 40 , 20 तथा 30 दिनो मे एक काम पूरा कर सकता है। तीनो मिलकर काम शुरू किया परंतु काम समाप्त होने के 4 दिन पहले B काम छोडकर चला गया। इसके बाद C काम समाप्त होने के 2 दिन पहले काम छोडकर चला गया तो बताएं कि काम कितने दिनो मे समाप्त हुआ ?

माना कि x दिनो मे काम समाप्त हुआ।

∵ A , x दिनो तक काम करता रहां।

∴ B , x– 4 दिनो तक काम किया।

∴ C , x– 2 दिनो तक काम किया।

∴ प्रश्नानुसार प्रत्येक के कार्य क्षमता अनुसार किया गया काम

$= \frac{x}{40} + \frac{x-4}{20} + \frac{x-2}{30} = 1$

ie $\frac{3 \times x + 6(x-4) + 4(x-2)}{120} = 1$

ie $\frac{3x + 6x - 24 + 4x - 8}{120} = 1$

ie $\frac{13x - 32}{120} = 1$

ie $13x - 32 = 120$

ie $13x = 120 + 32$

ie $13x = 152$

$\therefore x = \frac{152}{13} = 11\frac{9}{13}$ days ANS

(12) TRICKY METHOD

WORKING TIME = $\frac{A \times B \times C}{(A \times B + B \times C + C \times A)} \times \left(1 + \frac{m}{B} + \frac{n}{C}\right)$

A = 40 Days, B= 20 Days , C = 30 Days

m = 4 days before Left (B)

n = 2 days before Left (C)

1 = Constant

Working Time $= \frac{A \times B \times C}{\{(A \times B) + (B \times C) + (C \times A)\}} \times \left(1 + \frac{m}{B} + \frac{n}{C}\right)$

$= \frac{40 \times 20 \times 30}{(40 \times 20) + (20 \times 30) + (30 \times 40)} \times \left(1 + \frac{4}{20} + \frac{2}{30}\right)$

$= \frac{24000}{(800 + 600 + 1200)} \times \left(1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}\right)$

$= \frac{24000}{2600} \times \left(\frac{60 + 12 + 4}{60}\right)$

$= \frac{24000}{2600} \times \frac{76}{60}$

$= \frac{152}{13}$ Days ANS

(13) A , B तथा C एक काम को क्रमश: 10 , 15 तथा 20 दिनो मे एक काम पूरा कर सकता है। तीनो मिलकर काम शुरू किया 2 दिन काम करने के बाद A काम छोडकर चला गया। इसके बाद काम समाप्त होने के 2 दिन पहले B काम छोडकर चला गया। तो बताएं कि काम कितने दिनो मे समाप्त हुआ ?

माना कि x दिनो मे काम समाप्त हुआ।

∵ A , 2 दिनो तक काम किया।

∵ B , x– 2 दिनो तक काम किया।

∵ C , x दिनो तक काम करता रहा।

∴ प्रश्नानुसार प्रत्येक के कार्य क्षमता अनुसार किया गया काम

$= \frac{2}{10} + \frac{x-2}{15} + \frac{x}{20} = 1$

ie $\frac{2 \times 6 + 4(x-2) + 3 \times x}{60} = 1$

ie $\frac{12 + 4x - 8 + 3x}{60} = 1$

ie $\frac{7x+4}{60} = 1$

ie $7x + 4 = 60$

ie $7x = 60 - 4$

ie $7x = 56$

∴ $x = \frac{56}{7} = 8$ days ANS

(14) यदि 3 आदमी और 4 लडका 3 दिनो मे 750 रूपये कमाता है। तथा 10 और 18 लडका 5 दिनो मे 4750 रूपये कमाता है। तो 14 आदमी और 10 लडका कितने दिनो मे 7600 रूपये कमाएगा ?

∵ 1 आदमी = x तथा 1 लडका = y माना

∴ प्रश्नानुसार

∵ 3x + 4y मिलकर 3 दिनो मे 750 रूपये कमाता है।

∴ 3x + 4y मिलकर 1 दिन मे $\frac{750}{3} = 250$ रूपये कमाएगा। ----------- (1)

∵ 10x + 18y मिलकर 5 दिनो मे 4750 रूपये कमाता है।

∴ 10x + 18y मिलकर 1 दिन मे $\frac{4750}{5} = 950$ रूपये कमाएगा। ----------- (2)

∴ समीकरण (1) और (2) से

$3x + 4y = 250$ ---------------------- (1) × 10 से गुणा करने पर

$10x + 18y = 950$ ------------------ (2)× 3 से गुणा करने पर

ie $30x+40y = 2500$

$30x + 54y = 2850$

$- \quad - \quad -$

$-14y = -350$

$\therefore y = \frac{350}{14} = 25$ RS /DAY

Now from equation (1) we get

$3x + 4y = 250$

$3x + 4\times 25 = 250$

ie $3x+100 = 250$

ie $3x = 250 - 100$

ie $3x = 150$

$\therefore x = \frac{150}{3} = 50$ RS /DAY

∴ 14x+10y मिलकर एक दिन मे $(14\times 50 + 10 \times 25)$ कमाएगा।

ie 14x+10y मिलकर एक दिन मे 950 RS कमाएगा।

∵ (14x+10y) मिलकर 950 RS 1 दिन मे कमाता हैं।

∴ (14x+10y) मिलकर 1 RS , $\frac{1}{950}$ दिन मे कमाएगा।

∴ (14x+10y) मिलकर 7600 RS , $\frac{1}{950} \times 7600$ दिन मे कमाएगा।

= 8 DAYS ANS

(15) A ,B , C तीन आदमी एक काम को करने के लिए लगाया गया। वे प्रतिदिन क्रमशः 8 , 9 तथा 10 घंटे काम करते है। तथा समय के अनुपात मे मजदूरी मिलती है। 3 दिन बाद वे सभी एक एक घंटा काम बढा देते है। तो काम 3 दिनो मे समाप्त हो गया। इस काम के लिए उन्हे कुल मजदूरी 5700 रूपये मिले तो प्रत्येक को कितने कितने मजदूरी मिलेगी ?

∵ प्रारंभ मे तीनो के कार्य करने के समय का अनुपात = 8 : 9 : 10

3 दिन बाद प्रत्येक के एक एक घंटा कार्य बढाने पर = (8+1):(9+1): (10+1)

= 9 : 10 : 11

ie दोनो समयो का संयुक्त अनुपात = (8+9) : (9+10) : (10+11)

= 17 : 19 : 21

ie दोनो समयो के संयुक्त अनुपातो का योगफल = (17 + 19 + 21) = 57

∴ A की कुल मजदूरी = $\frac{17}{57} \times 5700$ = 1700 RS

∴ B की कुल मजदूरी = $\frac{19}{57} \times 5700$ = 1900 RS

∴ C की कुल मजदूरी = $\frac{21}{57} \times 5700$ = 2100 RS ANS

(16) A ,B , C तीन आदमी एक काम को करने के लिए लगाया गया। वे प्रतिदिन क्रमशः 2 , 3 तथा 4 घंटे काम करते है। तथा समय के अनुपात मे मजदूरी मिलती है। 3 दिन बाद वे सभी दो दो घंटा काम बढा देते है। तो काम 5 दिनो मे समाप्त हो गया। इस काम के लिए उन्हे कुल मजदूरी 1200 रूपये मिले तो प्रत्येक की मजदूरी ज्ञात करे।

∵ प्रारंभ मे तीनो के कार्य करने के समय का अनुपात = 2 : 3 : 4

3 दिन बाद प्रत्येक के दो दो घंटा कार्य बढाने पर = (2+2):(3+2): (4+2)

= 4 : 5 : 6

ie दोनो समयो का संयुक्त अनुपात = (2+4) : (3+5) : (4+6)

= 6 : 8 : 10

ie दोनो समयो के संयुक्त अनुपातो का योगफल = (6 + 8 + 10) = 24

∴ A की कुल मजदूरी = $\frac{6}{24} \times 1200$ = 300 RS

∴ B की कुल मजदूरी = $\frac{8}{24} \times 1200$ = 400 RS

∴ C की कुल मजदूरी = $\frac{10}{24} \times 1200$ = 500 RS ANS

(17) A ,B , C तीन आदमी एक काम को करने के लिए लगाया गया। वे प्रतिदिन क्रमशः 3 , 4 तथा 5 घंटे काम करते है। तथा समय के अनुपात मे मजदूरी मिलती है। 4 दिन बाद वे क्रमशः 4, 2 तथा 1 घंटा काम बढा दिए तो काम 3 दिनो मे समाप्त हो गया। इस काम के लिए उन्हे कुल मजदूरी 3100 रूपये मिले तो प्रत्येक की मजदूरी ज्ञात करे।

∵ प्रारंभ मे तीनो के कार्य करने के समय का अनुपात = 3 : 4 : 5

4 दिन बाद 4 , 2 तथा 1 घंटा कार्य बढाने पर = (3+4):(4+2): (5+1)

= 7 : 6 : 6

ie दोनो समयो का संयुक्त अनुपात = (3+7) : (4+6) : (5+6)

= 10 : 10 : 11

ie दोनो समयो के संयुक्त अनुपातो का योगफल = (10 + 10 + 11) = 31

∴ A की कुल मजदूरी = $\frac{10}{31} \times 3100$ = 1000 RS

∴ B की कुल मजदूरी = $\frac{10}{31} \times 3100$ = 1000 RS

∴ C की कुल मजदूरी = $\frac{11}{31} \times 3100$ = 1100 RS ANS

(18) A तथा B दो श्रमिक को किसी काम मे लगाया गयझं A अकेला काम करता तो उसे उस समय से 4 दिन अधिक लगता जिस समय (A+B) करने से। यदि B अकेला करता तो (A+B) मिलकर काम करने की अपेक्षा $6\frac{1}{4}$ दिन अधिक समय लगता है तो दोनो मिलकर उसे कितने दिनो मे करेंगे?

माना कि (A+B) मिलकर x दिनो मे पुरा करेगे।

∴ प्रश्नानुसार A अकेला उसे x+4 दिनो मे पुरा करेगा।

∴ प्रश्नानुसार B अकेला उसे x+ $6\frac{1}{4}$ दिनो मे पुरा करेगा।

∵ (A+B) मिलकर x दिनो मे 1 काम पुरा करता है।

∴ (A+B) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{x}$ भाग करेगा।

ie $\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+\frac{25}{4}} = \frac{1}{x}$

ie $\frac{1}{x+4} + \frac{4}{4x+25} = \frac{1}{x}$

ie $\frac{4x+25+4(x+4)}{(x+4)(4x+25)} = \frac{1}{x}$

ie $\frac{4x+25+4x+16}{(x+4)(4x+25)} = \frac{1}{x}$

ie $\frac{8x+41}{4x^2+41x+100} = \frac{1}{x}$

ie $8x^2 + 41x = 4x^2 + 41x + 100$

ie $8x^2 + 41x - 4x^2 - 41x - 100 = 0$

ie $4x^2 - 100 = 0$

ie $4x^2 = 100$

ie $x^2 = \frac{100}{4} = 25$

∴ $x = \sqrt{25} = 5$ days ANS

(19) एक छावनी मे 1200 सैनिको के लिए 40 दिनो तक का भोजन सामग्री था। यदि उस छावनी मे 300 सैनिक और आ गए तो वह भोजन सामग्री कितने दिनो तक चलेगा?

∵ 1200 सैनिको के लिए 40 दिनो की भोजन सामग्री है।

∴ 1 सैनिक के लिए = 40×1200 दिनो तक भोजन सामग्री चलेगी।

∴ 1500 सैनिक के लिए = $\frac{40\times1200}{1500}$ दिनो तक भोजन सामग्री चलेगी।

= 32 days ANS

(19) TRICKY METHOD

REMAINDER FOOD MATERIAL = $\frac{X\times m}{(X+Y)}$

X = 1200 (प्रारंभ मे सैनिको की संख्या)

Y = 300 (बाद मे आने वाले सैनिको की संख्या)

M = 40 DAYS (निश्चित दिनो तक की भोजन सामग्री)

REMAINDER FOOD MATERIAL $= \frac{X\times M}{(X+Y)}$

$= \frac{1200\times40}{(1200+300)}$

$= \frac{48000}{1500}$

= 32 Days ANS

(20) एक छावनी मे 1600 सैनिको के लिए 50 दिनो तक का भोजन सामग्री था। यदि 20 दिनो बाद उस छावनी मे 400 सैनिक और आ गए तो वह भोजन सामग्री कितने दिनो तक चलेगा?

$\because$ 1600 सैनिको के लिए 50 दिनो की भोजन सामग्री है।

$\because$ 20 दिन खाने के बाद (50–20) = 30 दिनो तक का शेष भोजन सामग्रीं।

$\because$ 1600 सैनिको के लिए अब 30 दिनो की शेष भोजन सामग्री है।

$\therefore$ 1 सैनिक के लिए = 30 × 1600 दिनो तक भोजन सामग्री चलेगी।

$\therefore$ 2000 सैनिक के लिए = $\frac{30\times1600}{2000}$ दिनो तक भोजन सामग्री चलेगी।

= 24 days ANS

(20) TRICKY METHOD

REMAINDER FOOD MATERIAL = $\frac{X(M-N)}{(X+Y)}$

X = 1200 (प्रारंभ मे सैनिको की संख्या)

Y = 300 (बाद मे आने वाले सैनिको की संख्या)

M = 50 DAYS (निश्चित दिनो तक की भोजन सामग्री)

N = 20 DAYS (निश्चित खाने के दिनो के बाद)

REMAINDER FOOD MATERIAL = $\frac{X(M-N)}{(X+Y)}$

$= \frac{1600(50-20)}{(1600+400)}$

$= \frac{1600\times30}{2000}$

$= \frac{48000}{2000}$

= 24 days ANS

(21) एक छावनी मे 2100 सैनिको के लिए 60 दिनो तक का भोजन सामग्री था। यदि 32 दिनो बाद उस छावनी से 300 सैनिक चले गए तो वह भोजन सामग्री कितने दिनो तक चलेगा?

$\because$ 2100 सैनिको के लिए 60 दिनो की भोजन सामग्री है।

$\because$ 32 दिन खाने के बाद (60–32) = 28 दिनो तक का शेष भोजन सामग्रीं ।

$\therefore$ शेष सैनिको की संख्या = 2100 – 300 = 1800

$\because$ 2100 सैनिको के लिए अब 28 दिनो की शेष भोजन सामग्री है।

$\therefore$ 1 सैनिक के लिए = 28 × 2100 दिनो तक भोजन सामग्री चलेगी।

$\therefore$ 1800 सैनिक के लिए $= \frac{28\times2100}{1800}$ दिनो तक भोजन सामग्री चलेगी।

$= 32\frac{2}{3}$ days ANS

(21) TRICKY METHOD

REMAINDER FOOD MATERIAL = $\frac{X(M-N)}{(X-Y)}$

X = 2100 (प्रारंभ मे सैनिको की संख्या)

Y = 300 (बाद मे जाने वाले सैनिको की संख्या)

M = 60 DAYS (निश्चित दिनो तक की भोजन सामग्री)

N = 32 DAYS (निश्चित खाने के दिनो के बाद)

REMAINDER FOOD MATERIAL $= \frac{X(M-N)}{(X-Y)}$

$= \frac{2100(60-32)}{(2100-300)}$

$= \frac{2100\times28}{1800} = \frac{21\times28}{18} = 32\frac{2}{3}$ days Ans

(22) राम एक काम को 9 दिनो मे पुरा करता है। तथा श्याम, राम से 50% अधिक तेजी से काम करता है तो श्याम उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेगा?

(22) TRICKY METHOD

Shyam's Time $= \frac{X\times100}{(100+Y\,\%)}$

X = (राम के कार्य करने का समय) = 9 days

Y = (श्याम की कार्य क्षमता राम के सापेक्ष प्रतिशत मे) = 50 %

100 = constant

Time $= \frac{X\times100}{(100+Y\,\%)} = \frac{9\times100}{(100+50)} = \frac{9\times100}{150} = 6$ days Ans

(23) A एक काम को 15 दिनो मे पुरा करता है। तथा श्याम उसी काम को 20 दिनो मे करता है। दोनो मिलकर कार्य प्रारंभ करते हैं। किन्तु A कार्य प्रारंभ होने के 5 दिन बाद काम छोडकर चला गया तो वह कार्य कितने दिनो मे पूरा होगा ?

(23) TRICKY METHOD

Time $= \frac{(X-Z)\times Y}{X}$

X = (A के कार्य करने का समय) = 15 days

Y = (B के कार्य करने का समय) = 20 Days

Z = (A के कार्य छोडकर जाने का समय) = 5 days

Time $= \frac{(X-Z)\times Y}{X}$

$= \frac{(15-5)\times 20}{15}$

$= \frac{10\times 20}{15}$

$= \frac{200}{15} = 13\frac{1}{3}$ Days Ans

(24) A एक काम को 15 दिनो मे पुरा करता है। तथा B उसी काम को 12 दिनो मे करता है। दोनो मिलकर उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेंगे?

(24) TRICKY METHOD

Time $= \frac{(A\times B)}{A+B}$

A = (A के कार्य करने का समय) = 15 days

B = (B के कार्य करने का समय) = 12 Days

Time $= \frac{(A\times B)}{A+B}$

$= \frac{(15\times 12)}{15+12} = \frac{180}{27} = 6\frac{2}{3}$ Days ANS

(25) 10 लडका या 18 लडकी एक काम को 15 दिनो मे पुरा करते है। तो 25 लडका तथा 15 लडकी उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेंगे?

(25) TRICKY METHOD

Time = $\frac{T}{\frac{C}{A}+\frac{D}{B}}$ Days

T = (प्रारंभ मे कार्य समाप्त होने का समय) = 15 Days

A = (लडको की संख्या) = 10 , B = (लडकियो की संख्या) = 18

C = (बाद मे लगाए गए लडको की संख्या) = 25

D = (बाद मे लगाए गए लडकियों की संख्या) = 15

Time = $\frac{T}{\frac{C}{A}+\frac{D}{B}}$ Days

= $\frac{15}{\frac{25}{10}+\frac{15}{18}}$ Days

= $\frac{15}{\frac{225+75}{90}}$ Days = $\frac{15\times90}{300}$ Days = $4\frac{1}{2}$ Days ANS

(26) राम किसी काम को करने मे श्याम ,मोहन, तथा सोहन का 12 गुणा समय लेता है। यदि चारो मिलकर उसी काम को 15 दिनो मे पुरा कर सकता है तो राम अकेला उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेगा?

(26) TRICKY METHOD

यदि A किसी काम को करने मे B,C तथा D का **x** गुणा समय ले तो Aको कार्य करने मे लगा समय

Time = (x + 1) × (A, B, C & D के एक साथ कार्य करने मे लगा समय)

ie (x+1) ×15 days X = 12 गुणा (1 = constant)

ie (12+1) ×15

ie 13 ×15 = 195 days ANS

(27) A , B तथा C तीनो किसी काम को प्रारंभ करते हैं। A अकेला उसे $12\frac{1}{2}$ दिनो मे , B अकेला उसे 10 दिनो मे तथा C अकेला उसे 12 दिनो मे पुरा कर सकता हैं।सभी एक साथ एक दिन काम करने के बाद A और C चले जाते है। B काम करते रहता है। $3\frac{1}{2}$ दिनो बाद C पुनः आता हैं। और अपने साथ D को लाता है। B , C तथा Dमिलकर शेष काम को 2 दिनो मे पुरा करते है। तो बताऐ कि D अकेला उसे कितने दिनो मे पुरा कर सकता हैं।

$\because$ A +B+ C मिलकर 1 दिन मे $\frac{2}{25}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}=\frac{24+30+25}{300}=\frac{79}{300}$ भाग किया।

तीनो 1 दिन काम करने के बाद (A+C) चला गया।

$\because$ B अकेला $\frac{7}{2}$ दिनो तक काम किया।

$\therefore$ B अकेला $\frac{7}{2}$ दिनो मे $\frac{7}{2\times10}=\frac{7}{20}$ भाग करेगा।

अब तक किया गया काम $\frac{79}{300}+\frac{7}{20}=\frac{79+105}{300}=\frac{184}{300}=\frac{46}{75}$ भाग पुरा हुआ।

$\therefore$ शेष काम $=1-\frac{46}{75}=\frac{75-46}{75}=\frac{29}{75}$ भाग

इसके बाद C और D काम पर आया।

$\because$ (B+C+D) मिलकर 2 दिनो मे $\frac{29}{75}$ भाग किया

$\therefore$ (B+C+D) मिलकर 1 दिनो मे $\frac{29}{75\times2}=\frac{29}{150}$ भाग किया

$\therefore$ D अकेला 1 दिन मे (B+C+D) – (B+C) $=\frac{29}{150}-(\frac{1}{10}+\frac{1}{12})$

$$=\frac{29}{150}-\frac{11}{60}$$

$$=\frac{58-55}{300}$$

$$=\frac{3}{300}=\frac{1}{100}\text{ भाग}$$

$\because$ D अकेला $\frac{1}{100}$ भाग 1 दिन मे करता है।

$\therefore$ D अकेला 1 भाग $1\div\frac{1}{100}=1\times\frac{100}{1}=100$ दिन मे करेगा।

(28) A , B तथा C एक काम को 8 दिनो मे करते है। B , C तथा D उसी काम को 10 दिनो मे करते है। A , C तथा D उसे 16 दिनो मे करते है। A , B तथा D उसे 20 दिनो मे करते है। तो A , B, C, D मिलकर उसे कितने दिनो मे पुरा करेगे?

∵ (A+B+C) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{8}$ भाग करते हैं।

∵ (B+C+D) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{10}$ भाग करते हैं।

∵ (A+C+D) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{16}$ भाग करते हैं।

∵ (A+B+D) मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{20}$ भाग करते हैं।

∴ सभी { (A+B+C) + (B+C+D) + (A+C+D) + (A+B+D) } एक साथ मिलकर 1 दिन मे = $\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{16}+\frac{1}{20}=\frac{10+8+5+4}{80}=\frac{27}{80}$ भाग करते है। अर्थात

∵ 3(A+B+C+D) एक साथ मिलकर 1 दिन मे $\frac{27}{80}$ भाग करते है।

∴ (A+B+C+D) एक साथ मिलकर 1 दिन मे $\frac{27}{80\times3}$ भाग करेगें।

ie (A+B+C+D) एक साथ मिलकर $\frac{27}{240}$ भाग 1 दिन मे करते है।

∴ (A+B+C+D) एक साथ मिलकर 1 भाग $1\div\frac{27}{240}$ दिन मे करेंगे।

$= 1\times\frac{240}{27}$

$= 8\frac{8}{9}$ days ANS

(29) एक मकान किसी ठेकेदार को 2750 रूपये मे दिए गए जिसे उसको 25 मजदूरो मे बांटना है। उसने उस राशी का 20% बेईमानी कर शेष राशी को मजदूरो मे बांट दिया। यदि उन मजदूरो मे पुरूष और महिलाओ का अनुपात 2:3 है। एवं उनकी मजदूरी का अनुपात 5:4 है तो एक पुरूष और एक महिला की मजदूरी ज्ञात करे।

∵ ठिकेदार 20% बेईमानी करता है। शेष 80% रकम मजदूरो मे बांटता है।

∴ मूल राशी का 80% = $2750\times\frac{80}{100}=2200$ रूपये

पुरूषों और महिलाओ का अनुपात 2 : 3

पुरूषों और महिलाओ के मजदूरी का अनुपात 5 : 4

∴ पुरूषों और महिलाओ के मिलने वाली मजदूरीका अनुपात $(2 \times 5) : (3 \times 4)$

$= 10 : 12$

∴ अनुपातों का योंगफल $= 10 + 12 = 22$

∴ पुरूषो को मिलने वाली कुल राशी $= \frac{10}{22} \times 2200 = 1000$

∴ महिलाओं को मिलने वाली कुल राशी $= \frac{12}{22} \times 2200 = 1200$

∴ पुरूषो की संख्या $= \frac{2}{5} \times 25 = 10$

∴ महिलाओं की संख्या $= \frac{3}{5} \times 25 = 15$

∵ 10 पुरूषो की मजदूरी 1000 रूपये है।

∴ 1 पुरूष की मजदूरी $= \frac{1000}{10} = 100$ रूपये ANS

∵ 15 महिलाओ की मजदूरी 1200 रूपये है।

∴ 1 महिला की मजदूरी $= \frac{1200}{15} = 80$ रूपये ANS

(30) A और B एक काम को 6 दिनो मे कर सकते हैं। पहले A ने 4 दिनो तक कार्य करके चला गया। तब B बचे हुए काम को 9 दिनो मे पुरा किया तो बताऐं कि A अकेला उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेगा?

माना कि A उस काम को X दिनो मे पुरा करेगा।

∵ A अकेला X दिनो मे 1 काम करता हैं।

∴ A अकेला 1 दिनो मे $\frac{1}{x}$ काम करेंगा।

∴ A अकेला 4 दिनो मे $\frac{1}{x} \times 4 = \frac{4}{x}$ काम करेंगा।

∴ शेष काम $= 1 - \frac{4}{x} = \frac{x-4}{x}$ भाग

प्रश्नानुसार

∵ B 9 दिनो मे $\frac{x-4}{x}$ भाग काम करता हैं।

∴ B 1 दिन मे $\frac{x-4}{9x}$ काम करेंगा।

∵ (A+B) मिलकर 6 दिनो मे 1 काम पुरा करता है।

∵ (A+B) मिलकर 1 दिनो मे $\frac{1}{6}$ काम पुरा करेगा।

ie $\frac{1}{x}+\frac{x-4}{9x} = \frac{1}{6}$

ie $\frac{9+x-4}{9x} = \frac{1}{6}$

ie $\frac{x+5}{9x} = \frac{1}{6}$

ie 9x =6x+30

ie $9x-6x-30=0$

ie $3x-30=0$

ie $3x = 30$ ∴ $x = 10$ days ANS

(31) A और B मिलकर एक काम को 12 दिनो मे कर सकते हैं। तथा B और C मिलकर उसी काम को 16 दिनो मे कर सकते हैं। A तथा B के क्रमशः 5 और 7 दिन कार्य करने के बाद C बचे हुए काम को 11 दिनो मे पुरा किया तो बताऐं कि A अकेला उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेगा?

माना कि A उस काम को X दिनो मे पुरा करेगा।

∵ A अकेला X दिनो मे 1 काम करता हैं।

∴ A अकेला 1 दिनो मे $\frac{1}{x}$ काम करेंगा।

∴ B अकेला 1 दिनो मे $\frac{1}{12}-\frac{1}{x}=\frac{X-12}{12x}$ काम करेंगा।

∴ C अकेला 1 दिनो मे $\frac{1}{16}-\left(\frac{X-12}{12x}\right) = \frac{3X-4X-48}{48x} = \frac{48-x}{48X}$ काम करेंगा।

∴ प्रश्नानुसार $\frac{5}{x}+\frac{7(x-12)}{12x}+\frac{11(48-x)}{48x} = 1$

ie $\frac{5}{x}+\frac{7x-84}{12x}+\frac{528-11x}{48x} = 1$

ie $\frac{240+28x-336+528-11x}{48x} = 1$

ie $\frac{17x+432}{48x} = 1$

ie 48x = 17x+432

ie 48x − 17x −432 = 0

ie 31x − 432 = 0

ie 31x = 432

∴ $x = \frac{432}{31} = 13\frac{29}{31}$ Days ANS

(32) एक कुएं मे सोते से पानी जो एक बराबर सा चलते रहता है। जब कुए मे 10000 घन फिट पानी होता है तो 7 मनुष्य उसको 20 दिनो मे खाली कर सकते है। और जब 15000 घन फिट पानी हो तो 5 मनुष्य 50 दिनो मे खाली कर सकता है तो बताऐ कि कितना घन फिट पानी सोते से प्रतिदिन आता है?

माना कि प्रतिदिन कुए मे X घन फिट सोते से पानी आता है।

1st Condition

∴ 20 दिनो मे सोते से 20 X घन फिट पानी आएगा।

∴ पानी की कुल मात्रा = 10000 + 20X घन फिट जिसे 7 मनुष्य 20 दिनो मे खाली करता है।

2nd Condition

∴ 50 दिनो मे सोते से 50 X घन फिट पानी आएगा।

∴ पानी की कुल मात्रा = 15000 + 50X घन फिट जिसे 5 मनुष्य 50 दिनो मे खाली करता है।

∵ 10000 + 20X घन फिट पानी 7 मनुष्य 20 दिनो मे खाली करता है।

∴ "	"	1	20×7	"	"
∴ 1	"	1	$\frac{20\times7}{10000+20x}$	"	"
∴ 1	"	5	$\frac{20\times7}{(10000+20x)5}$	"	"

∴ 15000+50x " 5 $\frac{20\times7\,(15000+50x)}{(10000+20x)5} = 50$

By question $= \frac{4\times7\,(15000+50x)}{(10000+20x)} = 50$

$= \frac{4\times7\times50(300+1x)}{20(500+1x)} = 50$

$= \frac{7\,(300+1x)}{5(500+1x)} = 1$

$= \frac{2100+7x}{2500+5x} = 1$

ie 2500 + 5x = 2100 +7x

ie 2500 + 5x – 2100 +7x = 0

ie 400 – 2x = 0

ie 2x = 400

$\therefore x = 200$ घन फिट ANS

(33) A और B मिलकर एक काम को 6 दिनो मे कर सकते हैं। A अकेला 5 दिन कार्य करने के बाद काम छोड दिया । बचे हुए काम को B 7 दिनो मे पुरा किया तो बताऐं कि B अकेला उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेगा?

∵ A 5 दिन + B 7 दिन काम किया = 1 काम पुरा हुआ। अर्थात

ie 5A + 7B मिलकर 1 काम पुरा किया।

ie 5A + (5B+2B) मिलकर 1 काम पुरा किया।

ie (5A + 5B) + 2B मिलकर 1 काम पुरा कियां।

ie 5(A + B) + 2B मिलकर 1 काम पुरा कियां।

∵ (A + B) मिलकर 6 दिनो मे 1 काम पुरा करता है।

∴ (A + B) मिलकर 1 दिनो मे $\frac{1}{6}$ काम पुरा करता है।

ie 5(A + B) +2B मिलकर 1 काम पुरा कियां।

ie $5\times\frac{1}{6}$ + 2B मिलकर 1 काम पुरा किया

ie $\frac{5}{6}$ + 2B मिलकर 1 काम पुरा किया

∴ 2B का काम $= 1-\frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ भाग 1 दिन मे करता हैं।

∴ 2B 1 भाग 6 दिन मे करेगा ।

∴ B अकेला 1 भाग $6 \times 2 = 12$ दिनो मे करेगा । ANS

(34) एक ठिकेदार ने अनुमान लगाया कि दो राजमित्रियों मे से A किसी दीवार को 9 घंटो मे तथा दुसरा B उसी दीवार को 10 घंटे मे बना सकता है। उसको अपने अनुमान से ज्ञात होता है कि जब दोनो राजमित्री एक साथ काम करता है तब वह प्रतिघंआ 10 ईंट कम लगाता है। दोनो एक साथ काम पर लगाने के बाद 5 घंटे मे दीवार बन गई तो बताए कि दीवार मे कुल कितने ईंटे थी?

माना कि प्रतिघंटे x ईंटे जोडी जाती है।

∵ A मजदूर 9 घंटे मे एक दीवार बनाता हैं।

∴ " 1 " $\frac{1}{9}$ भाग बनाएगा।

∵ B मजदूर 10 घंटे मे एक दीवार बनाता हैं।

∴ " 1 " $\frac{1}{10}$ भाग बनाएगा।

∴ (A+B) मिलकर 1 घंटा मे $\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right) = \frac{19}{90}$ भाग करता है।

∵ $\frac{19}{90}$ भाग दोनो मिलकर 1 घंटा मे करता हैं।

∴ 1 " " $1 \div \frac{19}{90} = 1 \times \frac{90}{19} = \frac{90}{19}$ घंटा

∴ प्रश्नानुसार ईंटो की कुल संख्या $= \frac{90}{19} \times x = \frac{90x}{19}$

∵ जब दोनो एक साथ काम करते है तब प्रतिघंटा ईंटो की जोडाई = X-10 ईट जोडाई करते हुए 5 घंटे मे काम पुरा करता है।

∴ प्रश्नानुसार $\frac{90x}{19} \div (x-10) = 5$

ie $\frac{90x}{19} \times \frac{1}{(x-10)} = 5$

ie $\frac{90x}{19(x-10)} = 5$

ie $\frac{90x}{19x-190} = 5$

ie 95x −950 = $90x$

ie 95x −950 − $90x$ = 0

ie 5x = 950

∴ X = 190

∴ ईटो की संख्या $= \frac{90x}{19} = \frac{90\times190}{19} = 900$ ANS

(35) 3 पुरूष एक काम को 1 दिन मे पुरा करता है। उसी काम को 8 स्त्रियां $\frac{3}{4}$ दिनो मे पुरा करती हैं। तथा उसी काम को 18 बच्चे $\frac{1}{2}$ दिन मे पुरा कर सकता है। यदि 3 स्त्री तथा 3 बच्चे को एक दिन के लिए काम पर लगाया गया तो कितने पुरूषो को कितने दिनो के लिए काम पर लगाया जाए कि वह काम पुरा हो सके?

∵ 3 पुरूष एक काम को 1 दिन मे पुरा करता है।

∴ 1 " " $1 \times 3 = 3$ days ------------- (1)

∵ 8 स्त्रियां एक काम को $\frac{3}{4}$ दिन मे पुरा करती है।

∴ 1 " " $\frac{3}{4} \times 8 = 6$ days

∴ 2 " " $\frac{6}{2} = 3$ days ------------- (2)

∵ 18 बच्चे उसी काम को $\frac{1}{2}$ दिन मे पुरा करते है।

∴ 1 " " $\frac{1}{2} \times 18 = 9$ days

∴ 3 " " $\frac{9}{3} = 3$ days ------------- (3)

समीकरण (1),(2) और (3) से तीनो की कार्यक्षमता मालूम हो जाएगा। अर्थात

1 पुरूष = 2 स्त्रियां = 3 बच्चे उस काम को 3 दिनो मे करता है। अर्थात

2 स्त्रिया = 1 पुरूष

$\therefore$ 1 स्त्री = $\frac{1}{2}$ पुरूष

$\therefore$ 3 स्त्री = $\frac{3}{2}$ पुरूष

अब प्रश्नानुसार

3 स्त्री + 3बच्चे को 1 दिन के लिए काम पर लगाया गया।

ie ($\frac{3}{2}$ पुरूष + 1 पुरूष) " " "

ie $\frac{5}{2}$ पुरूष " " "

$\because$ 3 पुरूष 1 दिन मे एक काम पुरा करता है।

$\therefore$ 1 " 1 " $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ भाग

$\therefore \frac{5}{2}$ " 1 " $\frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6}$ भाग करेगा।

$\therefore$ शेष काम $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ भाग और करना है।

$\because$ 1 पुरूष 1 काम को 3 दिन मे पुरा करता है।

$\therefore$ 1 पुरूष $\frac{1}{6}$ भाग को $3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ दिन मे पुरा करेगा।

अर्थात 1 पुरूष को $\frac{1}{2}$ दिन के लिए काम पर लगाया जाएगा तभी निर्धारित समय पर काम पुरा होगा। ANS

(36) 40 मजदूरों ने एक काम को 25 दिनो मे पुरा करने का ठेका लिया। यदि वे सभी मजदूर काम पर लगते तो नियत समय पर पुरा हो जाता। लेकिन हर 10 दिनो बाद 8 मजदूर काम छोडने लगे तो बताए कि वह काम कितने दिनो मे समाप्त हुआ ?

पहले 10 दिनो की पारी मे 40मजदूरो द्वारा किया गया कार्य $\frac{10\times40}{25\times40} = \frac{2}{5}$ भाग

दुसरे 10 दिनो मे (40-8) मजदूरो द्वारा किया गया कार्य $\frac{10\times32}{25\times40} = \frac{8}{25}$ भाग

तिसरे 10 दिनो मे (32-8) मजदूरो द्वारा किया गया कार्य $\frac{10\times24}{25\times40} = \frac{6}{25}$ भाग

चौथे 10 दिनो मे(24−8) मजदूरो द्वारा किया गया कार्य $\frac{10\times16}{25\times40} = \frac{4}{25}$ भाग

तिसरे पारी तक अर्थात 30 दिनो मे किया गया कार्यों का योग

$= \frac{2}{5} + \frac{8}{25} + \frac{6}{25} = \frac{24}{25}$ भाग काम पुरा हो गया।

∴ शेष काम $= 1 - \frac{24}{25} = \frac{1}{25}$ भाग और करना होगा तब काम पुरा होगा।

यदि चौथे 10 दिनो की पारी का काम शामिल होता तो इतने

दिनो मे (24-8) मजदूरो द्वारा किया गया कार्य $\frac{10\times16}{25\times40} = \frac{4}{25}$ भाग होता।

∵30 दिनो तक काम करने के बाद शेष $\frac{1}{25}$ भाग और करना होगा।

∵ $\frac{4}{25}$ भाग चौथे पारी के 10 दिनो मे करता है।

∴ 1 " " $10 \times \frac{25}{4} = \frac{250}{4}$ days

∴ $\frac{1}{25}$ " " $\frac{250}{4} \times \frac{1}{25} = \frac{5}{2}$ days

∴ काम पुरा होने मे लगा समाय $= 30 + \frac{5}{2} = 32\frac{1}{2}$ दिन ANS

(37) तीन मजदूर A ,B ,C ने एक काम पुरा करने का ठेका लिया। जिसमे Aने 5 दिनो तक Bने 7 दिनो तक तथा C ने 9 दिनो तक कार्य किया। उनकी मजदूरी प्रतिदिन 4: 3: 2 मे है। उनको कुल मजदूरी 1180 रूपये मिलता है तो बताऐ कि प्रत्येक को कितनी मजदूरी मिली?

∵ प्रत्येक की मजदूरी उसकी कार्यक्षमता के अनुपात मे मिलनी चाहिए।

ie A B C

$(5\times 4) : (7\times 3) : (9\times 2)$

ie 20 : 21 : 18

∴ कार्य अनुपातो का योगफल = (20+21+18) = 59

∴ A को 5 दिनो की मजदूरी कार्यक्षमता के अनुसार $= \frac{20}{59} \times 1180 = 400$ RS

∴ B को 7 दिनो की मजदूरी कार्यक्षमता के अनुसार $= \frac{21}{59} \times 1180 = 420$ RS

∴ C को 9 दिनो की मजदूरी कार्यक्षमता के अनुसार $= \frac{18}{59} \times 1180 = 360$ RS

(38) यदि 9 मजदूर 6 एकड फसल को 10 दिनो मे काट सकता है। तो कितने मजदूर 12 एकड फसल को 15 दिनो मे काटेगे?

माना कि x मजदूर उक्त फसल काट सकता हैं।

∵ 9 मजदूर 6 एकड फसल को 10 दिनो मे काट सकता है।

∴ 1 " " " $10 \times 9 = 90$ days

∴ 1 " 1 " $\frac{10\times9}{6}$ days

∴ 1 " 12 " $\frac{10\times9\times12}{6}$ days

∴ X " 12 " $\frac{10\times9\times12}{6X} = 15$ days (By question)

ie $90X = 1080$ (according to question)

∴ $x = \frac{1080}{90} = 12$ मजदूर ANS

(38) TRICKY METHOD

* अज्ञात राशी को हमेशा हर मे रखा जाएगा तभी समीकरण संतुलित होगां।

*यदि काम ज्यादा हो तो समय अधिक लगेगा।

*यदि मजदूर कम हो तो निश्चित काम पुरा होने मे अधिक समय लगेगा।

*निश्चित काम को कम समय मे पुरा कराने के लिए ज्यादा मजदूर लगाने होगे। प्रश्नानुसार

ie $\frac{9}{X} \times \frac{12}{6} \times \frac{10}{15} = 1$

ie $\frac{12}{x} = 1$

∴ $x = 12$ मजदूर ANS

(39) यदि 72 मजदूर एक खाई जो 324 गज लम्बा 12 गज चौडा तथा 8 फिट गहरे है जिसे प्रतिदिन 9 घंटे काम करके 9 दिनो मे खोद सकता हैं। तो 1458 गज लम्बा 40 फिट चौडे और 3 गज गहरी खाई को 9 घ्रटे प्रतिदिन काम करने कितने मजदूर 36 दिनो मे खोदेंगे?

* अज्ञात राशी को हमेशा हर मे रखा जाएगा तभी समीकरण संतुलित होगां।
*यदि काम ज्यादा हो तो समय अधिक लगेगा।
*यदि मजदूर कम हो तो काम पुरा होने मे अधिक समय लगेगा।
*अधिक काम को कम समय मे पुरा कराने के लिए ज्यादा मजदूर लगाने होगे।

प्रश्नानुसार

ie मजदूर : (लम्बाई × चौडाई ×गहराई) : प्रतिघंटा काम : लगा समय

(गज को फिट मे बदलने के लिए 3 से गुणा करें।)

ie $\frac{a}{a1} \times \frac{b}{b1} \times \frac{c}{c1} \times \frac{d}{d1} \times \frac{e}{e1} \times \frac{f}{f1} = 1$ (constant)

ie $\frac{72}{X} \times \frac{1458 \times 3}{324 \times 3} \times \frac{40}{3 \times 12} \times \frac{3 \times 3}{8} \times \frac{12}{9} \times \frac{9}{36} = 1$

ie $\frac{135}{X} = 1$ $\therefore X = 135$ मजदूर ANS

(40) यदि कुछ मजदूर 250 मीटर लम्बा 32 मीटर चौडा तथा 12 मीटर गहरे एक खाई को प्रतिदिन 8 घंटे काम करके 6 दिनो मे खोद सकता हैं। तो 500 मीटर लम्बा 10 मीटर चौडा और 38 मीटर गहरे खाई को 10 घ्रटे प्रतिदिन काम करने कितने दिनो मे खोदेंगे?

* अज्ञात राशी को हमेशा हर मे रखा जाएगा तभी समीकरण संतुलित होगां।
*यदि काम ज्यादा हो तो समय अधिक लगेगा।
*यदि मजदूर कम हो तो काम पुरा होने मे अधिक समय लगेगा।
*अधिक काम को कम समय मे पुरा कराने के लिए ज्यादा मजदूर लगाने होगे।

प्रश्नानुसार माना कि काम x दिनो मे पुरा होगा।

ie मजदूर : (लम्बाई × चौडाई ×गहराई) : प्रतिघंटा काम : लगा समय

ie $\frac{a}{a1} \times \frac{b}{b1} \times \frac{c}{c1} \times \frac{d}{d1} \times \frac{e}{e1} \times \frac{f}{f1}$ = 1 (constant)

ie $\frac{M}{M} \times \frac{500}{250} \times \frac{10}{32} \times \frac{8}{12} \times \frac{8}{10} \times \frac{6}{x} = 1$

ie $\frac{2}{X} = 1$

∴ X = 2 दिन   ANS

(41) एक काम के एवज मे 4200 रूपयें की राशी को 4 आदमी 5 औरत तथ्रर 6 लडको मे बीच इस प्रकार बांटना है कि 1 आदमी 1 औरत तथा 1 लडका को 9 : 8 : 4 के अनुपात मे हिस्सा मिले तो बताऐ कि प्रत्येक का हिस्सा ज्ञात करें।

माना कि एक आदमी को = X रूपये

एक औरत को = Y रूपये

एक बच्चा को = Z रूपये

ie 4x +5y+6z = 4200 ------------------------- (1)

प्रत्येक के हिस्से का अनुपात = 9 : 8 : 4

ie $\frac{X}{9} = \frac{Y}{8} = \frac{Z}{4}$ = K   say

ie X = 9K

Y = 8K

Z = 4K

ie 4x +5y+6z = 4200 now from equation (1)

ie $(4\times 9k) + (5 \times 8k) + (6 \times 4k) = 4200$

ie 36k+40k+24k = 4200

ie 100k = 4200

∴ k = $\frac{4200}{100}$ = 42

∴ x = 9k = 9× 42 = 378 RS

∴ y = 8k = 8× 42 = 336 RS

∴ Z = 4k = 4× 42 = 168 RS ANS

(42) X किसी काम को Yसे 3 दिन कम मे कर सकता है। X ने अकेला 4 दिनो तक काम किया। तथा शेष काम Y ने अकेला किया। यदि सम्पूर्ण काम 14 दिनो मे पुरा हुआ तो प्रत्येक कितना समय मे पुरा करेगा?

∴ Y−X = 3 --------------------- (1) According to question

∴ Y = 3+X

∵ x अकेला 4 दिनो तक काम किया।

∴ y अकेला 14−4 = 10 दिनो तक काम किया होगा।

∴ X अकेला 4 दिनो मे $\frac{4}{X}$ भाग करेगा।

∴ Y अकेला 4 दिनो मे $\frac{10}{Y}$ भाग करेगा।

∴ प्रश्नानुसार

⇨ $\frac{4}{X} + \frac{10}{Y} = 1$

$= \frac{4}{X} + \frac{10}{X+3} = 1$

$= \frac{4(X+3)+10X}{X(X+3)} = 1$

$= \frac{4X+12+10X}{X^2+3X} = 1$

$= \frac{14X+12}{X^2+3X} = 1$

$= x^2+3x = 14x+12$

$= x^2+3x-14x-12 = 0$

$= x^2 - 11x-12 = 0$

$= (x-12)(x+1) = 0$

ie X −12 = 0

∴ X = 12 days ANS

∴ Y = x +3

= 12 +3

= 15 days ANS

(43) यदि 5 पुरूष और 3 स्त्री 23 एकड फसल को 4 दिनो मे काट सकते है। तथा 3 पुरूष और 2 स्त्री 7 एकड फसल को 2 दिनो मे काट सकते है। तो 7 पुरूषो के साथ कितने स्त्री को लगाया जाए कि वे 45 एकड फसल को 6 दिनो मे काट सके?

पुरूष = X ⎤ माना
स्त्री = Y ⎦

∴ प्रश्नानुसार 1st condition

∵ 5x+3y मजदूर 23 एकड फसल 4 दिनो मे काट सकता है।

∴ 5x+3y " 1 " $\frac{4}{23}$ " "

∴ (5x+3y)× $\frac{4}{23}$ 1 " 1 day

ie $\frac{20x+12y}{23}$ 1 " 1 day ------------ (1)

∴ प्रश्नानुसार 2st condition

∵ 3x+2y मजदूर 7 एकड फसल 2 दिनो मे काट सकता है।

∴ 3x+2y " 1 " $\frac{2}{7}$ " "

∴ (3x+2y)× $\frac{2}{7}$ 1 " 1 day

ie $\frac{6x+4y}{7}$ 1 " 1 day ------------ (2)

अब समीकरण (1) & (2) से दोनो बराबर है।

ie $\frac{20x+12y}{23} = \frac{6x+4y}{7}$

ie 140x+84y = 138x+92y

ie $140x+84y-138x-92y=0$

ie $2x-8y=0$

ie $2x=8y$

$\therefore x=4y$ ------------------------- (3)

∴ प्रश्नानुसार 1st condition

∵ $5x+3y$ मजदूर 23 एकड फसल 4 दिनो मे काट सकता है।

∴	$5(4y)+3y$	"	1 "	$\frac{4}{23}$ "	"
∴	$(20y+3y)$		1 "	$\frac{4}{23}$	day
ie	$23y$	"	1 "	$\frac{4}{23}$	day
∴	1	"	1 "	$\frac{4}{23}\times 23Y$	day
∴	1	"	1 "	$4Y$	day
∴	$(7X+K)$	"	45 "	$\frac{4Y\times 45}{7X+K}=6$	day

ie $\frac{180Y}{7X+K}=6$

ie $\frac{180Y}{7\times 4Y+K}=6$

ie $\frac{180Y}{28Y+K}=6$

ie $180Y=168Y+6K$

ie $180Y-168Y-6K=0$

ie $12Y-6K=0$

$\therefore$ $6K=12Y$ $\therefore$ $K=2Y$ ANS

ie 2 स्त्री को लगाने पर काम पुरा होगा। ANS

(44) यदि 3 पुरूष और 5 स्त्री किसी काम को 8 दिनो मे कर सकते है। तथा 2 पुरूष और 7बच्चा उसी काम को 12 दिनो मे कर सकते है।तो कितने औरते उतने काम 1 दिन मे पुरा करेगी जितना 21बच्चे 1 दिन मे पुरा करते है।

1पुरूष = X
1स्त्री = Y
1बच्चा = Z

माना

∴ प्रश्नानुसार 1st condition

∵ 3x+5y मजदूर मिलकर 8 दिनो मे एक काम कर सकता है।

∴ 8(3x+5y) " 1 " " "

∴ 24x+40y " 1 " " " ------------ (1)

∴ प्रश्नानुसार 2st condition

∵ 2x+7z मजदूर मिलकर 12 दिनो मे एक काम कर सकता है।

∴ 12(2x+7z) " 1 " " "

∴ 24x+84z " 1 " " " ------------ (2)

Now from equation (1) and (2)

∴ $24x+40y = 24x+84z$

ie $24x+40y - 24x-84z = 0$

ie $40y - 84z = 0$

ie $4(10y - 21z) = 0$

ie $(10y - 21z) = 0$

∴ $10y = 21z$

ie $21z = 10y$

ie 21 बच्चा = 10 स्त्री की कार्यक्षमता Ans

BY SUBANT PASWAN

(45) तीन मजदूर A ,B ,C ने एक काम पुरा करने का ठेका लिया। उनके कार्य करने की क्षमता का अनुपात 1:2:3 हैं। कही और व्यस्त होने के कारण B और C एक एक दिन छोडकर काम करते है। इस प्रकार 12 दिनो मे काम पूरा होता है। यदि कुल भुगतान 2100 रूपये प्राप्त हुए तो प्रत्येक का कितना कितना हिस्सा मिलेगा ?

∵ A प्रारंभ से अंत तक लगातार 12 दिनो तक काम करता रहा ।

∵ B प्रारंभ से एक एक दिन छोडकर काम किया। अर्थात 6 दिन किया।

∵ C प्रारंभ से एक एक दिन छोडकर काम किया। अर्थात 6 दिन किया।

∵ प्रत्येक के काम का अनुपात। अर्थात (समय×दक्षता)

ie A B C

$(12 \times 1) : (6 \times 2) : (6 \times 3)$

ie 12 : 12 : 18

∴ कार्य अनुपातो का योगफल = (12+12+18) = 42

∴ A को 12 दिनो की मजदूरी कार्यक्षमता के अनुसार $= \frac{12}{42} \times 2100 = 600$ RS

∴ B को 6 दिनो की मजदूरी कार्यक्षमता के अनुसार $= \frac{12}{42} \times 2100 = 600$ RS

∴ C को 6 दिनो की मजदूरी कार्यक्षमता के अनुसार $= \frac{18}{42} \times 2100 = 900$ RS

(46) A लडका प्रतिदिन 6 घंटा काम करके 6 दिनो मे एक खेत काट सकता हैं। तथा उसकी बहन B प्रतिदिन 5 घंटा काम करके 9 दिनो मे काट सकती है। दोनो मिलकर प्रतिदिन 4घंटे काम करके कितने दिनो मे काट सकते है। इसके बदले मे उन्हे 540 रूपये मिले तो प्रत्येक का हिस्स क्या होगा?

∵ A प्रतिदिन 6 घंटा काम करके 6 दिनो मे पूरा करता है।

∴ " 1 " 6×6 "

∴ " 4 " $\frac{36}{4} = 9$ "

∵ B प्रतिदिन 5 घंटा काम करके 9 दिनो मे पूरा करता है।

∴ " 1 " 5×9 "

∴ "　　4　　"　　$\frac{45}{4}$　　"

∵ (A+B) प्रतिदिन 4 घंटा काम करके $\frac{AB}{A+B}$ दिनो मे पूरा करेगा।

$$= \frac{9\times\frac{45}{4}}{9+\frac{45}{4}}$$

$$= \frac{\frac{405}{4}}{\frac{36+45}{4}}$$

$$= \frac{\frac{405}{4}}{\frac{81}{4}}$$

$$= \frac{405}{4}\times\frac{4}{81}$$

$$= \frac{405}{81}$$

= 5 Days　ANS

∵ (A+B) कार्यक्षमता का अनुपात $\frac{1}{9} : \frac{45}{4} = \frac{1}{9}\times\frac{45}{4} = \frac{45}{36} = 5:4$

∴ कार्यक्षमता अनुपातो का योगफल = (5+4) = 9

∴ A की मजदूरी कार्यक्षमता के अनुसार $= \frac{5}{9}\times 540 = 300$ RS

∴ B की मजदूरी कार्यक्षमता के अनुसार $= \frac{4}{9}\times 540 = 240$ RS　Ans

(47) B की अपेक्षा A दोगुणा कार्यदक्ष है।तथाC की अपेक्षा A तीनगुणा कार्यदक्ष है।यदि C अकेला उस काम को 11 दिनो के कर सकता है।तो A,B, C तीनो मिलकर उस काम को कितने दिनो मे पुरा कर सकते है?

प्रश्नानुसार

⇨ A = 2B　ie　$\frac{A}{B} = \frac{2}{1}$　ie　A: B = 2:1

∴ काम मे लगने वाला समय का अनुपात ie A: B = 1:2 ---------- (1)

A = 3C　ie　$\frac{A}{C} = \frac{3}{1}$　ie　A: C = 3:1

∴ काम मे लगने वाला समय का अनुपात ie A: C = 1: 3 ---------- (2)

By division equation (1)÷ (2)

ie $\frac{\frac{A}{B}}{\frac{A}{C}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}$

ie $\frac{A}{B} \times \frac{C}{A} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1}$

ie $\frac{C}{B} = \frac{3}{2}$

ie $\frac{B}{C} = \frac{2}{3}$

ie B : C = 2 : 3 --- (3)

Now from equation (1) & (3)

A: B = 1: 2

B : C = 2 : 3

A: B : C = (1× 2): (2 × 2): (2 × 3)

A: B : C = 2 : 4: 6 अनुपातो का योगफल = 12*

∵ 6C कार्य करता है तो 11 दिनो मे पुरा होता है।

∴ 1C ,, ,, 11× 6 = 66 Days

∴ *12C ,, ,, $\frac{66}{12} = 5\frac{1}{2}$ Days Ans

(48) A की कार्यक्षमता B से तीनगुणी है। अत: किसी कार्य को पुरा करने मे A को B से 20 दिन कम समय लगता हैं। तो B अकेला उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेगा?

प्रश्नानुसार

ie A: B = 3:1 (दोनो के कार्यक्षमता का अनुपात) ----------------- (1)

∴ A: B = 1:3 (दोनो के लगा समय का अनुपात) ----------------- (2)

माना कि A , X दिनो मे काम पुरा करता है।

∴ B , 3X दिनो मे काम पुरा करेगा।

प्रश्नानुसार $3X - X = 20$

ie $2X = 20$

∴ $X = 10$

∴ B , 3X दिनो मे काम पुरा करेगा।

ie B = $3\times 10 = 30$ days ANS

(49) यदि 12 बैल उतना खाते हो जितना 29 भेडे । 15 भेडे उतना ही खाते है जितना 25 बकरी। 17 बकरियां उतना ही खाती हो जितना 3 उंट। 8 उंट उतना ही खाते हो जितना 13 घोडा तो जितना चारा 1632 बैल खाते है उसको कितने घोडे खाएगे?

माना कि x घोडे 1632 बैल के बराबर खाते हैं।

प्रश्नानुसार 12 बैल = 29 भेडे

15 भेडे = 25 बकरियां

17 बकरियां = 3 उंट

8 उटं = 13 घोडा

x घोडे = 1632 बैल

ie $$\frac{12\times15\times17\times8\times x}{29\times25\times3\times13\times1632} = 1$$

ie $$\frac{x}{29\times5\times13} = 1$$

ie x = 1885 Ans

(50) एक ठिकेदार एक सडक बनाने के लिए पुरूष ,स्त्री और बच्चे को 9:4:1 के अनुपात मे नियुक्त करता है। और उनकी मजदूरी का अनुपात 8:5:3 मे रखता है। जब वह 60 औरतो को नियुक्त करता तो सभी लागो की कुल दैनिक मजदूरी 28500 रूपये होती तो एक पुरूष, एक स्त्री तथा एक बच्चा की दैनिक मजदूरी ज्ञात करे।

माना कि पुरूषो की संख्या = X

औरतो की संख्या = Y

बच्चो की संख्या = Z

ie प्रश्नानुसार $\frac{x}{9} = \frac{y}{4} = \frac{z}{1} = k$

∴ x = 9k

∴ * y = 4k = 60* (According to question)

ie 4k = 60 ∴ k = 15*

∴ z = 1k

ie X = 9K= 9× 15 = 135 पुरूष

ie Y = 4K= 4× 15 = 60 औरत

ie Z = 1K= 1× 15 = 15 बच्चा

उनके दैनिक मजदूरी का अनुपात = 8:5:3

उनके कुल मजदूरी का अनुपात = (135×8) : (60×5) : (15× 3)

= 1080 : 300 : 45

अनुपातो का योगफल = 1080+300+45 = 1425

∴ 135 पुरूषो की कुल मजदूरी = $\frac{1080}{1425} \times 28500$ = 21600

∴ 60 औरतो की कुल मजदूरी = $\frac{300}{1425} \times 28500$ = 6000

∴ 15 बच्चे की कुल मजदूरी = $\frac{45}{1425} \times 28500$ = 900

∴ 1 पुरूष की मजदूरी = $\frac{21600}{135}$ = 160 Ans

∴ 1 औरत की मजदूरी = $\frac{6000}{60}$ = 100 Ans

∴ 1 बच्चे की मजदूरी = $\frac{900}{15}$ = 60 Ans

(51) एक कार्य को पुरा करने के लिए 25 मजदूरों को 20 दिनो के लिए काम पर लगाए गए थे। किन्तु प्रत्येक 10 दिनो बाद 5- 5 मजदूर काम छोडते गए तो बताए कि वह काम कितने दिनो मे समाप्त हुआ?

∵ 25 मजदूर एक काम 20 दिनो मे पुरा करता हैं।

∴ 1 मजदूर उस काम को 25×20 = 500 दिनो मे करेगा।

∴ *पहले 10 दिनो मे 25 मजदूर उसे करेंगे तो $10\times25 = 250$ दिन लगेगा।

∴ शेष मानव दिनो की संख्या = 500-250 = 250 दिन ।

∴*दुसरे10 दिनो मे(25−5)मजदूर उसे करेंगे तो $10\times20 = 200$ दिन लगेगा।

∴ शेष मानव दिनो की संख्या = 250-200 = 50 दिन ।

∵ अब आगे का काम (20−5) = 15 मजदूर ही करेगे तथा शेष मानव दिनो की संख्या = 250-200 = 50 दिन है।

अर्थात 15 मजदूरों द्वारा शेष काम को करने मे लगा समय $= \frac{50}{15} = \frac{10}{3}$ दिन

∴ काम समाप्त होने मे लगा समय $= *10+*10+\frac{10}{3} = 23\frac{1}{3}$ days ANS

(52) A एक काम को B की अपेक्षा आधे समय मे करता है। तथा C उसी कार्य को उतना ही समय मे करता है जितना मे B के द्वारा किये गए कार्य का दो गुणा तथा A द्वारा किये गए कार्य के योग के बराबर कर पाता है। यदि सभी मिलकर एक साथ करे तो काम 8 दिनो मे समाप्त हो समता हैं। यदि C अकेला कार्य करे तो कितने दिनो मे पुरा हो सकता है?

माना कि A उस काम को x दिनो मे पुरा करता हैं।

∴ A 1 दिन मे $\frac{1}{x}$ भाग करेगा।

∴ B उस काम को 2x दिनो मे पुरा करता है।

∴ B 1 दिन मे $\frac{1}{2x}$ भाग करेगा। ∴ प्रश्नानुसार

∴ C 1 दिन मे $\{\frac{1}{x}+\frac{1}{2(2x)}\} = \frac{1}{X}+\frac{1}{4X} = \frac{5}{4X}$ भाग करेगा।

∴ प्रश्नानुसार A+B+C मिलकर 1 दिन मे $\frac{1}{X}+\frac{1}{2X}+\frac{5}{4X} = \frac{1}{8}$

$$= \frac{4+2+5}{4x} = \frac{1}{8}$$

$$= \frac{11}{4x} = \frac{1}{8}$$

ie $4x = 88$

∴ $x = 22$

∴ C को सम्पूर्ण काम करने मे लगा समय = $\frac{4x}{5} = \frac{4\times22}{5}$

$= \frac{88}{5} = 17\frac{3}{5}$ days ANS

(53) रवि किसी निश्चित दूरी को प्रतिदिन 9 घंटे विश्राम करके 40 दिनो मे तय कर सकता है। पहले से दोगुणी दूरी को दो गुने चाल से तथा प्रतिदिन दो गुणे समय विश्राम करके वह दूरी कितने दिनो मे तय करेगा?

माना कि रवि की चाल = x km/h तथा दुरी = y km

∵ रवि एक दिन मे 9 घंटा विश्राम करता हैं। इसलिए प्रतिदिन काम मे घंटे = (24-9) = 15घंटे प्रतिदिन ।

∵ 1 दिन मे 15 घंटे चल कर तय की गई दूरी = 15x km

∴ 40 " " " = 15x×40

ie According to question = 600x km = y ------- (1)

अब पहले से दोगुना दुरी = 2y km चलना है।

अर्थात 2y = 2×600x = 1200 x km -------------------------- (2)

अब नया चाल = 2x km/h होगा। --------------------------- (3)

अब विश्राम भी दोगुना होगा अर्थात 2×9 = 18 घंटे।

इसलिए प्रतिदिन चलने का समय = (24-18) = 6 घंटे प्रतिदिन।

∵ 1 दिन मे 6 घंटे चल कर तय की गई दूरी = 6×(2x)km

= 12x km/day ------- (4)

अब दूरी भी दोगुना होगा अर्थात 2×y = 2y km को तय करने मे लगा समय $= \frac{distance}{speed} = \frac{1200x}{12x} = 100\ days$ ANS

(54) एक ठिकेदार ने एक काम को 150 दिनो मे पूरा करने का ठिका लिया। उसने 20 आदमी 30 औरत तथा 75 बच्चो को काम पर लगाया।लेकिन 60 दिनो के बाद उसने पाया कि काम का केवल एक चौथाई भाग ही हुआ हैं।यह देखकर उसने सब औरतो तथा 50 बच्चे को काम से हटा दिया।तथा कुछ और आदमी को काम पर लगाया गया। ऐसा करने से काम निश्चित समय से 5 दिन पूर्व समाप्त हो गया। यह मानते हुए कि 3 आदमी 5 औरत के बराबर काम करते है। तथा 2 औरत 3 बच्चो के बराबर काम करतीहै।तो बताऐ कि ठिकेदार ने कितने अतिरिक्त आदमियो को काम पर लगाया?

माना कि पुरूषो की संख्या = X

औरतो की संख्या = Y

बच्चो की संख्या = Z

ie प्रश्नानुसार $3x = 5y$

ie $\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$

ie $x : y = 5 : 3$ -------------------------- (1)

and $2y = 3z$

ie $\frac{y}{z} = \frac{3}{2}$

ie $y : z = 3 : 2$ -------------------------- (2)

ie $x : y : z = 5 : 3$

$3 : 2$

ie $x : y : z = 15 : 9 : 6$

ie $\frac{x}{15} = \frac{y}{9} = \frac{z}{6} = K$

ie $x = 15k$

ie $y = 9k$

ie $z = 6k$

∵ प्रारंभ मे 20 आदमी 30 औरत और 75 बच्चो को काम पर लगाया गया।

ie $20x+30y+75z$

= (20×15k) + (30×9k)+(75×6k)

= 300k+270k+450k= 1020k ---------------------------- (3)

60 दिनो बाद 30 औरत और 50 बच्चो को काम से हटाया गया। तथा 25 बच्चे को आदमी के साथ रहने दिया गया।

अर्थात 30 औरत और 50 बच्चो

= 30y+50z

= 30×9k + 50×6k

= 270k+300k = 570k -------------------------------- (4)

According to question

$$ie \quad \frac{done\ days \times labour}{done\ work} = \frac{remainder\ days \times (\ labour + extra\ man)}{remainder\ work}$$

$$ie \quad \frac{60\ \times 1020k}{\frac{1}{4}} = \frac{(90-5)\times\{(\ 1020k - 570k) + 25z + m)\}}{\frac{3}{4}}$$

ie $\frac{60 \times 1020k\times4}{1} = \frac{85\times\{(\ 1020k - 570k+150k\ )+m\ \}4}{3}$

ie $\frac{60\ \times1020k}{1} = \frac{85\times(\ 1170k-570k+m)}{3}$

ie $\frac{60\times1020k}{1} = \frac{85\ (\ 600k+m)}{3}$

ie $60 \times 1020k \times 3 = 85(600k + m)$

ie $183600k = 51000k + 85m$

ie $183600k - 51000k - 85m = 0$

ie $132600\text{k} - 85m = 0$

ie 85m = 132600k ------------------------------------- (2)

$\therefore$ m = $\frac{132600k}{85x}$

$\therefore$ m = $\frac{132600k}{85\times15k}$ (15k से भाग देकर आदमी के कार्यक्षमता मे बदला गया)

= $\frac{132600}{1275}$ = 104 men extra ANS

(55) A और B मिलकर एक काम को 30 दिनो मे कर सकते हैं। A अकेला 16 दिन कार्य करने के बाद काम छोड दिया । बचे हुए काम को B 44 दिनो मे पुरा किया तो बताऐं कि B अकेला उस काम को कितने दिनो मे पुरा करेगा?

$\because$ A 16 दिन $+B$ 44 दिन काम किया = 1 काम पुरा हुआ। अर्थात

ie 16A + 44B मिलकर 1 काम पुरा किया।

ie 16A + (16B+28B) मिलकर 1 काम पुरा किया।

ie (16A + 16B) + 28B मिलकर 1 काम पुरा कियां।

ie 16(A + B) +28B मिलकर 1 काम पुरा कियां।

$\because$ (A + B) मिलकर 30 दिनो मे 1 काम पुरा करता है।

$\therefore$ (A + B) मिलकर 1 दिनो मे $\frac{1}{30}$ काम पुरा करता है।

ie 16(A + B) +228B मिलकर 1 काम पुरा कियां।

ie $16 \times \frac{1}{30}$ + 28B मिलकर 1 काम पुरा किया

ie $\frac{16}{30}$ + 28B मिलकर 1 काम पुरा किया

$\therefore$ 28B का काम $= 1 - \frac{16}{30} = \frac{14}{30}$ भाग करना हैं।

$\therefore$ 28B अकेला $\frac{14}{30}$ भाग 1 दिन मे करता है।

$\therefore$ 1B अकेला $\frac{14}{30\times28}$ भाग 1 दिन मे करेगा ।

$\therefore$ 1B अकेला 1 भाग $1 \div \frac{14}{30\times28} = 1 \times \frac{30\times28}{14}$ दिन मे करेगा ।

60 days ANS

(56) A, B तथा C को एक काम को करने के लिए 529 रूपये दिया गया। A तथा B मिलकर एक काम का $\frac{19}{23}$ भाग करना हैं। तथा B तथा C मिलकर उस काम का $\frac{8}{23}$ भाग करना हैं। तो A, B तथा C का मजदूरी ज्ञात करे।

$\because$ A,B तथा C का मजदूरी उसके काम करने के अनुपात मे मिलेगा।

∵ (A + B) मिलकर $\frac{19}{23}$ भाग करता हैं।

∴ शेष काम $1-\frac{19}{23} = \frac{4}{23}$ भाग जो C करेगा। ------------------------ (1)

∵ (B + C) मिलकर $\frac{8}{23}$ भाग करता हैं।

∴ शेष काम $1-\frac{8}{23} = \frac{15}{23}$ भाग जो A करेगा।------------------------ (2)

∴ B का काम $\left(\frac{19}{23}-\frac{15}{23}\right) = \frac{4}{23}$ करेगा। --------------------------- (3)

∵ (A , B , C) के काम का अनुपात $= \frac{15}{23} : \frac{4}{23} : \frac{4}{23}$

∴ (A , B , C) के मजदूरी का अनुपात $= 15:4:4$

अनुपातो का योगफल= 15 + 4 + 4 = 23

∴ A का मजदूरी $= \frac{15}{23} \times 529 = 345$ RS

∴ B का मजदूरी $= \frac{4}{23} \times 529 = 92$ RS

∴ C का मजदूरी $= \frac{4}{23} \times 529 = 92$ RS   ANS

(57) 72 मजदूर एक काम को 240 दिनो मे पुरा कर सकता है। काम प्रारंभ होने के 190 दिन बाद काम 10 दिनो के लिए रूका रहा। यदि इस कार्य को नियत समय पर समाप्त करना होतो कितने अतिरिक्त मजदूर लगाने होगे?

∵ 72 मजदूर 190 दिनो मे उस काम का $\frac{190}{240}$ भाग करेगा। इसके बाद 10 दिन काम बंद रहा। कुल समय 190+10 = 200 गुजर गया। अब टारगेट समय 240-200 = 40 दिन बचा। माना कि x मजदूर और लगाए जाएगे तब काम नियत समय पर पूरा होगा।

According to question

$$ie \quad \frac{done\ days \times labour}{done\ work} = \frac{remainder\ days \times (\ labour + extra\ man)}{remainder\ work}$$

$$ie \quad \frac{190 \times 72}{\frac{19}{24}} = \frac{(240-190-10) \times \{(72+x)\}}{\frac{5}{24}}$$

ie $\frac{190 \times 72}{\frac{19}{24}} = \frac{(240-200)\times\{(72+x)\}}{\frac{5}{24}}$

ie $\frac{190 \times 72 \times 24}{19} = \frac{40\times\{(72+x)\}24}{5}$

ie $10 \times 72 = 8(72 + x)$

ie 720 = 576+8x

ie 8x+576 =720

ie 8x+576 −720 =0

ie 8x = 144

∴ x = $\frac{144}{8}$ = 18 ANS

= 18 Labour extra ANS

(58) 24 मजदूर एक काम को 40 दिनो मे पुरा कर सकता है। लेकिन 28 दिनो के बाद ऐसा लगा कि काम नियत समय पर पुरा नही होगा। इसलिए 11 मजदूर और लगा दिया गया। जिसके कारण काम नियत समय पर समाप्त हो गया। यदि अतिरिकत मजदूर नही लगाया जाता तो काम कितने दिन विलम्ब से समाप्त होता?

माना कि 24 मजदूर 28 दिनो मे $\frac{a}{b}$ भाग किया।

∴ शेष भाग = $(1 - \frac{a}{b}) = \frac{b-a}{b}$ ∴प्रश्नानुसार

ie $\frac{done\ days \times labour}{done\ work} = \frac{remainder\ days \times (\ labour + extra\ man)}{remainder\ work}$

ie $\frac{28 \times 24}{\frac{a}{b}} = \frac{(40-28) \times \{(24+11)\}}{\frac{b-a}{b}}$

ie $\frac{28 \times 24}{\frac{a}{b}} = \frac{12\times35}{\frac{b-a}{b}}$

ie $\frac{28 \times 24 \times b}{a} = \frac{12\times35\times b}{b-a}$

ie $\frac{28 \times 24}{a} = \frac{12\times35}{b-a}$

ie $\frac{8}{a} = \frac{5}{b-a}$

ie 5a = 8b−8a

ie 5a+8a = 8b

ie 13a = 8b

ie $\frac{a}{b} = \frac{8}{13}$

ie 28 दिनो मे $\frac{8}{13}$ भाग पुरा हुआ। ∴ शेष भाग $= (1 - \frac{a}{b}) = 1 - \frac{8}{13} = \frac{5}{13}$

माना कि शेष काम x दिनो मे पुरा होगा।

$$ie \quad \frac{done\ days \times labour}{done\ work} = \frac{remainder\ days \times labour}{remainder\ work}$$

$$ie \quad \frac{28 \times 24}{\frac{8}{13}} = \frac{x(24)}{\frac{5}{13}}$$

ie $\frac{28 \times 24}{\frac{5}{13}} = \frac{x \times 24}{\frac{5}{13}}$

ie $\frac{28 \times 24 \times 13}{8} = \frac{x \times 24 \times 13}{5}$

ie $\frac{28 \times 24}{8} = \frac{x \times 24}{5}$

$$\frac{28}{8} = \frac{x}{5}$$

ie 8x = 28×5

ie 8x = 140

ie x = $\frac{140}{8}$ = 17.5 days

total time = 28+x = 28+17.5 = 45.5 days

∴ कुल विलम्ब = 45.5 – 40 = 5.5 days ANS

(59) 400 मजदूर एक काम को 90 दिनो मे पुरा करने का ठिका लिया गया। 75 दिनो के बाद 100 मजदूर को काम से हटा दिया गया। फिर भी काम नियत समय पर समाप्त हो गया। यदि 100 मजदूर नही हटाया जाता तो कितने दिन पहले काम समाप्त हो जाता ?

माना कि 400 मजदूर 75 दिनो मे $\frac{a}{b}$ भाग किया।

∴ शेष भाग = $(1-\frac{a}{b}) = \frac{b-a}{b}$ ∴ प्रश्नानुसार

$$ie \quad \frac{labour \times done\ days}{done\ work} = \frac{(labour - extra\ man) \times remainder\ days}{remainder\ work}$$

$$ie \quad \frac{400 \times 75}{\frac{a}{b}} = \frac{(400-100) \times \{(90-75)\}}{\frac{b-a}{b}}$$

ie $\frac{400 \times 75}{\frac{a}{b}} = \frac{300 \times 15}{\frac{b-a}{b}}$

ie $\frac{4 \times 5 \times b}{a} = \frac{3 \times b}{b-a}$

ie $\frac{20}{a} = \frac{3}{b-a}$

ie 3a = 20b−20a

ie 3a+20a = 20b

ie 23a =20b

ie $\frac{a}{b} = \frac{20}{23}$

ie 75 दिनो मे $\frac{20}{23}$ भाग पुरा हुआ। ∴ शेष भाग = $(1-\frac{a}{b}) = 1-\frac{20}{23} = \frac{3}{23}$

माना कि 100 मजदूर नही हटाए जाते तो शेष काम x दिनो मे पुरा होगा।

$$ie \quad \frac{labour \times done\ days}{done\ work} = \frac{labour \times remainder\ days}{remainder\ work}$$

$$ie \quad \frac{400 \times 75}{\frac{20}{23}} = \frac{400 \times x}{\frac{3}{23}}$$

$$ie \quad \frac{400 \times 75 \times 23}{20} = \frac{400 \times x \times 23}{3}$$

$$ie \quad \frac{75}{20} = \frac{x}{3}$$

ie 20x = 75×3

ie 20x = 225

ie $x = \frac{225}{20} = 11\frac{1}{4}$ days

Total time = $75+x = 75+11\frac{1}{4} = 86\frac{1}{4}$ days

∴ नियत समय से पहले = $90- 86\frac{1}{4} = 3\frac{3}{4}$ days ANS

(60) किसी कारखाने मे मजदूर की संख्या मे 7 : 9 की बढोतरी हुई है। जबकी उनकी मजदूरी मे 11 : 7 की कमी कर दी गई है। यदि उस कारखाने मे पहले मजदूरी के रूप मे 280500 रूपये बांटे जाते थे तो अब कितने रूपये बांटे जाऐगें?

माना कि प्रारभ मे मजदूरो की संख्या = 7x

∴ बढाए जाने के बाद मजदूरो की संख्या = 9x

प्रारभ मे मजदूरी की रकम = 11y

∴ मजदूरी घटाए जाने के बाद की रकम = 7y

∴ प्रारंभिक आय = मजदूरो की संख्या × मासिक मजदूरी

= $7x \times 11y = 77xy$ --------------- (1)

∴ वर्तमान आय = मजदूरो की संख्या × मासिक मजदूरी

= $9x \times 7y = 63xy$ ------------------- (2)

∴ प्रश्नानुसार मजदूरी का अनुपात $= \frac{77xy}{63xy} = \frac{280500}{k}$

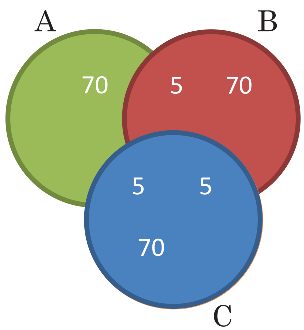
ie $= \frac{77}{63} = \frac{280500}{k}$

ie $= 77k = 280500 \times 63$

∴ $k = \frac{280500 \times 63}{77} = 229500$ RS ANS

(61) एक कारखाने मे 8- 8 घंटे की 3 पारियां चलती है। तथा उसमे 210 कर्मचारी काम करते है। प्रत्येक पारी मे कम से कम 80 कर्मचारियो की जरूरत होती है। किसी भी कर्मचारी को एक दिन मे 16 घंटे से अधिक काम नही करने दिया जाता है। तो बताऐ कि कम से कम कितने कर्मचारी प्रतिदिन 16 घंटे काम करते है?

∵ यहां A, B, C तीन पारी है जिसमे 5 कर्मचारी COMMON है जो 8 घंटे से अधिक काम करता है।



∴16 घंटे काम करने वाले कर्मचारियों की संख्या = 5+5+5 =15 ANS

∴ 8 घंटे काम करने वाले कर्मचारियों की संख्या = (210−15) = 195 ANS

(62) एक व्यक्ति महीना के पूरे 30 दिन काम करता है तो उसको 420 रू प्रतिदिन मिलते है। तथा छुटटी लेने पर 20 रू प्रतिदिन जुर्माना लगाया जाता हैं। यदि महीने मे उसको 9520 रू मिले तो बताए कि वह व्यक्ति कितने दिन काम नही किया?

माना कि x दिन काम नही किया।

∵ जुर्माना के रूप मे प्रतिदिन कटौती = (420 + 20) = 440 रू

∴ प्रश्नानुसार = (30× 420) – x(440) = 9520 रू

= 12600 – 440x = 9520 रू

= 12600 – 440x – 9520 = 0

= 3080 – 440x = 0

ie 440x = 3080

∴ $x = \frac{3080}{440} = 7$ days ANS

(3.1) लाभ और हानि (PROFIT AND LOSS)

इस अध्याय के अंतर्गत हम लाभ और हानि के संम्बन्ध मे अघ्ययन करेगे। किसी वस्तु को बेंचना और खरीदना दोनो व्यापार और अर्थव्यवस्था के आधार स्तंभो मे से एक हैं। यह एक ऐसी गतिशील क्रिया है जो समाज मे वस्तुओ और सेवाओ का आदान प्रदान सुनिश्चित करती है। कोई व्यक्ति किसी वस्तु को या अपनी सेवा को बेचता है तो वह उसे एक निश्चित मूल्य पर बाजार मे प्रस्तुत करता है और बदले मे पैसे या अन्य किसी मूल्यवान वस्तु को प्राप्त करता है। यह एक व्यक्तिगत क्रिया नही है बल्कि एक साझा सामाजिक और आर्थिक गतिविधि है जो बाजार को गतिशील बनाती है। और मानव जीवन को बेहतर बनाने के रास्ते खोलती है। यदि कोई व्यक्ति किसी वस्तु को लागत मूल्य से अधिक पर बेचता है तब उसे लाभ होगा। यदि किसी कारण वश लागत मूल्य से कम पर बेचेगा तब उसे हानि होगी।

(1) दो वस्तुओं को समान विक्रय मूल्य पर बेचते हुए एक पर X % का लाभ तथा दुसरे पर Y % की हानि होती है तो कुल लाभ या हानि ज्ञात करे।

$= \left\{ \frac{100(x-y)-2xy}{(100+x)+(100-y)} \right\}$ **+ve आने पर लाभ तथा – ve आने पर हानि होगी।**

(2) सेब की किमत मे 20% कमी आने से एक व्यक्ति 800 रूपये मे 4 kg सेब अधिक खरीद सकता हैं। तो किमत कम होने से पहले तथा वर्तमान मे सेब का किमत क्या है?

(1) वर्तमान मूल्य = $\frac{\text{लागत मूल्य} \times \text{प्रतिशत कमी}}{\text{अधिक खरीदी} \times 100}$

ie वर्तमान मूल्य = $\frac{800 \times 20}{4 \times 100}$

ie = 40 RS / KG ANS

(2) प्रारंभिक मूल्य = $\frac{\text{वर्तमान मूल्य} \times 100}{(100 - \text{प्रतिशत कमी})}$

ie $= \frac{40 \times 100}{100-20}$

ie $= \frac{40 \times 100}{80}$

ie = 50 RS / KG ANS

2ND METHOD

(2) सेब की किमत मे 20% कमी आने से एक व्यक्ति 800 रूपये मे 4 kg सेब अधिक खरीद सकता हैं। तो किमत कम होने से पहले तथा वर्तमान मे सेब का किमत क्या है?

माना कि सेब का प्रारंभिक मूल्य = X Rs /kg

तथा खरीदी गई मात्रा= Y/Kg

∴ लागत मूल्य = XY रूपये

∵ XY रूपये मे Y kg सेब खरीदता हैं।

∴ 1 ,, $\frac{Y}{XY} = \frac{1}{X}$,, ,,

∴ 800 ,, $= \frac{1}{X} \times 800 = \frac{800}{X}$ Kg ------------------------ (1)

प्रश्नानुसार सेब के मूल्य मे कमी $= x \times \frac{100-20}{100} = \frac{4X}{5}$ Rs / kg

∴ मूल्य मे कमी के बाद लागत मूल्य $= \frac{4X}{5} \times Y$ रूपये $= \frac{4xy}{5}$

∵ $\frac{4XY}{5}$ रूपये मे Y kg सेब खरीदता हैं।

∴ 1 ,, $\frac{Y}{\frac{4XY}{5}} = \frac{5}{4X}$,, ,,

∴ 800 ,, $= \frac{5}{4X} \times 800 = \frac{1000}{X}$ Kg ------------------------ (2)

अब प्रश्नानुसार समीकरण (1)और (2) से

$\frac{1000}{X} - \frac{800}{X} = 4$

ie $\frac{1000-800}{X} = 4$

ie $\frac{200}{X} = 4$

$\therefore 4X = 200$

$\therefore X = \frac{200}{4} = 50$ Rs / kg

∴ वर्तमान मूल्य $\frac{4X}{5}$ Rs / kg $= \frac{4 \times 50}{5} =$ 40 Rs / kg

(3) एक रेडियो को 600 रूपये मे बेचने पर उतना ही प्रतिशत का लाभ होता है जितना मे खरीदी गई थी। तो रेडियो का क्रयमूल्य ज्ञात करे।

TRICK

COST PRICE $= 10\{\sqrt{(25+SP)} - 5\}$ (10, 25, 5 constant)

$= 10\{\sqrt{(25+600)} - 5\}$

$= 10\{\sqrt{(625)} - 5\}$

$= 10\{25 - 5\}$

$= 10 \times 20$

$= 200$ RS Ans

(4) एक रेडियो को 16 रूपये मे बेचने पर उतना ही प्रतिशत की हानि होती है जितना मे खरीदी गई थी। तो रेडियो का क्रयमूल्य ज्ञात करे।

Tricky method

COST PRICE $= 10\{\sqrt{(25-SP)} + 5\}$ (10, 25, 5 constant)

$= 10\{\sqrt{(25-16)} + 5\}$

$= 10\{\sqrt{9} + 5\}$

$= 10\{3 + 5\}$

$= 10 \times 8$

$= 80$ Rs Ans

(5) यदि दो वस्तुओ को क्रमशः X % तथा Y % के लाभ पर बेचने से लाभ मे अंतर Z रूपये हो तो क्रयमूल्य तथा विक्रयमूल्य ज्ञात करे।

(1) क्रयमूल्य $= \dfrac{(\text{लाभ का अंतर रूपया मे})100}{(\text{प्रतिशत लाभ का अंतर})}$

$= \dfrac{Z \times 100}{X-Y}$ $X > Y$

(2) X % के लाभ पर विक्रय मूल्य $= \dfrac{(100+X)\,Z}{X-Y}$

(3) Y % के लाभ पर विक्रय मूल्य = $\frac{(100+X)\,Z}{Y-X}$ $\quad$ $Y > X$

(6) यदि कोई वस्तु A , B, C , D , E % ---------------------- Discount पर उपलब्ध हो तो विक्रय मूल्य ज्ञात करे।

विक्रय मूल्य = अंकित मूल्य $\left(\frac{100-A}{100}\right)\left(\frac{100-B}{100}\right)\left(\frac{100-C}{100}\right)\left(\frac{100-D}{100}\right)$ --------- ∞

(7) यदि कोई वस्तु K% लाभ या K% हानि पर बेचा जाता है तो दोनो स्थितियो मे क्रयमूल्य ज्ञात करे।

क्रयमूल्य = $\frac{SP\times100}{100+K}$ $\quad$ लाभ की स्थिति मे ।

क्रयमूल्य = $\frac{SP\times100}{100-K}$ $\quad$ हानि की स्थिति मे ।

(8) राम एक घडी को 11 % लाभ पर बेची। यदि वह 40 रूपये अधिक पर बेचता तो उसे 15 % का लाभ होता तो घडी का क्रयमूल्य ज्ञात करे।

क्रयमूल्य = $\frac{\textbf{Excess value}\times100}{\textbf{Difrence of gain}}$

$= \frac{40\times100}{15-11}$

$= \frac{40\times100}{4}$ = 1000 RS $\quad$ ANS

(9) एक घडी को 20 % लाभ पर बेची गई। यदि क्रयमूल्य तथा विक्रयमूल्य दोनो ही 500 रूपये कम कर दिया जाए तो उसे 5 % अधिक लाभ होगा तो घडी का क्रयमूल्य ज्ञात करे।

माना कि क्रयमूल्य = Xरूपये

∴ विक्रयमूल्य = $\frac{C\,P\,(\,100+\%\,Gain\,)}{100}$

$= \frac{x\,(100+20)}{100}$

$= \frac{x\times120}{100} = \frac{6X}{5}$ -------------------------- (1)

क्रयमूल्य तथा विक्रयमूल्य दानो मे 500 रूपये की कमी करने पर कुल (20+5) = 25% का लाभ हुआ।

नया क्रयमूल्य तथा विक्रयमूल्य निम्नलिखित होगा ।

नया क्रयमूल्य = x −500

प्रारंभिक विक्रयमूल्य मे 500 कम करने पर = $\frac{6X}{5}$ −500 ------------ (2)

25% लाभ पर नया विक्रयमूल्य = (x−500) × $\frac{125}{100}$

$$= (x-500)\frac{5}{4} \quad \text{------------------ (3)}$$

Now from equation (2) = (3)

$$\frac{6X}{5} - 500 = (x-500)\frac{5}{4}$$

$$\frac{6X-2500}{5} = \frac{5x-2500}{4}$$

ie 25x−12500 = 24x−10000

ie 25x−12500 −24x+10000 = 0

ie x−2500 = 0

∴ x = 2500 Rs ANS

(10) एक घडी को 20 % लाभ पर बेची गई। यदि क्रयमूल्य तथा विक्रयमूल्य दोनो ही 500 रूपये कम कर दिया जाए तो उसे 5 % अधिक लाभ होगा तो घडी का क्रयमूल्य ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

CP = $\frac{(X+Y)\,Z}{Y}$ { X = 20% , Y = 5% , Z = 500 }

CP = $\frac{(20+5)\,500}{5}$

= $\frac{(25)\times 500}{5}$

= 2500 Rs ANS

(11) चीनी के मूल्य मे 20% वृद्धि हो जाने पर कोई व्यक्ति 500 रूपये मे 5 kg चीनी कम खरीद सकता हैं। तो चीनी का प्रारंभिक मूल्य तथा वर्तमान मूल्य ज्ञात करें।

माना कि चीनी का प्रारंभिक मूल्य = X Rs /kg

तथा खरीदी गई मात्रा= Y/Kg

∴ लागत मूल्य = XY रूपये

∵ XY रूपये मे Y kg चीनी खरीदता हैं।

∴ 1 ,, $\frac{Y}{XY} = \frac{1}{X}$,, ,,

∴ 500 ,, $= \frac{1}{X} \times 500 = \frac{500}{X}$ Kg ------------------------ (1)

प्रश्नानुसार चीनी के मूल्य मे वृद्धि = x $(\frac{100+20}{100}) = \frac{6x}{5}$ Rs / kg

∴ मूल्य मे कमी के बाद लागत मूल्य $= \frac{6x}{5} \times Y$ रूपये $= \frac{6xy}{5}$

∵ $\frac{6xy}{5}$ रूपये मे Y kg चीनी कम खरीदता हैं।

∴ 1 ,, $\frac{Y}{\frac{6xy}{5}} = \frac{5}{6x}$,, ,,

∴ 500 ,, $= \frac{5}{6X} \times 500 = \frac{2500}{6X}$ Kg ------------- (2)

अब प्रश्नानुसार समीकरण (1) और (2) से

ie $\frac{500}{X} - \frac{2500}{6X} = 5$

ie $\frac{3000-2500}{6X} = 5$

ie $\frac{500}{6x} = 5$

$\therefore 30x = 500$

$\therefore x = \frac{500}{30} = 16\frac{2}{3}$ Rs / kg

∴ वर्तमान मूल्य $\frac{6x}{5}$ Rs / kg $= \frac{6 \times 50}{5 \times 3} =$ 20 Rs / kg ANS

(11) TRICKY METHOD

(1) वर्तमान मूल्य = $\frac{(\text{लागत रकम} \times \text{मूल्य मे \% कमी})}{100 \times (\text{वस्तु के तौल मे कमी})}$

$= \frac{500 \times 20}{100 \times (5)}$

$= \frac{500 \times 20}{100 \times 5}$ = 20 rs / kg ANS

(2) प्रारंभिक मूल्य $= \dfrac{(\text{वर्तमान मूल्य} \times 100)}{(100 + \%\ \text{वृद्धि})}$

$= \frac{20\times100}{100+20}$

$= \frac{20\times100}{120} = 16\frac{2}{3}$ rs / kg ANS

(12) एक आदमी 32800 रूपये मे दो गाय खरीदी।दोनो को समान मूल्य पर बेचकर उसने देखा कि एक मे 15% लाभ तथा दूसरे पर 10% की हानि हुई तो प्रत्येक का कयमूल्य ज्ञात करें।

माना कि एक गाय की कयमूल्य = X रूपया

दुसरे गाय की कयमूल्य = Y रूपया

$\therefore$ x + y = 32800 -- (1)

15 % लाभ पर विकयमूल्य = कयमूल्य $\times \frac{(100+\%\ gain)}{100}$

$= \frac{X\,(100+15)}{100} = \frac{X\,(115)}{100}$ ------------ (2)

10 % हानि पर विकयमूल्य = कयमूल्य $\times \frac{(100-\%\ gain)}{100}$

$= \frac{y\,(100-10)}{100} = \frac{y\,(90)}{100}$ --------------- (3)

प्रश्नानुसार समीकरण (2) & (3) दोनो बराबर है।

$= \frac{X\,(115)}{100} = \frac{y\,(90)}{100}$

= 115X = 90Y

ie $\frac{X}{90} = \frac{Y}{115} = k$ माना

$\therefore$ X = 90k

$\therefore$ Y = 115k

Now from equation ------- (1)

$\because$ x + y = 32800

$\therefore$ 90K+115K = 32800

$\therefore$ 205K = 32800

$\therefore K = \frac{32800}{205} = 160$

$\therefore$ X = 90k (k का मान रखने पर)

= 90× 160 = 14400 RS ANS

$\therefore$ Y = 115k (k का मान रखने पर)

= 115× 160 = 18400 RS ANS

(12) TRICKY METHOD

ie Profit : Loss

(100+ A%) : (100– B%)

= (100+ 15) : (100– 10)

= 115 : 90

Now Reverse of Ratio

= 90 : 115

Sum of ratio = (90+115) = 205

$\therefore$ Cost price $= \frac{90}{205} \times 32800$ = 14400 rs (in profit)

$\therefore$ Cost price $= \frac{115}{205} \times 32800$ = 18400 rs (in Loss)

(13) एक व्यापारी कुछ नारंगियों को 10 रूपये मे 12 की संख्या के भाव से खरीदा गया। तथा सभी नारंगियो को 12 रूपये मे 10 के भाव से बेच दिया तो कितने प्रतिशत का लाभ हुआ ?

यदि x रूपये मे y के भाव से कुछ नारंगी को खरीदा जाए तथा y रूपये मे x के भाव से बेचा जाए तो positive आने पर लाभ तथा negative आने पर हानि होगी।

ie $\frac{(Y^2 - X^2) \times 100}{X^2}$

$= \frac{(12^2 - 10^2) \times 100}{10^2}$

$= \frac{(144-100)100}{100}$

$= \frac{44\times100}{100}$ = 44 % Profit ANS

(14) एक व्यापारी कुछ नारंगियों को 30 रूपये मे 5 की संख्या के भाव से खरीदा गया। तथा सभी नारंगियो को 40 रूपये मे 6 के भाव से बेच दिया तो कितने प्रतिशत का लाभ हुआ ?

यदि x रूपये मे a के भाव से कुछ नारंगी को खरीदा जाए तथा y रूपये मे b के भाव से बेचा जाए तो positive आने पर लाभ तथा negative आने पर हानि होगी।

ie $\frac{(Ya-Xb)\times100}{ab}$ { x = 30 a = 5 , y = 40 , b = 6 }

$= \frac{(5\times40-6\times30)\times100}{5\times6}$

$= \frac{(200-180)100}{30}$

$= \frac{20\times100}{30}$ = $66\frac{2}{3}$ % Profit ANS

(15) एक व्यापारी कुछ लीची 1 रूपये मे 15 के भाव से खरीदा। फिर उतना ही लीची 1 रूपये मे 12 के भाव से खरीदा। दोनो प्रकार के लीची को 1 रूपये मे 13 के भाव से बेच दिया तो बताए कि प्रतिशत का लाभ या हानि होगी?

ie x लीची , 1 रूपये मे 15 के भाव से खरीदा।

y लीची , 1 रूपये मे 12 के भाव से खरीदा।

z लीची , 1 रूपये मे 13 के भाव से बेच दियझं

positive आने पर लाभ तथा

negative आने पर हानि होगी।

⇨ $\{ \frac{2xy}{(x+y)z} - 1 \} \times 100$

ie $\{ \frac{2\times15\times12}{(15+12)13} - 1 \} \times 100$

ie $\{ \frac{360}{(27)\times13} - 1 \} \times 100$

ie $\{ \frac{360}{351} - 1 \} \times 100$

ie $\{ \frac{360-351}{351} \} \times 100$

ie $\{ \frac{9}{351} \} \times 100$

ie $\frac{1}{39} \times 100 = 2\frac{22}{39}$ % profit ANS

(16) एक व्यापारी किसी वस्तु को एक निश्चित मूल्य पर बेचा और 12% का लाभ कमाया। यदि वह वस्तु को तीन गुणा मूल्य पर बेचता तो उसे कितना प्रतिशत का लाभ होता?

TRICKY METHOD

ie $\{(n-1)100 + n\,x\}$ n = 3 times , x = 12% profit

ie $\{(3-1)100 + 3 \times 12\}$

ie $\{2\times100 + 3 \times 12\}$

ie $\{200 + 36\}$

ie 236 % profit ANS

(17) यदि 12 वस्तुओ का क्रयमूल्य 9 वस्तुओं के विक्रयमूल्य के बराबर है तो प्रतिशत लाभ ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

a = 12 वस्तुओ का क्रयमूल्य

b = 9 वस्तुओ का बिक्रयमूल्य

positive आने पर लाभ तथा

negative आने पर हानि होगी।

⇨ प्रतिशत लाभ $= \frac{(a-b)100}{b}$

$= \frac{(12-9)100}{9}$

$= \frac{3\times100}{9} = 33\frac{1}{3}$ % profit ANS

(18) किसी वस्तु को 3000 रूपये मे बेचने पर प्राप्त लाभ उसे 1200 रूपये मे बेचने पर हुए हानि का 3 गुणा है तो वस्तु का क्रयमूल्य ज्ञात करे।

यहा X = 3000 , Y = 1200 , Z = 3 Fold

क्रयमूल्य = $\{\frac{x+yz}{z+1}\}$

$= \{\frac{3000+1200\times3}{3+1}\}$

$= \{\frac{3000+3600}{4}\}$ $= \{\frac{6600}{4}\}$ = 1650 RS ANS

(19) यदि एक घडी का क्रयमूल्य उसके बिक्रयमूल्य का 80% है तो बताए के वस्तु का विक्रयमूल्य ,क्रयमूल्य का कितना प्रतिशत है।

TRICKY METHOD

⇨ प्रतिशत लाभ $= \frac{(100)^2}{X\,\%}$ (100 Constant)

$= \frac{(100)^2}{80}$

$= \frac{100\times100}{80}$

= 125 % profit ANS

(20) यदि 200 आम बेचने पर राम को 40 आम के विक्रयमूल्य के बराबर लाभ होता है तो प्रतिशत लाभ ज्ञात करे ।

TRICKY METHOD

⇨ प्रतिशत लाभ $= \frac{100\times Y}{X-Y}$ (100 Constant , X = 200 , Y = 40)

$= \frac{100\times40}{200-40}$

$= \frac{4000}{160}$

= 25 % profit ANS

(21) एक दुकानदार एक व्यक्ति को घडी के अंकित मूल्य पर 20% छुट देने के बाद फिर 10% का छुट देता है। यदि उस घडी को 360 रूपये मे बेचे तो उसका अंकित मूल्य कितना होगा?

अंकित मूल्य = विक्रय मूल्य $\left(\frac{100}{100-a}\right) \times \left(\frac{100}{100-b}\right) \times \left(\frac{100}{100-c}\right) \times \left(\frac{100}{100-d}\right)$ --- ∞

$= 360\left(\frac{100}{100-20}\right) \times \left(\frac{100}{100-10}\right)$

$= 360\left(\frac{100}{80}\right) \times \left(\frac{100}{90}\right)$

= 500 RS ANS

(22) एक दुकानदार एक घडी जिसका अंकित मूल्य 1000 है उस पर 20% छुट देने के बाद फिर 10% का छुट देता है। तो घडी का विक्रयमूल्य ज्ञात करें।

विक्रय मूल्य = अंकित मूल्य $\left(\frac{100-A}{100}\right)\left(\frac{100-B}{100}\right)\left(\frac{100-C}{100}\right)\left(\frac{100-D}{100}\right)$ --------- ∞

$=1000\left(\frac{100-20}{100}\right)\left(\frac{100-10}{100}\right)$

$=1000\left(\frac{80}{100}\right) \times \left(\frac{90}{100}\right)$

$=1000 \times \left(\frac{7200}{10000}\right)$

= 720 RS ANS

(23) एक व्यापारी को 30 रूपये मे 6 टौफी बेचने पर 10% की हानि होती है। तो उसे 80% लाभ पर बेचने के लिए 30 रूपये मे कितने टौफी बेचनी चाहिए?

TRICKY METHOD

ie 30 रूपये मे बेची गई टौफी $= \left(\frac{100-a}{100+b}\right)$ X

$= \left(\frac{100-10}{100+80}\right) 6$

$= \frac{90}{180} \times 6$

= 3 टौफी ANS

(24) एक व्यापारी को 1 रूपये मे 36 टौफी बेचने पर 30% की हानि होती है। तो 1 रूपये मे कितने टौफी बेचे कि उसे 40 % का लाभ हो?

TRICKY METHOD

ie 1 रूपये मे बेची गई टौफी = $\left(\frac{100-a}{100+b}\right)$ X

$= \left(\frac{100-30}{100+40}\right) 36$

$= \frac{70}{140} \times 36$

= 18 टौफी ANS

(25) एक व्यक्ति 400 रूपये मे एक घडी खरीदा तथा उसे बेचने पर विक्रयमूल्य का 20% लाभ हुआ तो घडी का विक्रयमूल्य ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

⇨ विक्रयमूल्य $= \frac{CP \times 100}{(100-\%\ PROFIT)}$ (CP = 400RS , Profit = 20%)

$= \frac{400 \times 100}{100-20}$

$= \frac{4000}{80}$

= 500 RS ANS

(26) राम एक घडी 2500 रूपये मे कुछ प्रतिशत लाभ पर बेचता हैं। तथा दूसरे घडी को 2500 रूपये मे उतने ही प्रतिशत हानि पर बेचता है। दोनो के बेचने पर 4% की हानि होती है तो प्रतिशत लाभ ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

⇨पहले घडी पर प्रतिशत लाभ = $(\sqrt{\%\ loss})10$, (10 constant)

$= (\sqrt{4})\ 10$

$= 2 \times 10$

= 20 % profit ANS

(27) एक दुकानदार अच्छी चीनी को 15% लाभ पर बेचने का निर्णय करता है। लेकिन अच्छे चीनी मे आघे खराब चीनी मिला देता है।और उसका मूल्य $\frac{4}{5}$ रखता है तो प्रतिशत लाभ ज्ञात करे।

माना कि अच्छे चीनी का मूल्य = x रूपये / kg

खरीदी गई मात्रा = y kg

∴ अच्छे चीनी का क्रयमूल्य = XY रूपये

∴ $\frac{y}{2}kg$ अच्छे चीनी का क्रयमूल्य = $\frac{xy}{2}$ रूपये

∵ $\frac{y}{2}kg$ खराब चीनी का क्रयमूल्य = अच्छे चीनी के मूल्य का $\frac{4}{5}$ रूपये

∵ $\frac{y}{2}kg$ खराब चीनी का क्रयमूल्य = $\frac{4\,XY}{5}$ रूपये

∴ दोनो प्रकार के चीनी का मूल्य विक्रयमूल्य = $\frac{xy}{2}+\frac{4\,XY}{5}=\frac{13XY}{10}$

∵ लाभ = विक्रयमूल्य− क्रयमूल्य

$$=\frac{13XY}{10}-xy$$

$$=\frac{13XY-10XY}{10}=\frac{3\,XY}{10}$$

∴ प्रतिशत लाभ = $\frac{PROFIT\times100}{COST\ PRICE}$

$$=\frac{\frac{3xy}{10}\times100}{xy}$$

$$=\frac{3XY\times100}{10XY}=30\%$$ ANS

(28) एक व्यापारी को X % आम खराब हो गया। शेष आम के मूल्य मे कितने प्रतिशत की वृद्धि करे कि उसे सम्पूर्ण आम पर Y % का लाभ हो?

TRICKY METHOD

प्रतिशत की वृद्धि = $\left\{\frac{(X+Y)100}{(100-X)}\right\}$ %

(29) दो वस्तुओ को 2:3 के अनुपात मे खरीद कर पहले को 4% लाभ तथा दूसरे को 2 % हानि पर बेच दिया। तो विक्रेता को कुल मिलाकर 1800 रूपये का लाभ होता हैं। तो दोनो वस्तुओ के लागत मूल्य ज्ञात करें।

TRICKY METHOD

$$CP=\frac{100\times GAIN\times(SUM\ OF\ RARIO)}{(FIRST\ RATIO\times\%\ PROFIT)-(2ND\ RATIO\times2ND\ \%\ LOSS)}$$

$$CP=\frac{100\times1800\times(2+3)}{(2\times4\%\ GAIN)-(3\times2\ \%\ LOSS)}$$

$= \frac{100\times 1800 \times 5}{(2 \times 4)-(3 \times 2)}$

$= \frac{100\times 1800 \times 5}{(8)-(6)}$

$= \frac{100\times 1800 \times 5}{2}$

= 450000 RS

(30) किसी वस्तु का कयमूल्य उसके विकयमूल्य का 4/5 है तो प्रतिशत लाभ ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

⇨ प्रतिशत लाभ $= \frac{(Y-X)100}{X}$ (100 Constant , $\frac{X}{Y} = \frac{4}{5}$ ie x = 4 , y = 5)

$= \frac{(5-4)100}{4}$

$= \frac{100}{4}$ = 25 % ANS

(31) एक TV को 10% लाभ पर बेचा गया। यदि उसे 20% कम दाम पर खरीदकर 500 रू अधिक मे बेचा जाता तो उसे 40% का लाभ होता तो TV का कयमूल्य ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

$$CP = \frac{\text{EXCESS AMOUNT}}{\left(\frac{100\pm b}{100}\right)\times\left(\frac{100\pm c}{100}\right)-\left(\frac{100\pm a}{100}\right)}$$

$$= \frac{500}{\left(\frac{100-20}{100}\right)\times\left(\frac{100+40}{100}\right)-\left(\frac{100+10}{100}\right)}$$

$$= \frac{500}{\left(\frac{80}{100}\right)\times\left(\frac{140}{100}\right)-\left(\frac{110}{100}\right)}$$

$$= \frac{500}{\frac{112}{100}-\frac{110}{100}} = \frac{500}{\frac{112-110}{100}} = \frac{500\times100}{2} = 25000 \text{ RS} \quad \text{ANS}$$

(32) यदि दो वस्तुओं को एक ही किमत 5000 रूपये मे बेचा जाता है। यदि एक पर 7 % का लाभ तथा दूसरे पर 7 % की हानि होती है। तो कुल हानि ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

(1) प्रतिशत हानि $= \frac{A\times A}{100} = \frac{7\times7}{100} = \frac{49}{100} = 0.49\ \%$

(2) कुल हानि $= \frac{2\,X\,(A\times A)}{(100^2)-A^2}$ (X = 5000 , A = 7% , 2 constant)

$= \frac{2\times5000\times7\times7}{10000-7\times7}$

$= \frac{10000\times49}{10000-49}$

$= \frac{490000}{10051}$

= 48.75 RS ANS

(33) यदि एक रूपये मे 5 वस्तुओं को बेचने से 20 % का लाभ होता है तो एक रूपये मे खरीदी गई बस्तुओ की संख्या ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

एक रूपये खरीदी गई वस्तुओं की संख्या $= \frac{N(100+X\%)}{100}$

$= \frac{5(100+20)}{100}$

$= \frac{5\times120}{100}$

$= \frac{600}{100}$

= 6 ANS

(34) यदि एक रूपये मे 4 वस्तुओं को बेचने से 40 % का हानि होती है तो एक रूपये मे खरीदी गई बस्तुओ की संख्या ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

एक रूपये खरीदी गई वस्तुओं की संख्या $= \frac{N(100-X\%)}{100}$

$= \frac{5(100-40)}{100}$

$= \frac{5\times60}{100}$

$= \frac{300}{100}$ = 3 ANS

(35) यदि एक रूपये मे 5 वस्तुओं को खरीदने पर 50 % का हानि होती है तो एक रूपये मे बेची गई बस्तुओ की संख्या ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

एक रूपये बेची गई वस्तुओं की संख्या $= \frac{100 \times N}{100 - X\%}$

$= \frac{100 \times 5}{100 - 50}$

$= \frac{500}{50}$

$= 10$ ANS

(35) यदि एक रूपये मे 4 वस्तुओं को खरीदने पर 50 % का लाभ होता है तो एक रूपये मे बेची गई बस्तुओ की संख्या ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

एक रूपये बेची गई वस्तुओं की संख्या $= \frac{100 \times N}{100 - X}$

$= \frac{100 \times 4}{100 - 50}$

$= \frac{400}{50}$

$= 8$ ANS

(36) एक फल विक्रेता आमो को एक निश्चित मूल्य पर बेचकर 25% का लाभ कमाता है। यदि वह प्रत्येक आम पर 2 रू अधिक लेता तो वह 50% लाभ प्राप्त करता। प्रंत्येक आम के बेचने की दर पहली स्थिति मे क्या है। तथा प्रत्येक आम का क्रयमूल्य ज्ञात करे।

TRICKY METHOD

(1) COST PRICE $= \frac{100 \times EXCESS\ AMOUNT}{(Y - X)\ \%}$

$= \frac{100 \times 2}{50 - 25}$

$= \frac{200}{25}$ = 8 RS / Mango ANS

(2) SELLING PRICE $= \frac{(100 + X\ \%)\ EXCESS\ AMOUNT}{(Y - X)\%}$

$= \frac{(100 + 25) \times 2}{50 - 25}$

$= \frac{125\times2}{25}$

= 10 RS / Mango ANS

(37) यदि एक घडी पर 25% बटटा (discount) देने पर भी व्यापारी को 20% का लाभ होता है। तो घडी का विज्ञापन मूल्य क्या होगा जिस पर व्यापारी को 240 रूपये का लाभ हो ?

माना कि घडी का विज्ञापन मूल्य = x रूपये

∴ 25% discount पर विक्रय मूल्य = $\frac{25X}{100} = \frac{3X}{4}$ RS --------------- (1)

∴घडी का क्रयमूल्य = $\frac{SP\times100}{100+\%\,Gain} = \frac{\frac{3x}{4}\times100}{100+20} = \frac{\frac{3x}{4}\times100}{120} = \frac{75x}{120} = \frac{5x}{8}$ -- (2)

∴ लाभ = विक्रयमूल्य - क्रयमूल्य

$240 = \frac{3X}{4} - \frac{5x}{8}$

$240 = \frac{6X-5x}{8}$

$240 = \frac{x}{8}$

∴ x = 1920 RS ANS

(37) TRICKY METHOD

विज्ञापन मूल्य = $\frac{100\,(100+\%\,gain)\,profit\ amount}{(100-X)\,Y}$

$= \frac{100\,(100+25)240}{(100-25)\,20}$

$= \frac{100\times125\times240}{75\times20}$

= 1920 RS ANS

(38) यदि 5 पेंसिल का मूल्य 3 कलम के बराबर हैं। 20 कलमो का मूल्य 4 कौपी के बराबर हैं। 5 कौपी का मूल्य 2 शार्पनर के बराबर हैं। यदि 6 शार्पनर का मूल्य 250 रूपये है तो 10 पेंसिल का मूल्य ज्ञात करे।

माना कि 10 पेंसिल का मूल्य = x रू

प्रश्नानुसार सभी आईटम को एक अनुपातिक क्रम मे रखने पर

ie x रू = 10 पेंसिल

5 पेंसिल = 3 कलम

20 कलम = 4 कौपी

5 कौपी = 2 शार्पनर

6 शार्पनर = 250 RS

⇨ $\frac{X \times 5 \times 20 \times 5 \times 6}{10 \times 3 \times 4 \times 2 \times 250} = 1$

= $\frac{X}{20} = 1$

∴ X = 20 RS ANS

(39) यदि 10 टेबल का मूल्य 25 कुर्सियों के बराबर हैं। 40 कुर्सियों का मूल्य 50 चौकियों के बराबर हैं। 10 चौकियों का मूल्य 100 बेंचो के बराबर हैं। 80 बेंचो 2 सोफों के मूल्य के बराबर है। यदि 5 सोफों का मूल्य 40000 रूपये है तो 1 बेंच का मूल्य ज्ञात करे।

माना कि 1बेंच का मूल्य = x रू

प्रश्नानुसार सभी आईटम को एक अनुपातिक क्रम मे रखने पर

ie 10 टेबल = 25 कुर्सिया

40 कुर्सिया = 50 चौकियां

10 चौकियां = 100 बेंच

x रू = 1 बेंच

80 बेंच = 2 सोफा

5 सोफा = 40000 RS

⇨ $\frac{10 \times 40 \times 10 \times X \times 80 \times 5}{25 \times 50 \times 100 \times 1 \times 2 \times 40000} = 1$

= $\frac{X}{6250} = 1$

∴ X = 6250 RS ANS

(40) यदि 3 मोटरो का मूल्य 16 घोडों के बराबर हैं। 7 घोडों का मूल्य 50 बैलो के बराबर हैं। 25 बैलो का मूल्य 21 साईकिल के बराबर है। यदि 1 मोटर का मूल्य 96000 तो 1साईकिल का मूल्य ज्ञात करे।

96000 Rs = 1 मोटर

3 मोटर = 16 घोडा

7 घोडा = 50 बैल

25 बैल = 21 साईकिल

1 साईकिल = x रू माना

$\Rightarrow \frac{96000 \times 3 \times 7 \times 25 \times 1}{1 \times 16 \times 50 \times 21 \times X} = 1$

$= \frac{3000}{X} = 1$

∴ X = 3000 RS ANS

(41) एक वस्तु की किमत मे 5 रू की कमी हो जाने से 6192 रू मे 75 वस्तुएं अधिक खरीदता है तो एक वस्तु का मूल कीमत ज्ञात करें।

माना कि एक वस्तु का मूल किमत = x रू

∴ 6192 रू मे खरदी गई वस्तुओ की संख्या = $\frac{6192}{X}$ ------------------ (1)

वस्तु के मूल्य मे 5रू की कमी होने पर न्या मूल्य = X−5 रू

∴ 6192 रू मे खरदी गई वस्तुओ की संख्या = $\frac{6192}{X-5}$ ------------------ (2)

∴ प्रश्नानुसार = $\frac{6192}{X-5} - \frac{6192}{X} = 15$

$= \frac{6192\,\{X-(X-5)\}}{(X-5)X} = 15$

$= \frac{6192\,\{X-X+5\}}{(X-5)X} = 15$

$= \frac{6192 \times 5}{(X-5)X} = 15$

$= \frac{6192}{X^2-5X} = 3$

$= 3X^2 - 15X = 6192$

$= 3X^2 - 15X - 6192 = 0$

$= 3(X^2 - 5X - 2064) = 0$

$\therefore = (1X^2 - 5X - 2064) = 0$

a = 1, b = −5 , c = − 2064

$\therefore$ D $= b^2 - 4ac$

$= (-5)^2 - 4 \times 1 \times -2064$

$= 25 + 8256 = 8281$

$\therefore \quad ROOT\ X = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ OR $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{8281}}{2 \times 1}$

$= \frac{5 \pm 91}{2}$

$= \frac{96}{2}$ = 48 RS ANS

(42) एक व्यक्ति ने तीन ग्राहको को नारंगी बेच कर ज्ञात हुआ कि उसके पास 100 रू की शेष नारंगी रह गई है।यदि वह 5 नारंगी प्रत्येक ग्राहक को और बेचता तो उसके पास 3 नारंगी रह जाती तो बताएं कि 100रू मे कितनी नार्‍ंगियां बेची?

∵ व्यापारी के पास 100 रू का शेष नारंगी बच गया था।

By 2nd condition

∵ व्यापारी के पास शेष नारंगी =

तीन ग्राहकों को 5- 5 और संतरे देने और शेष 3 नारंगी का योग

$= 3 \times 5 + 3$

$= 15 + 3$

= 18 शेष नारंगी बच गया था।

अर्थात 100 रू मे 18 संतरा के भाव से बेचा। जो नारंगी उसके पास बचा था वह 100रू का ही नारंगी था।   ANS

(43) एक व्यक्ति सोनपुर मेले से कुछ जानवरो को 628000 रू मे खरीदा। जिसमे हाथी, घोडा, बैलो तथा गायों का अनुपात क्रमशः1:2:7:8 था। एक जात के सभी जानवरो की किमत बराबर था। हाथी, घोडा, बैलो तथा गायों की किमत का अनुपात क्रमशः 100:10:3:2 था। यदि एक गाय की किमत 4000 रू हो तो प्रत्येक जानवरो की किमत एवं उनकी संख्या ज्ञात करे।

∵ प्रत्येक प्रकार के जानवरो के संख्या का अनुपात $= 1:2:7:8$

∵ प्रत्येक प्रकार के जानवरो के किमत का अनुपात $= 100:10:3:2$

∴ प्रत्येक प्रकार के कुल जानवरो की किमत

$$= (1\times 100):(2\times 10):(7\times 3):(8\times 2)$$

$$= 100 : 20 : 21 : 16$$

∴ अनुपातों का योगफल $= 100 + 20 + 21 + 16 = 157$

∴ हाथियो की कुल किमत $= \frac{100}{157} \times 628000 = 400000$ ANS

∴ घोडो की कुल किमत $= \frac{20}{157} \times 628000 = 80000$ ANS

∴ बैलो की कुल किमत $= \frac{21}{157} \times 628000 = 84000$ ANS

∴ गायों की कुल किमत $= \frac{16}{157} \times 628000 = 64000$ ANS

∴ गायों की कुल संख्या $= \frac{total\ amount\ of\ cows}{amount\ of\ one\ cow}$

$$= \frac{64000}{4000} = 16 \text{ cows} \quad \text{ANS}$$

∵ हाथी, घोडा, बैलो तथा गायों की संख्या का अनुपात $= 1:2:7:8$

ie $\frac{elephant}{1} = \frac{horse}{2} = \frac{ox}{7} = \frac{cow}{8} = k$ say

∴ elephant = 1k

∴ horse = 2k

∴ ox = 7k

∴ cow = 8k = 16

$\therefore k = \frac{16}{8}$ = 2

∴ elephants = 1k = 1× 2 = 2 ANS

∴ horses = 2k = 2× 2 = 4 ANS

∴ oxen = 7k= 7× 2 = 14 *ANS*

∴ cows = 8k = 16 ANS

(44) किसी हीरे का मूल्य उसके भार के वर्ग के अनुक्रमानुपाति है।एक हीरा 4 टुकडो मे इस प्रकार टुटा कि उनके भारो का अनुपात 1: 2 : 3 : 4 है। यदि टुटने पर हीरे का मूल्य पर 140000 रू की हानि हुई तो बिना टुटे हीरे का मूल्य कितना था?

माना कि टुटे हुए हीरे के

एक भाग का वजन = x gram

दुसरे भाग का वजन = 2x gram

तीसरे भाग का वजन = 3x gram

चौथे भाग का वजन = 4x gram

∴ बिना टुटे हीरे का कुल वजन

= x + 2x + 3x + 4x =10x gram

प्रश्नानुसार

∴ टुटे हुए हीरे का मूल्य = x^2

∴ टुटे हुए हीरे = $(2x)^2 = 4x^2$

∴ टुटे हुए हीरे = $(3x)^2 = 9x^2$

∴ टुटे हुए हीरे = $(4x)^2 = 16x^2$

∴ टुटे हीरे का कुल मूल्य = $30x^2$

∴ बिना टुटे हीरे का कुल मूल्य = $(10x)^2 = 100x^2$

∴ प्रश्नानुार $(100x^2 - 30x^2) = 140000$

$= 70x^2 = 140000$

$\therefore x^2 = \frac{140000}{70}$

= 2000

∴ बिना टुटे हीरे का कुल मूल्य $= (10x)^2$

$= 100x^2$

$= 100 \times 2000$

= 200000 RS ANS

(45) चीनी के मूल्य मे 25% वृद्धि हो जाने पर एक उपभोक्ता चीनी की खपत मे कितना प्रतिशत कमी करे कि उसका चीनी पर खर्च पहले के बराबर रहे?

माना कि चीनी का प्रारंभिक मूल्य = X रू /kg

तथा चीनी की खपत कीं मात्रा= Y/Kg

∴ चीनी पर खर्च की राशी = XY रूपये ---------------- (1)

20% दाम बढ जाने चीनी के मूल्य मे वृद्धि $= \frac{x(100+25)}{100} = \frac{5x}{4}$ Rs / kg

माना कि चीनी के खपत मे k% की कमी करने पर खर्च पहले के बराबर रहेगा।

∴ चीनी का वर्तमान खपत $= \frac{y(100-k)}{100}$ kg

∴ वर्तमान मे खर्च की राशी $= \frac{5x}{4} \times \frac{y(100-k)}{100}$ ----------------(2)

अब प्रश्नानुसार समीकरण (1) और (2) से दोनो स्थिति मे खर्च बराबर है।

ie $XY = \frac{5x}{4} \times \frac{y(100-k)}{100}$

ie $XY = \frac{5xy\,(100-k)}{400}$

ie $XY = \frac{500xy - 5xyk)}{400}$

$\therefore 500xy - 5xyk = 400xy$

$\therefore 500xy - 5xyk - 400xy = 0$

$\therefore 100xy - 5xyk = 0$

$\therefore 5xyk = 100xy$

$\therefore k = \frac{100xy}{5xy} = 20\%$ ANS

(45) TRICKY METHOD

चीनी के खपत मे प्रतिशत कमी $= \frac{X}{(100+X)} \times 100$

$= \frac{25}{(100+25)} \times 100$

$= \frac{25}{(125)} \times 100$

$= 20\%$ ANS

(46) एक दुकानदार सौदा खरीदते समय बेमानी से 10% अधिक तौलता है और बेचते समय 10 % कम तौलकर ग्राहकों को देता है। तो बताएं कि दुकानदार को कितना प्रतिशत का लाभ होता है।

$\because$ दुकानदार खरीदते समय 10% बेमानी करता है। ie 10% अधिक लेता हैं।

माना कि कोई व्यक्ति कुछ समान बेचने गया तो दुकानदार x Kg के स्थान पर 10% अधिक ले लेता है। अर्थात $= \frac{X\,(100+10)}{100} = \frac{*11X}{10}$ Kg खरीदते समय ले लिया।

इसके बाद दुकानदार इसी समान को किसी ग्राहक को बेचता है तो बेचते समय भी 10 % बेईमानी करके x Kg के स्थान पर $= \frac{X\,(100-10)}{100} = \frac{9X}{10}$ Kg देता है।

$\because$ दुकानदार $\frac{9X}{10}$ Kg को x Kg कहकर ग्राहक को बेचता है।

$\therefore$ दुकानदार 1 Kg को $\frac{x}{\frac{9x}{10}}$ Kg $= \frac{10x}{9x}\,kg$ कहकर ग्राहक को देगा।

$\because$ दुकानदार $\frac{*11X}{10}$ Kg को $\frac{10x}{9x} \times \frac{11X}{10} = \frac{11x}{9}\,kg$ कहकर ग्राहक को देगा ।

$\therefore$ दुकानदार का लाभ $= \left(\frac{11x}{9} - x\right) = \frac{10x}{9}$ kg

$\therefore$ दुकानदार का प्रतिशत लाभ $= \frac{gain \times 100}{CP}$

$$= \frac{\frac{10X}{9} \times 100}{X}$$

$$= \frac{10X \times 100}{9X}$$

$$= \frac{200}{9}$$

$$= 22\frac{2}{9}\ \%$$ ANS

(3.2) उम्र से सम्बंधित (AGE PROBLEM)

इस अध्याय के अंतर्गत हम मानव जीवन के महत्वपूर्ण और अनिवार्य पहलू उम्र या आयु के बारे मे अध्ययन करेंगे। उम्र या आयु केवल शारीरिक परिवर्तन को नही बल्कि मानसिक ,भावात्मक और सामाजिक विकास को भी प्रभावित करती है। उम्र के साथ साथ व्यक्ति का दृष्टिकोण भी बदलता है। और नए जीवन के अनुभवो का सामना करने पडता है। इसी कडी मे हम आयु से सम्बन्धित प्रश्नो के हल करने का प्रयास करेंगे।

(1) राम की आयु श्याम की आयु से 6 वर्ष अधिक है। दोनो की उम्रो का योगफल 50 वर्ष है तो दोनो की वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि राम की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा श्याम की वर्तमान आयु = y वर्ष

∴ दोनो के आयु का अंतर $= x - y = 6$ ------------------------ (1)

∴ दोनो के आयु का योगफल $= x + y = 50$ ------------------- (2)

ie $\quad x - y = 6$

$$\begin{array}{r} x - y = 6 \\ +\quad x + y = 50 \\ \hline 2x = 56 \end{array}$$

∴ $x = 28$ years ANS

∴ equation (2) $x + y = 50$

$28 + y = 50$

∴ $y = 50 - 28 = 22$ years ANS

(2) पिता की आयु पुत्र की आयु की तीन गुणी है। 10 वर्ष बाद पिता की आयु पुत्र की आयु की दो गुणी हो जाएगी तो दोनो की वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

∴ प्रश्नानुसार $x = 3y$

∴ $x - 3y = 0$ -------------------- (1)

∴ 10 वर्ष बाद पिता की आयु $= x + 10$

∴ 10 वर्ष बाद पुत्र की आयु $= y + 10$

∴ प्रश्नानुसार $x+10 = 2(y+10)$

$x+10 = 2y + 20$

$x + 10 - 2y - 20 = 0$

$x - 2y - 10 = 0$

$x - 2y = 10$ -------------------- (2)

समीकरण (1) और (2) से

ie $x - 3y = 0$

$x - 2y = 10$

$-\quad + \quad -$

$-y = -10$

∴ $y = 10$ years ANS

∴ equation (1) $X - 3y = 0$

$X - 3 \times 10 = 0$

∴ $x - 30 = 0$ ∴ $x = 30$ years ANS

(2) TRICKY METHOD

Father's age $= \frac{XY(Z-1)}{(X-Z)}$

$= \frac{3\times10(2-1)}{(3-2)}$

$= \frac{30\times1}{1}$

= 30 Years ANS

Son's age $= \frac{Y(Z-1)}{(X-Z)}$

$= \frac{10(2-1)}{(3-2)}$

$= \frac{10}{1}$

= 10 Years ANS

X = 3 fold Y = 10 years Z = 2 fold

(3) एक व्यक्ति की आयु 10 वर्ष पुत्र की आयु की 5 गुणा था। किन्तु 20 वर्ष बाद उस व्यक्ति की आयु पुत्र की आयु की दो गुणा हो जाएगा तो दोनो की वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

∴ 10 वर्ष पहले पिता की आयु = $x - 10$

∴ 10 वर्ष पहले पुत्र की आयु = $y - 10$

∴ प्रश्नानुसार $x - 10 = 5(y - 10)$

∴ $x - 10 = 5y - 50$

∴ $x - 10 - 5y + 50 = 0$

∴ $x - 5y = -40$ ---------------------------------- (1)

∴ 20 वर्ष बाद पिता की आयु = $x + 20$

∴ 20 वर्ष बाद पुत्र की आयु = $y + 20$

∴ प्रश्नानुसार $x+20 = 2(y+20)$

$x+20 = 2y + 40$

$x + 20 - 2y - 40 = 0$

$x - 2y - 20 = 0$

$x - 2y = 20$ -------------------- (2)

समीकरण (1) और (2) से

ie $x - 5y = -40$

$x - 2y = 20$

$-\quad +\quad -$

$-3y = -60$

∴ $y = 20$ years ANS

∴ equation (1) $X - 5Y = -40$

$X - 5 \times 20 = -40$

∴ $x - 100 = -40$

∴ $x = -40 + 100$

$= 60$ years ANS

(3) TRICKY METHOD

Son's age $= \frac{X(a-1)+Y(b-1)}{(a-b)}$

$= \frac{10(5-1)+20(2-1)}{(5-2)}$

$= \frac{10\times4+20\times1}{3}$

$= \frac{40+20}{3}$

$= \frac{60}{3}$ = 20 years ANS

Father's age $= \{a\,(\text{son} - x) + x\}$

$= \{5\,(20 - 10) + 10\}$

$= \{5 \times 10 + 10\}$

$= \{50 + 10\}$

= 60 Years ANS

x = 10 years before y = 20 years after

a = 5 fold , b = 2 fold

(4) आज से 5 वर्ष पूर्व एक व्यक्ति की आयु पुत्र की आयु की 3 गुणी थी। किन्तु 5 वर्ष बाद उस व्यक्ति की आयु पुत्र की आयु की दो गुणा हो जाएगी तो दोनो की वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु $= y$ वर्ष

$\therefore$ 5 वर्ष पहले पिता की आयु $= x - 5$

$\therefore$ 5 वर्ष पहले पुत्र की आयु $= y - 5$

$\therefore$ प्रश्नानुसार $x - 5 = 3(y - 5)$

$\therefore \; x - 5 = 3y - 15$

$\therefore \; x - 5 - 3y + 15 = 0$

$\therefore \; x - 3y + 10$

$\therefore \; x - 3y = -10$ ---------------------------------- (1)

$\therefore$ 5 वर्ष बाद पिता की आयु $= x + 5$

$\therefore$ 5 वर्ष बाद पुत्र की आयु $= y + 5$

$\therefore$ प्रश्नानुसार $x+5= 2(y+5)$

$x+5 = 2y +10$

$x + 5 - 2y - 10 = 0$

$x - 2y - 5 = 0$

$x - 2y = 5$ -------------------- (2)

समीकरण (1) और (2) से

ie $\quad x - 3y = -10$

$\quad x - 2y = 5$

$\quad - \quad + \quad -$

$\quad - 1y = -15$

$\therefore \; y = 15$ years ANS

Now from equation (1) $X - 3Y = -10$

$X - 3 \times 15 = -10$

$\therefore \; x - 45 = -10$

$\therefore$ $x = -10 + 45$

$= 35$ years ANS

(3) TRICKY METHOD

Son's age $= \frac{X(a-1)+Y(b-1)}{(a-b)}$

$= \frac{5(3-1)+5(2-1)}{(3-2)}$

$= \frac{5\times2+5\times1}{1}$

$= \frac{10+5}{1} = \frac{15}{1}$ = 15 years ANS

Father's age $= \{a(son - x) + x\}$

$= \{3(15-5) + 5\}$

$= \{3\times10 + 5\}$

$= \{30 + 5\}$

$= 35$ Years ANS

x = 5 years before y = 5 years after

a = 3 fold , b = 2 fold

(5) पिता और पुत्र के वर्तमान उम्रो का योग 80 वर्ष हैं। पुत्र के उम्र का दो गुणा पिता के उम्र से 10वर्ष अधिक हैं। तो दोनो की वर्तमान उम्र ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

$\therefore$ दोनो के आयु का योगफल $= x + y = 80$ -------------------- (1)

पुत्र की आयु की 2 गुणी = 2y

$\therefore$ प्रश्नानुसार $2y - x = 10$ ----------------------------- (2)

Now from equation (1) & (2) we get

ie $x + y = 80$

$+ \quad 2Y - X = 10$

$3Y = 90$

$\therefore$ Y = 30 years ANS

$\therefore$ equation (1) $x + y = 80$

$x + 30 = 80$

$\therefore$ X = 80 – 30 = 50 years ANS

(6) पिता की आयु पुत्र के उम्र का तीन गुणा से 5 वर्ष अधिक हैं। तो दो के आयु का अंतर 31 वर्ष है तो दोनो की वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

$\therefore$ दोनो के आयु का अंतर $= x - y = 31$ ------------------- (1)

पिता की आयु पुत्र की आयु की 3 गुणा से 5 वर्ष अधिक हैं। अर्थात

$\therefore$ प्रश्नानुसार $X - 3Y = 5$ ----------------------- (2)

Now from equation (1) & (2) we get

ie $x - y = 31$

$X - 3Y = 5$

$- \quad + \quad -$

$\therefore \quad 2Y = 26$

$\therefore$ Y = 13 Years ANS

$\therefore$ equation (1) $x - y = 31$

$x - 13 = 31$

$\therefore$ X = 31+ 13 = 44 years ANS

(7) यदि राम की वर्तमान आयु की दो गुणा से 6 वर्ष पहले की आयु की तीन गुणा घटा दे तो राम की वर्तमान आयु होगी। हैं।राम की वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि राम की वर्तमान आयु = x वर्ष

राम की वर्तमान आयु की 2 गुणा = $2x$

∴ 6 वर्ष पहले की आयु = $X-6$ वर्ष

∴ प्रश्नानुसार $2X-3(X-6) = X$

$= 2X-3X+18 = X$

$= -X+18 = X$

$= -X+18 - X = 0$

$= 18 - 2X = 0$

$\therefore\ 2X = 18$

$\therefore\ X = 9$ Years ANS

(8) राम की वर्तमान आयु की 42 वर्ष तथा श्याम की वर्तमान आयु 10 वर्ष है। तो बताऐं कि कितने वर्षो बाद राम की आयु श्याम की आयु से तीन गुणी होगी?

माना कि k वर्ष बाद आयु तीन गुणी होगी।

∴ K वर्ष बाद राम की आयु = $42+K$ वर्ष

∴ K वर्ष बाद श्याम की आयु = $10+K$ वर्ष

∴ प्रश्नानुसार $42+K = 3(10+K)$

ie $42+K - 3(10+K)=0$

$= 42 + K - 30 - 3K = 0$

$= 12 - 2K = 0$

$\therefore\ 2K = 12$

$\therefore\ K = 6$ Years ANS

(8) TRICKY METHOD

Time $= \frac{X-YZ}{(Z-1)}$

$= \frac{42-10\times3}{(3-1)}$

$= \frac{42-30}{2}$

$= \frac{12}{2}$

= 6 years ANS

X= RAM'S AGE , Y= SHYAM'S AGE , Z = 3 FOLD

(9) एक राजा 30 वर्ष की आयु मे गददी पर बैठा और अपने जिन्दगी का $\frac{5}{11}$ वर्ष राज किया तो शाषण की अवधि ज्ञात करे।

माना कि राजा की पुरी जिंदगी = X वर्ष थी।

∴ $\frac{5x}{11}$ वर्ष राज किया।

∴ प्रश्नानुसार $30 + \frac{5X}{11} = X$

$= \frac{330+5X}{11} = X$

$= 11x = 5x+330$

$= 11x - 5x - 330 = 0$

$= 6x - 330 = 0$

∴ $6x = 330$

∴ $x = 55$ years ANS

∴ शाषण की अवधि $= \frac{5X}{11}$ वर्ष

$= \frac{5\times55}{11}$ वर्ष

= 25 years ANS

(10) पिता और पुत्र के वर्तमान उम्रो का अनुपात 3:1 हैं। तथा 14 वर्ष बाद पिता और पुत्र के उम्रो का अनुपात 2:1 हो जाएगा। तो दोनो की वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

∴ प्रश्नानुसार $\frac{X}{Y} = \frac{3}{1}$

ie x = 3y

ie x − 3y = 0 ---------------------------------- (1)

∴ 14 वर्ष बाद पिता की आयु = x + 14

∴ 14 वर्ष बाद पुत्र की आयु = y + 14

∴ प्रश्नानुसार $\frac{X+14}{Y+14} = \frac{2}{1}$

ie x+14 = 2y+28

ie x +14 − 2y−28 = 0

ie x−2y−14 = 0

ie x−2y = 14 ---------------------------------- (2)

Now from equation (1) & (2) we get

$$\begin{array}{rl} \text{ie} \quad x - 3y = & 0 \\ x - 2y = & 14 \\ \underline{- \quad + \quad\quad} & \underline{-} \\ -Y = & -14 \end{array}$$

∴ Y = 14 years ANS

∴ equation (1) x − 3y = 0

x − 3× 14 = 0

ie x−42 = 0

∴ X = 42 years ANS

(10) TRICKY METHOD

Father's age $= \frac{X(ac-ad)}{(ad-bc)}$

$= \frac{14(3\times2-3\times1)}{(3\times1-1\times2)}$

$= \frac{14(6-3)}{(3-2)}$

$= \frac{14\times3}{1}$

= 42 years Ans

Son's age $= \frac{Xb(c-d)}{(ad-bc)}$

$= \frac{14\times1(2-1)}{(3\times1-1\times2)}$

$= \frac{14\times1}{(3-2)}$

$= \frac{14}{1}$

= 14 years Ans

a:b = 3:2 , c:d = 2:1 x = 14 years

(11) एक व्यक्ति की आयु उसके बडे पुत्र की आयु की 2 गुणी है। 10 वर्ष बाद छोटे लडके की आयु की 3 गुणा होगी। दोनो लडको के उम्रो का अंतर 15 वर्ष है तो उनकी वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा बडे पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

तथा छोटे पुत्र की वर्तमान आयु = z वर्ष

∴ प्रश्नानुसार x = 2y ---------------------- (1)

∴ 10 वर्ष बाद पिता की आयु = x + 10

∴ 10 वर्ष बाद बडे पुत्र की आयु = y + 10

∴ 10 वर्ष बाद छोटे पुत्र की आयु = z + 10

∴ प्रश्नानुसार x+10 = 3(z+10) ---------------------- (2)

∴ x + 10 = 3z + 30

∴ x + 10 - 3z – 30 = 0

∴ x - 3z = 20

∴ 2y - 3z = 20 (x = 2y का मान रखने पर) ---------------- (3)

∴ प्रश्नानुसार $y - z = 15$

ie $2(y - z) = 15 \times 2$

ie $2y - 2z = 30$ -------------------------------- (4)

समीकरण (3) और (4) से

ie $2y - 3z = 20$

$2y - 2z = 30$

$- \quad + \quad -$

$-1z = -10$

∴ $z = 10$ years ANS

Now from equation (4) $2Y - 2z = 30$

$2Y - 2 \times 10 = 30$

∴ $2Y - 20 = 30$

∴ $2Y = 30 + 20$

∴ $2Y = 50$

∴ $Y = 25$ years ANS

Now from equation (1) $X = 2Y$

$= 2 \times 25$

$= 50$ Years ANS

(12) आज से 10 वर्ष पूर्व एक व्यक्ति की आयु पुत्र की आयु की 7 गुणी थी। किन्तु 2 वर्ष बाद उस व्यक्ति की आयु 2 गुणा पुत्र की आयु की 5 गुणा हो जाएगी तो दोनो की वर्तमान आयु ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु $= x$ वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु $= y$ वर्ष

∴ 10 वर्ष पहले पिता की आयु $= x - 10$

∴ 10 वर्ष पहले पुत्र की आयु $= y - 10$

∴ प्रश्नानुसार $x - 10 = 7(y - 10)$

∴ $x - 10 = 7y - 70$

∴ $x - 10 - 7y + 70 = 0$

∴ $x - 7y + 60$

∴ $x - 7y = -60$ ---------------------------------- (1)

∴ 2 वर्ष बाद पिता की आयु $= x + 2$

∴ 2 वर्ष बाद पुत्र की आयु $= y + 2$

∴ प्रश्नानुसार $2(x+2) = 5(y+2)$

$2x+4 = 5y + 10$

$2x + 4 - 5y - 10 = 0$

$2x - 5y - 6 = 0$

$2x - 5y = 6$ -------------------- (2)

समीकरण (1) और (2) से

ie $2x - 14y = -120$

$2x - 5y = 6$

$- \quad + \quad -$

$-9y = -126$

∴ $y = 14$ years ANS

Now from equation (2) $2X - 5Y = 6$

$2X - 5 \times 14 = 6$

∴ $2x - 70 = 6$

∴ $2x = 6 + 70$

∴ $2x = 76$

∴ $x = 38$ years ANS

(13) मोहन और राकेश दोनो मित्र है इनके आयु का अंतर 2 वर्ष है।मोहन के पिता की आयु पुत्र के आयु की 2 गुणी है। राकेश की आयु उसकी बहन सीता की आयु की 2 गुणी है। मोहन के पिता की आयु सीता की आयु से 40 वर्ष अधिक है तो सभी की आयु ज्ञात करें।

According to 1st condition $M-R=2$ ------------------------ (1)

$F=2M$ OR

$\therefore\ 2M-F=0$ ---------------------------------- (2)

$R=2S$

ie $2S=R$

$\therefore S=\frac{R}{2}$ ------------------------------------- (3)

$F-S=40$

$\therefore F=S+40$ -------------------------------- (4)

Now from equation (2) &(4) we get

$\therefore\ 2M-F=0$ ---------------------------------- (2)

$\therefore\ 2M-(S+40)=0$

$\therefore\ 2M-(\frac{R}{2}+40)=0$

$\therefore\ 2M-(\frac{R+80}{2})=0$

$\therefore\ \frac{4M-R-80}{2}=0$

$\therefore\ 4M-R-80=0$

$\therefore\ 4M-R=80$ ------------------------------ (5)

Now from equation (1) &(5) we get

$4M-R=80$

$M-R=2$

$-\quad+\quad-$

$3M=78$

∴ M= 26 Years   ANS

Now from equation -------------- (1)

M−R = 2

26 −R = 2

26 −R − 2 = 0

∴ R = 24 Years   ANS   ∴ F = 2M = 2× 26 = 52 Years   ANS

$\therefore S = \frac{R}{2} = \frac{24}{2}$ = 12 Years   ANS

(14) राम ने श्याम से कहा कि मेरी उम्र तुम्हारी उस समय की उम्र से 2 गुणी है जब मेरी उम्र उतनी ही थी जितनी तुम्हारी आज हैं। दोनो के वर्तमान उम्रो का योगफल 63 वर्ष है तो दोनो की वर्तमान उम्र ज्ञात करें।

माना कि राम की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा श्याम की वर्तमान आयु = y वर्ष

∴ X+Y = 63 ---------------------------- (1)

माना कि Z वर्ष पहले राम की आयु = X−Z

Z वर्ष पहले श्याम की आयु = Y−Z

प्रश्नानुसार Z वर्ष पहले राम की आयु = श्याम की वर्तमान आयु के बराबर हैं

* X−Z = * Y

∴ X −Z − Y = 0

∴ X = Z + Y --------------------------- (2)

प्रश्नानुसार X = 2(Y−Z)

राम की वर्तमान आयु ,श्याम के Z वर्ष पहले के आयु की 2 गुणी है।

ie X = 2(Y−Z)

ie Y+Z = 2(Y−Z)

ie Y+Z = 2Y−2Z

ie Y+Z − 2Y+2Z = 0

ie 3Z – Y = 0

∴ Y = 3Z

Now from equation ------------ (2)

∴ X = Y+Z

∴ X = 3Z+Z

∴ X = 4Z

Now from equation -------------(1)

X+Y = 63

4Z+3Z =63

7Z = 63

∴ Z = 9 Years ANS

∴ X = 4Z

= 4× 9

= 36 Years ANS

∴ Y = 3Z

= 3× 9 = 27 Years ANS

(15) यदि राम की आयु की $\frac{3}{4}$ मे 3 वर्ष जोड दिया जाए तो उसकी वास्तविक आयु से 2 वर्ष कम हो जाती है तो राम की आयु ज्ञात करे।

माना कि राम की वास्तविक आयु = X वर्ष

∴ प्रश्नानुसार $\frac{3x}{4} + 3 = x - 2$

ie $\frac{3x+12}{4} = x - 2$

ie 4x–8 = 3x+12

ie 4x–8 –3x–12 = 0

ie x–20 = 0 ∴ x = 20 Years ANS

(16) 4व्यक्तियो के एक परिवार मे मां, पिता से 3वर्ष छोटी हैं।उसके बेटा के जन्म के समय पिता की आयु 31वर्ष थी। बेटी अपने भाई से 3 वर्ष बडी हैं। यदि चारो सदस्यो की आयु का योगफल108 है तो बेटी की उम्र कितनी है। तथा बेटी के जन्म के समय मां की आयु कितनी थी?

माना कि बेटा का वर्तमान उम्र = X वर्ष

∴ बेटी का वर्तमान उम्र = X+5 वर्ष

∴ पिता की आयु = X+31 वर्ष

∴ मां की आयु = (X+31) −3 वर्ष

ie मां की आयु = X+28 वर्ष

प्रश्नानुसार सभी के आयु का योग = $\{(x)+(x+5)+(x+31)+(x+28)\} = 108$

$= \{4x+64\} = 108$

$= 4x + 64 - 108 = 0$

$\therefore 4x = 44$

$\therefore x = 11$ ANS

∴ बेटी का वर्तमान उम्र = X+5 वर्ष

= 11+5

= 16 Years ANS

∴ पिता की आयु = X+31 वर्ष

= 11+31

= 42 Years ANS

∴ मां की आयु = X + 28 वर्ष

= 11+28

= 39 Years ANS

∴ बेटी के जन्म के समय मां की आयु = 39−16 = 23 Years ANS

(17) यदि पिता और पुत्र के उम्रो का अनुपात 4:3 हैं।तो 20 वर्ष बाद उनका अनुपात बढेगा या घटेगा?

माना कि पिता की आयु = x वर्ष

तथा पुत्र की आयु = y वर्ष

∴ प्रश्नानुसार $\frac{X}{Y} = \frac{4}{3}$ -------------------------- (1)

∴ $\frac{X}{4} = \frac{y}{3}$ = k say

∴ x = 4k and y = 3k

∴ 20 वर्ष बाद पिता की आयु = x + 20

∴ 20 वर्ष बाद पुत्र की आयु = y + 20

माना कि 20 वर्ष बाद उम्रो का अनुपात = $\frac{m}{n}$ होगा।

∴ प्रश्नानुसार $\frac{X+20}{Y+20} = \frac{m}{n}$

ie $\frac{m}{n} = \frac{X+20}{Y+20}$

ie $\frac{m}{n} = \frac{4k+20}{3k+20}$ (Take k = 1 minimum value)

ie $\frac{m}{n} = \frac{4\times1+20}{3\times1+20}$

ie $\frac{m}{n} = \frac{4+20}{3+20}$

ie $\frac{m}{n} = \frac{24}{23}$ --------------------------- (1)

Now compare equation (1) & (2) we get

ie $\frac{4}{3} > \frac{24}{23}$

ie $\frac{X}{Y} > \frac{m}{n}$ अर्थात अनुपात घटेगा। ANS

(18) पिता ने पुत्र से कहा " जब तुम पैदा हुए थे उस समय की तुम्हारी माता की उम्र के अब तुम 3 गुणा हो। तुम्हारे जन्म के 10 वर्ष बाद की तुम्हारी मां के उम्र का मै अब 3 गुणा हूं। 10वर्ष बाद मै 10वर्ष पहले की तुम्हारे उम्रं का 2 गुणा हो जाउंगा।" तो तीनो की वर्तमान उम्र ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = X वर्ष

माता की वर्तमान आयु = Y वर्ष

पुत्र की वर्तमान आयु = Z वर्ष

∴ पुत्र के जन्म के समय पिता की आयु $= X - Z$ Years

∴ पुत्र के जन्म के समय माता की आयु $= Y - Z$ Years

∴ प्रश्नानुसार $3(Y - Z) = Z$ ---------------------------- (1)

ie $3Y - 3Z = Z$

ie $3Y - 3Z - Z = 0$

ie $3Y - 4Z = 0$

$\therefore 3Y = 4Z$

∴ पुत्र के जन्म के 10वर्ष बाद पिता की आयु $= (X - Z) + 10$ Years

∴ पुत्र के जन्म के 10वर्ष बाद माता की आयु $= (Y - Z) + 10$ Years

∴ प्रश्नानुसार $3\{(Y - Z) + 10\} = X$

$3Y - 3Z + 30 = X$ -------------------------- (2)

∵ 10वर्ष बाद पिता की आयु = X+10 Years

∵ 10वर्ष पहले पुत्र की आयु = Z–10 Years

∴ प्रश्नानुसार $X + 10 = 2(Z - 10)$ Years

ie $X + 10 = 2Z - 20$

ie $X + 10 - 2Z + 20 = 0$

ie $X - 2Z + 30 = 0$ ---------------------------- (3)

अब समीकरण (2) मे 3y का मान रखने पर अर्थात

$3Y - 3Z + 30 = X$

$4Z - 3Z + 30 = X$

Z+30 = X ---------------------- (4)

अब समीकरण (3) मे X का मान रखने पर अर्थात

ie $X - 2Z + 30 = 0$

ie $(z + 30) - 2Z + 30 = 0$

ie $z + 30 - 2Z + 30 = 0$

ie $60 - Z = 0$

∴ Z = 60 Years ANS

अब समीकरण (4) मे Z का मान रखने पर अर्थात

X = Z+30

= 60+30

= 90 Years ANS

∴ Y = $\frac{4Z}{3}$

= $\frac{4\times60}{3}$

= 80 Years ANS

(19) पिता ने पुत्र से कहा " तुम्हारे जन्म होने से 6 वर्ष पूर्व मै तुम्हारी मां की उम्र का 2 गुणा था। 10 वर्ष पहले तुम्हारी मां तुम्हारे उम्र की 2 गुणी थी। 3वर्ष बाद मै तुम्हारे उम्रं का 2 गुणा हो जाउंगा।" तो तीनो की वर्तमान उम्र ज्ञात करे।

माना कि पिता की वर्तमान आयु = X वर्ष

माता की वर्तमान आयु = Y वर्ष

पुत्र की वर्तमान आयु = Z वर्ष

∴ पुत्र के जन्म के समय पिता की आयु = X−Z Years

∴ पुत्र के जन्म के समय माता की आयु = Y−Z Years

∴ पुत्र के जन्म के 6 वर्ष पहले पिता की आयु = (X−Z) − 6 Years

∴ पुत्र के जन्म के 6 वर्ष पहले माता की आयु = $(Y-Z)-6$ Years

∴ प्रश्नानुसार $(X-Z)-6 = 2(Y-Z-6)$ Years

ie $(X-Z)-6 = 2Y-2Z-12$

ie $X-Z-6-2Y+2Z+12=0$

ie $X-2Y+Z+6=0$

ie $X-2Y+Z=-6$ ------------------ (1)

आज से 10 वर्ष पहले पिता की आयु = $X-10$ Years

आज से 10 वर्ष पहले माता की आयु = $Y-10$ Years

आज से 10 वर्ष पहले पिता की आयु = $Z-10$ Years

∴ प्रश्नानुसार $(Y-10) = 2(Z-10)$ Years

ie $(Y-10) = 2Z-20$ Years

ie $Y-10-2Z+20=0$ Years

ie $Y-2Z+10=0$ Years

∴ $Y-2Z=-10$ ------------------- (2)

∵ 3वर्ष बाद पिता की आयु = $X+3$ Years

∵ 3वर्ष बाद माता की आयु = $Y+3$ Years

∵ 3 वर्ष बाद पुत्र की आयु = $Z+3$ Years

∴ प्रश्नानुसार $X+3 = 2(Z+3)$ Years

$ie\ X+3 = 2Z+6$ Years

$ie\ X+3-2Z-6$ Years

$ie\ X-2Z-3=0$ Years

$ie\ X-2Z=3$ ---------------- (3)

अब समीकरण (2) और (3) से

$ie\ X-2Z=3$ -------------------- (3)

ie $Y - 2Z = -10$ ------------------- (2)

$\quad - \quad + \quad +$

$X - Y = 13$ ---------------------- (4)

$\therefore X = Y + 13$

अब समीकरण (2) और (4) से

$Y - 2Z = -10$ ------------------- (2)

$X - Y = 13$ -------------------- (4)

$+$

$ie\ X - 2Z = 3$

$\therefore 2Z = X - 3$

$\therefore Z = \frac{X-3}{2}$

अब समीकरण (1) से

ie $X - 2Y + Z = -6$

ie $X - 2Y + \left(\frac{X-3}{2}\right) = -6$

ie $\left(\frac{2X-4Y+X-3}{2}\right) = -6$

ie $3X - 4Y - 3 = -12$

ie $3X - 4Y - 3 + 12 = 0$

ie $3X - 4Y + 9 = 0$

ie $3X - 4Y = 9$ ------------------- (5)

अब समीकरण (5) मे X का मान रखने पर

ie $3X - 4Y = -9$ ------------------- (5)

$3(Y + 13) - 4Y = -9$

$3Y + 39 - 4Y = -9$

$3Y + 39 - 4Y + 9 = 0$

$48 - Y = 0$

$\therefore Y = 48$ years ANS

$\therefore X = Y + 13$ years

$= 48 + 13$ years

$= 61$ years ANS

$\therefore Z = \frac{X-3}{2}$

$= \frac{61 - 3}{2}$

$= \frac{58}{2} = 29$ Years ANS

(3.3) नल और टंकी (PIPE AND CISTERNS)

इस टौपिक के अंतर्गत हम नल और टंकी के बारे मे अध्ययन करेंगे। किसी टंकी मे पानी को नल द्वारा भरा जाना या खानी करने के क्या समय लगेगा। टंकी को भरते समय या खाली करते समय किन बातो का ध्यान रखा जाए। इसके बारे मे समझेंगे।यदि भरने वाले नल की क्षमता को बढाया जाए तो टंकी को भरने के अपेक्षाकृत कम समय लगेगा। इसी पर आधारित कुछ निम्नलिखित प्रश्न है।

(1) एक हौज को A नल 3 घंटे मे भर सकता है। B उसे 6 घंटे मे भर सकता है तथा C नल उसे 8 घंटे मे भर सकता है। यदि तीनो नल एक साथ खोल दिया जाए तो हौज कितने समय मे भर जाएगा?

$\because$ A नल 3 घंटे मे एक हौज भरता है।

$\therefore$,, 1 ,, $\frac{1}{3}$ भाग भरेगा।

$\because$ B नल 6 घंटे मे उसी को हौज भरता है।

$\therefore$,, 1 ,, $\frac{1}{6}$ भाग भरेगा।

$\because$ C नल 8 घंटे मे उसी को हौज भरता है।

$\therefore$,, 1 ,, $\frac{1}{8}$ भाग भरेगा।

$\because$ (A+B+C) नल 1 घंटे मे $\{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\}=\frac{15}{24}$ भाग भरेगा।

$\because$ $\frac{15}{24}$ भाग तीनो मिलकर 1 घंटे मे एक हौज को भरता है।

$\therefore$ 1 ,, ,, $\frac{1}{\frac{15}{24}} = 1\times\frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ hours ANS

(1) TRICKY METHOD

$$\text{Time} = \frac{A\times B\times C}{(AB+BC+CA)}$$

$$= \frac{3\times6\times8}{(3\times6)+(6\times8)+(8\times3)}$$

$$= \frac{144}{18+48+24}$$

$$= \frac{144}{90}$$

$= \frac{8}{5}$

$= 1\frac{3}{5}$ Hours ANS

(2) एक हौज को A नल 4 घंटे मे भर सकता है। B उसे 6 घंटे मे भर सकता है तथा C नल उसे 8 घंटे मे खाली कर सकता है। यदि तीनो नल एक साथ खोल दिया जाए तो हौज कितने समय मे भर जाएगा?

∵ A नल 4 घंटे मे एक हौज भरता है।

∴ ,, 1 ,, $\frac{1}{4}$ भाग भरेगा।

∵ B नल 6 घंटे मे उसी को हौज भरता है।

∴ ,, 1 ,, $\frac{1}{6}$ भाग भरेगा।

∵ C नल 8 घंटे मे उसी को हौज खाली करता है।

∴ ,, 1 ,, $\frac{1}{8}$ भाग खाली करेगा।

∵ (A+B−C) नल 1 घंटे मे $\{ \frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8} \} = \frac{7}{24}$ भाग भरेगा।

∵ $\frac{7}{24}$ भाग तीनो मिलकर 1 घंटे मे एक हौज को भरता है।

∴ 1 ,, ,, $\frac{1}{\frac{7}{24}} = 1\times\frac{24}{7} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$ hours ANS

(1) TRICKY METHOD

Time $= \frac{A\times B\times C}{(BC+AC-AB)} = \frac{4\times6\times8}{(6\times8)+(4\times8)-(4\times6)} = \frac{192}{48+32-24}$

$= \frac{144}{80-24}$

$= \frac{192}{56}$

$= \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$ Hours ANS

(3) एक हौज मे A ,B ,C तीन नल लगे है। A उसे 20 मिनट मे भर सकता है। B उसे 30 मिनट मे भर सकता तथा C उसे 15 मिनट मे खाली कर सकता है। यदि तीनो नलो को बारी बारी से एक एक मिनट के लिए खोल दिए जाए तो हौज कितने समय मे भर जाएगा?

∵ (A+B+C) तीनो नलो को एक एक मिनट के लिए खोलने पर कुल

3 मिनट की एक पारी मे $\{\frac{1}{20}+\frac{1}{30}-\frac{1}{15}\}=\frac{3+2-4}{60}=\frac{1}{60}$ भाग भरेगा।

∵ हौज भरना है इसलिए A तथा B की एक एक मिनट की बारी को छोडकर हौज ज्योही भर जाएगा तो फिर C को खोलने की आवश्यकता नही होगी।

∵ A और B को बारी बारी से एक एक मिनट के लिए खोलने पर कुल

2 मिनट मे $\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{5}{60}=\boxed{\frac{1}{12}}$ भाग छोड कर भरना होगा।

∴ शेष भाग $=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ भाग भरना तोनो को क्रमागत भरना होगा।

∵ $\frac{1}{60}$ भाग तीनो मिलकर 3 मिनट मे एक हौज को भरता है।

∴ 1 ,, ,, $\frac{3}{\frac{1}{60}}=3\times\frac{60}{1}=180$ मिनट मे भरेगा।

∴ $\frac{11}{12}$,, ,, $\frac{11}{12}\times 180=165$ मिनट मे भरेगा।

इसके बाद A और B की बारी मे शेष $\boxed{\frac{1}{12}}$ भाग भरा जाएगा। इतने भाग को भरने मे 2 मिनट लगते है। ∵ $\frac{11}{12}$ भाग भरने मे 165 मिनट लगता है। और $\frac{11}{12}$ भाग भरने मे 2 मिनट लगता है। इसलिए हौज को भरने मे लगा कुल समय = (165+2) = 167 मिनट ANS

(4) एक भरा हौज को खाली करना है। हर घंटे मे 100 लीटर पानी उससे पहले घंटे मे कम निकता है। अर्थात 100 लीटर पानी प्रति धंटा कम निकलते जाता है। आघा हौज 3घंटे मे खाली हो गया। और शेष आधा 4 घंटे मे खाली हुआ। तो बताए कि होज मे कितना लिटर पानी था?

माना कि हौज मे X लीटर पानी था।

माना कि पहले घंटा मे Y लीटर पानी निकाला गया।

∴ दुसरे घंटा मे Y– 100 लीटर पानी निकाला गया।

∴ तीसरे घंटा मे Y−200 लीटर पानी निकाला गया।

∴ प्रश्नानसार पहले 3 घंटे मे निकाली गई पानी की मात्रा = $\frac{X}{2}$ लीटर

ie $\{Y + (Y-100) + (Y-200)\} = \frac{X}{2}$

ie $(3Y-300) = \frac{X}{2}$

$X = 6Y - 600$ -- (1)

शेष क्रमागत 4 घंटो मे निकाली गई पानी की मात्रा

ie $\{(Y-300) + (Y-400) + (Y-500) + (Y-600)\} = \frac{X}{2}$

ie $4Y - 1800 = \frac{X}{2}$

ie $X = 8Y - 3600$ --- (2)

Now from equation (1) &(2) we get

ie $8Y - 3600 = 6Y - 600$

ie $8Y - 3600 - 6Y + 600 = 0$

ie $2Y - 3000 = 0$

ie $2Y = 3000$

∴ $Y = 1500$ लीटर

Now from equation (1) we get

∴ $X = 6Y - 600$

$= 6 \times 1500 - 600$

$= 9000 - 600$

$= 8400$ लीटर ANS

(5) एक हौज का आयतन 360 घनफीट है। A तथा B नल क्रमशः 3 घंटे और 4 घंटे मे खाली कर सकता है। तथा तीसरा नल C एक वर्गफीटसे 3 घनफीट प्रतिमिनट भरने का कार्य करता है। यदि तीनो नल एक साथ खोल दिया जाए तो कितने समय मे हौज खाली हो जाएगा?

∵ तीसरा नल C एक द्वारा हौज भरने मे लगा कुल समय $= \frac{360}{3\times60} = 2$ hours

∴ (A+B+C) तीनो नल1 घंटा मे $\{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\} = \frac{6-4-3}{12} = -\frac{1}{12}$ भाग खाली करेगा।

∵ $\frac{1}{12}$ भाग तीनो मिलकर 1 घंटा मे एक हौज खाली करता है।

∴ 1 ,, ,, $\frac{1}{\frac{1}{12}} = 1\times\frac{12}{1} = 12$ घंटा मे खाली करेगा। ANS

(6)) A तथा B दो नल एक टंकी को क्रमशः 19 मिनट और 38 मे भर सकता है।दोनो नल खोलने के पश्चात A को कब बंद कर दिया जाए कि टंकी को भरने मे 16 मिनट का समय लगे।

माना कि दोनो के खोलने के X मिनट बाद A को बंद कर दिया गया।

∴ प्रश्नानुसार $\frac{X}{19} + \frac{16}{38} = 1$

$= \frac{2X+16}{38} = 1$

$= 2X+16 = 38$

$= 2X+16 - 38 = 0$

$= 2X - 22 = 0$

∴ $2X = 22$ ∴ $X = 11$ मिनट ANS

(6) TRICKY METHOD

$= \frac{A(B-T)}{B}$ $\{A = 19 , B = 38 \quad T = 16\}$

$= \frac{19(38-16)}{38}$

$= \frac{19\times22}{38}$

= 11 Minutes ANS

(7)) A तथा B दो नल एक टंकी को क्रमशः19 मिनट और 38 मे भर सकता है।दोनो नल खोलने के पश्चात B को कब बंद कर दिया जाए कि टंकी को भरने मे 16 मिनट का समय लगे।

माना कि दोनो के खोलने के X मिनट बाद B को बंद कर दिया गया।

∴ प्रश्नानुसार = $\frac{X}{38} + \frac{16}{19} = 1$

$= \frac{X+32}{38} = 1$

= X+32 = 38

= X+ 32 - 38 = 0

= X - 6 = 0

∴ X = 6 मिनट ANS

(7) TRICKY METHOD

$= \frac{B(A-T)}{A}$ { A = 19 , B = 38 T= 16 }

$= \frac{38(19-16)}{19}$

$= \frac{38\times3}{19}$

= 6 Minutes

(8) एक हौज मे A ,B ,C तीन नल लगे है। A उसे 3 घंटे मे भर सकता है। B उसे 4 घंटे मे भर सकता तथा C उसे 2 घंटे मे खाली कर सकता है। यदि तीनो नलों को सुबह क्रमशः 7,8, 9 बजे खोल दिए गए तो हौज कितने बजे भर जाएगा?

∵ पहला नल A ,7 बजे खुलता है। इसलिए 9 बजे तक अर्थात 2 घंटे मे हौज = $\frac{2}{3}$ भाग भरेगा।

∵ दुसरा नल B ,8 बजे खुलता है। इसलिए 9 बजे तक अर्थात 1 घंटे मे हौज = $\frac{1}{4}$ भाग भरेगा।

∴ A+B मिलकर 9 बजे तक अर्थात 2 घंटे मे = $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$ भाग भरेगा।

∴शेष = $(1-\frac{11}{12}) = \frac{1}{12}$ भाग भरना बाकी है।

∴ (A+B+C) तीनो नल1 घंटा मे $\{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\} = \frac{4+3-6}{12} = \frac{1}{12}$ भाग भरता है।

∴ शेष $\frac{1}{12}$ भाग भरने मे तीनो नल को 1 घंटा समय और लगेगा। अर्थात 9 बजे से 1 घंटा बाद अर्थात 10 बजे हौज भर जाएगा। ANS

(9) A नल एक हौज को 32 मिनट मे भर सकता है। B उसे 40 मिनट मे खाली कर सकता है। यदि दोनो नलो को बारी बारी से एक एक मिनट के लिए खोल दिए जाए तो हौज कितने समय मे भर जाएगा?

∵ (A+B) दोनो नलो को एक एक मिनट के लिए खोलने पर

2 मिनट की एक पारी मे $\{\frac{1}{32} - \frac{1}{40}\} = \frac{5-4}{160} = \frac{1}{160}$ भाग भरेगा।

∵ पहले A नल खुलेगा तब B नल खुलेगा क्योकि हौज को भरना है। इसलिए प्रारंभ और अंत मे A की बारी से ही हौज भरेगा।

∴ A की 1 मिनट की बारी अर्थात $\boxed{\frac{1}{32}}$ भाग छोड कर भरना होगा।

∴ शेष भाग $=1-\frac{1}{32} = \frac{31}{32}$ भाग भरना दोनो को क्रमागत भरना होगा।

∵ $\frac{1}{160}$ भाग दोनो मिलकर 2 मिनट मे एक हौज को भरता है।

∴ 1 ,, ,, $\frac{2}{\frac{1}{160}} = 2\times\frac{160}{1} = 320$ मिनट मे भरेगा।

∴ $\frac{31}{32}$,, ,, $\frac{31}{32}\times 320 = 310$ मिनट मे भरेगा।

इसके बाद A की बारी मे शेष $\boxed{\frac{1}{32}}$ भाग भरा जाएगा। इतने भाग को भरने मे A को 1 मिनट लगता है। ∵ $\frac{31}{32}$ भाग भरने मे 310 मिनट लगता है। और $\frac{1}{32}$ भाग भरने मे 1 मिनट लगेगा। इसलिए हौज को भरने मे लगा कुल समय = (310+1) = 311 मिनट ANS

(10) A नल एक हौज को 48 मिनट मे भर सकता है। B उसे 44 मिनट मे खाली कर सकता है। जब हौज 2/5 भाग भरा हुआ था तब इन दोनो नलो को बारी बारी से 5-5 मिनट के लिए खोल दिए जाए तो हौज कितने समय मे खाली हो जाएगा? (1) जब पहले B की बारी पहले हो (2) जब पहले A की बारी पहले हो।

∵ (A+B) दोनो नलो को 5-5 मिनट के लिए बारी बारी से खोलने पर

10 मिनट की एक पारी मे $\{\frac{5}{48} - \frac{5}{44}\} = \frac{-5}{528} = \frac{5}{528}$ भाग खाली होगा।

(1) जब पहले B की बारी पहले हो तब हौज इस प्रकार खाली होगा।

∵ पहले B नल खुलेगा तब A नल खुलेगा क्योकि हौज को खाली करना है। इसलिए प्रारंभ और अंत मे B की बारी से ही हौज खाली होगा।

∴ B की 5 मिनट की बारी अर्थात $\boxed{\frac{5}{44}}$ भाग छोड कर खाली करना होगा।

∴ शेष भाग $(\frac{2}{3} - \frac{5}{44}) = \frac{73}{132}$ भाग पुरी पुरी दोनो की क्रमागत पारी मे खाली होगा।

∵ $\frac{5}{528}$ भाग दोनो मिलकर (10 मिनट) की 1 पारी मे खाली करता है।

∴ 1 ,, ,, ,, $1 \times \frac{528}{5}$ पारी मे खाली होगा।

∴ $\frac{73}{132}$,, ,, $\frac{528}{5} \times \frac{73}{132} = \frac{292}{5} = 58\frac{2}{5}$ पारी मे खाली होगा।

∵ यहां पारी टुकडे मे आया है जो किसी भी हालत मे पारी टुकडे टुकडे मे नही होनी चाहिए। यहां पारी को पुरा करने के लिए (58+1) = 59 वें पारी तक कार्य करना होगा।

यदि 58 पारी तक काम करने पर हौज मे $\frac{5}{528}$ भाग से ज्यादा पानी रह जाएगा। इसके बाद B की पारी मे हौज खाली होगा।

∴ 59 पारी तक दोनो कार्य करेगे इसके बाद 60 वे पारी मे B द्वारा हौज खाली हो जाएगा।

∴ 59 पारी तक दोनो को कार्य करने मे लगा समय = 59× 10 = 590 मिनट

∵ (A+B) दोनो 1 पारी मे $\frac{5}{528}$ भाग खाली करता है।

∴ (A+B) दोनो 59 पारी मे $\frac{5}{528} \times 59 = \frac{295}{528}$ भाग खाली करेगा।

∴ शेष भाग $(\frac{2}{3} - \frac{295}{528}) = \frac{57}{132}$ भाग अभी और खाली करना है।

∵ B नल $\frac{1}{44}$ भाग 1 मिनट मे खाली करता है।

∴B ,, 1 ,, $1 \div \frac{1}{44} = 1 \times 44 = 44$ Minutes

∴B ,, $\frac{57}{132}$,, $44 \times \frac{57}{132} = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$ Minutes

∴ 60 पारी मे B द्वारा अंततः हौज खाली हो जाएगा। इस प्रकार हौज खाली होने मे लगा समय = $(590 + 4\frac{3}{4}) = 594\frac{3}{4}$ Minutes ANS

(2) जब पहले A की बारी पहले हो तब हौज इस प्रकार खाली होगा।

जब पहले A नल चालु होगा तब पारी के अनुसार अंत मे भी A आएगा। लेकिन बाजी मारने B वाला है। इसलिए पारियों की गिनती मे गडबडी होगी। आसान तभी होगी जब B शुरू करे और खत्म भी वही करे। इसलिए नल A एक बार की पारी *5 मिनट तक भरने दे। तब पारियो की गिनती क्रमागत करते जाऐ। A एक बार की पारी 5 मिनट तक भरने से हौज

$(\frac{2}{3} + \frac{5}{48}) = \frac{37}{48}$ भाग भरा रहेगा।

इसके बाद दोनो एक पारी मे मिलकर $\{\frac{5}{48} - \frac{5}{44}\} = \frac{5}{528}$ भाग खाली करेगा।

∴अंत मे B की बारी अर्थात $\boxed{\frac{5}{44}}$ भाग छोड कर खाली करना होगा।

∴ शेष भाग $(\frac{37}{48} - \frac{5}{44}) = \frac{347}{528}$ भाग खाली करना होगा। ------------------ (1)

∵ $\frac{5}{528}$ भाग दोनो मिलकर (10 मिनट) की 1 पारी मे खाली करता है।

∴ 1 ,, ,, ,, $1\times\frac{528}{5}$ पारी मे खाली होगा।

∴ $\frac{347}{528}$,, ,, $\frac{528}{5} \times \frac{347}{528} = \frac{347}{5} = 69\frac{2}{5}$ पारी मे खाली होगा।

∵ यहां पारी टुकडे मे आया है जो किसी भी हालत मे पारी टुकडे टुकडे मे नही होनी चाहिए। यहां पारी को पुरा करने के लिए (69+1) = 70 वें पारी तक कार्य करना होगा।

यदि 70 पारी तक काम करने पर हौज मे $\frac{5}{528}$ भाग से ज्यादा पानी रह जाएगा। इसके बाद B की पारी मे हौज खाली होगा।

∴ 69 पारी तक दोनो कार्य करेगे इसके बाद 70 वे पारी मे B द्वारा हौज खाली हो जाएगा। पारी तक कार्य करना है।

∴ 70 पारी तक दोनो को कार्य करने मे लगा समय = $70 \times 10 = 700$ मिनट

∵ (A+B) दोनो 1 पारी मे $\frac{5}{528}$ भाग खाली करता है।

∴ (A+B) दोनो 70 पारी तक $\frac{5}{528} \times 70 = \frac{350}{528}$ भाग खाली करेगा।

∴ शेष भाग $(\frac{*37}{48} - \frac{350}{528}) = \frac{57}{528}$ भाग अभी और खाली करना है।

∵ B नल $\frac{1}{44}$ भाग 1 मिनट मे खाली करता है।

∴B ,, 1 ,, $1 \div \frac{1}{44} = 1 \times 44 = 44$ Minutes

∴B ,, $\frac{57}{528}$,, $44 \times \frac{57}{528} = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$ Minutes

∴ 70 पारी के बाद अंततः हौज खाली हो जाएगा। इस प्रकार हौज खाली होने मे लगा समय = $(*\,5 + 700 + 4\frac{3}{4}) = 709\frac{3}{4}$ **Minutes** ANS

(∵ *A को प्रारंभ मे 1 पारी *5 मिनट तक भरने दिया गया हैं। इसके बाद दोना की क्रमागत पारी चलती हैं।)

(11) एक हौज मे चार नल लगे है जिसमे A, B दो नल भरने वाला तथा X, Y दो नल खाली करने वाला लगा है। जिसमे A, B क्रमश 6 दिनो तथा 10 दिनो मे हौज भर सकता है।खाली करने वाला X,Y क्रमशःउसे 8 दिनो तथा 9 दिनो मे हौज खाली कर सकता है। जब हौज1/3 भाग भरा हुआ था तब नलो को एक शर्त के अनुसार पहले दिन (A+X) नल खोला गया। दूसरे दिन (B+Y) नल खोला गया। तिसरे दिन पुनः(A+X) नल खोला गया। इस प्रकार क्रमागत नलो को खोला जाए तो हौज कितने दिनो भरेगा या खाली होगा ?

∵ (A+X) एक साथ खोलने पर 1 दिन मे $(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}) = \frac{1}{24}$ भाग भरेगा।

∵(B+Y) एक साथ खोलने पर 1 दिन मे $(\frac{1}{10} - \frac{1}{9}) = -\frac{1}{90}$ भाग खाली करेगा।

ie {(A+X)+(B+Y)} बारी बारी से खोलने पर 2 दिनो मे $\left(\frac{1}{24} - \frac{1}{90}\right) = \frac{11}{360}$ भरेगा।

∵ हौज 1/3 पहले से भरा हुआ था। इसलिए $(1 - \frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$ भाग ही भरना है।

∵ (A+X) एक साथ 1 दिन मे $(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}) = \frac{1}{24}$ भाग छोडकर दोनो लिए बाकी

∴ शेष भाग $(\frac{2}{3}-\frac{1}{24})=\frac{*15}{24}$ भाग क्रमागत पारी मे भरना होगा।

∵ $\frac{11}{360}$ भाग {(A+X)+(B+Y)} (2 दिन) की 1 पारी मे भरता है।

∴ 1 ,, ,, ,, $1\times\frac{360}{11}$ पारी मे भरेगा ।

∴ $\frac{*15}{24}$,, ,, $\frac{360}{11}\times\frac{15}{24}=\frac{225}{11}=20\frac{5}{11}$ पारी मे भरेगा।

∵ यहां पारी टुकडे मे आया है जो किसी भी हालत मे पारी टुकडे टुकडे मे नही होनी चाहिए। यहां पारी को पुरा करने के लिए (20+1) = 21 वें पारी तक कार्य करना होगा। यदि 21 वीं पारी तक हौज भरे तो इतनी पारी मे हौज का $\frac{11}{360}\times 21=\frac{77}{120}$ भाग भर देगा।

∴ कुल मिलाकर 21 वीं पारी तक हौज $\frac{1}{3}+\frac{77}{120}=\frac{117}{120}$ भाग भर जाएगा।

∴ शेष भाग $(1-\frac{117}{120})=\frac{*3}{120}=\frac{*1}{40}$ भाग अंत मे (A+X) पारी मे भरना होगा।

∵ $\frac{1}{24}$ भाग (A+X) 1 दिन मे भरता है।

∴ 1 ,, ,, ,, $1\times\frac{24}{1}$ दिन मे भरेगा ।

∴ $\frac{*1}{40}$,, ,, $24\times\frac{1}{40}=\frac{3}{5}$ दिन मे भरेगा।

∴ 21 पारी मे लगा समय =21× 2 = 42 *days*

इस प्रकार हौज को भरने मे लगा समय = $(42+\frac{3}{5})=42\frac{3}{5}$ Days ANS

(12) एक हौज मे 42 लीटर पानी स्टोर करने की क्षमता है। इसको भरने के लिए दो लडके A और B उछल पडे। A दो दो मिनट मे एक बाल्टी भर कर लाता हैं। तथा B तीन तीन मिनट मे एक बाल्टी लाता है।तो बताए कि हौज कितने समय मे भरा और अंत मे किसके बाल्टी से भरा ?

∵ A लडका 2 मिनट मे 1 बाल्टी पानी भरता है।

∵ B लडका 3 मिनट मे 1 बाल्टी पानी भरता है।

∴ दोनो के समय 2 , 3 का L.C.M = 6 मिनट का एक पारी होगा।

∵ 6 मिनट मे दोनो का पारी पुरा पुरा हो जाएगा।

∵ A लडका 2 मिनट मे 1 बाल्टी भरता है।

∴ A लडका 1 मिनट मे $\frac{1}{2}$ बाल्टी भरेगा।

∴ A लडका 6 मिनट मे $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ बाल्टी भरेगा।

∵ B लडका 3 मिनट मे 1 बाल्टी भरता है।

∴ B लडका 1 मिनट मे $\frac{1}{3}$ बाल्टी भरेगा।

∴ B लडका 6 मिनट मे $\frac{1}{3} \times 6 = 2$ बाल्टी भरेगा।

∴ दोनो मिलकर 6 मिनट मे कुल (3+2) = 5 बाल्टी भरेगा। आरंभ से अंत तक पारी पुरा पुरा होनी चाहिए टुकडो मे नही।

∵ (A+B)मिलकर 5 बाल्टी 1 पारी मे भरता है।

∴ ,, 1 ,, $\frac{1}{5}$,, ,,

∴ ,, 40 ,, $\frac{1}{5} \times 40 = 8$,,

∴ 8 पारी भरने लगा समय = 8× 6 = 48 मिनट

अब शेष (42–40) = 2 बाल्टी भरना है। 2 बाल्टी पानी भरने के लिए न्यूनतम 3 मिनट का समय लेना होगा। क्योकि जब A बाल्टी लेकर जाएगा तो उसके पीछे पीछे B भी वहां तीसरे मिनट मे पहूचेगा। तब तक हौज भर चुका होगा। अतः A के बाल्टी से हौज भरा गया। अतः हौज भरने मे लगा कुल समय = 48+3 = 51 मिनट ANS

(13) एक हौज मे 1616 लीटर पानी स्टोर करने की क्षमता है। इसको भरने के लिए तीन लडके A ,B तथा C उछल पडे। A लडका 5 मिनट मे 4 लीटर पानी भर कर लाता हैं। तथा B लडका 6 मिनट मे 8 लीटर पानी लाता है। तथा C लडका 8 मिनट मे 32 लीटर पानी लाता है। तो बताए कि हौज कितने समय मे भरा और अंत मे किसके बाल्टी से भरा ?

∵ A लडका 5 मिनट मे 4 लीटर पानी भरता है।

∵ B लडका 6 मिनट मे 8 लीटर पानी भरता है।

∵ C लडका 8 मिनट मे 32 लीटर पानी भरता है।

∴ तीनो के समय 5 ,6,8 का L.C.M =120m = 2 hours का एक पारी होगा।

∵ 120 मिनट की न्यूनतम समय मे तीनो का पारी पुरा पुरा हो जाएगा।

∵ A लडका 5 मिनट मे 4 लीटर पानी भरता है।

∴ A लडका 1 मिनट मे $\frac{4}{5}$ लीटर पानी भरेगा।

∴ A लडका 120 मिनट मे $\frac{4}{5} \times 120 = 96$ लीटर पानी भरेगा। ----------- (1)

∵ B लडका 6 मिनट मे 8 लीटर पानी भरता है।

∴ B लडका 1 मिनट मे $\frac{8}{6}$ लीटर पानी भरेगा।

∴ B लडका 120 मिनट मे $\frac{8}{6} \times 120 = 160$ लीटर पानी भरेगा। ----------- (2)

∵ C लडका 8 मिनट मे 32 लीटर पानी भरता है।

∴ C लडका 1 मिनट मे $\frac{32}{8}$ लीटर पानी भरेगा।

∴ C लडका 120 मिनट मे $\frac{32}{8} \times 120 = 480$ लीटर पानी भरेगा। ----------- (3)

∴ तीनो मिलकर 120 मिनट मे कुल (96+160+480) = 736 लीटर भरेगा। पारी आरंभ से अंत तक पुरा पुरा होनी चाहिए टुकडो मे नही।

∵ (A+B+C) मिलकर 2 hour की संयुक्त पारी मे 736 लीटर भरता है।

∴ ,, 1 ,, $\frac{736}{2}$,, ,,

∴ ,, 4 ,, $\frac{736}{2} \times 4 = 1472$,,

∴ 4* घंटा मे हौज 1472 लीटर भर गया। अब शेष (1616−1472) = 144 लीटर और भरना है।

यदि24मिनट का संयुक्त समय लिया जाए तो तीनो के पुरी पारी निम्नलिखित होगा।

∴ A का 24 मिनट के समय मे पूर्ण पारी की संख्या $= \frac{24}{5} = 4$

∴ A द्वारा 4 पारी मे भरी गई पानी की मात्रा $= 4\times 4 = 16$ लीटर

∴ B का 24 मिनट के समय मे पूर्ण पारी की संख्या $= \frac{24}{6} = 4$

∴ B द्वारा 4 पारी मे भरी गई पानी की मात्रा $= 4\times 8 = 32$ लीटर

∴ C का 24 मिनट के समय मे पूर्ण पारी की संख्या $= \frac{24}{8} = 3$

∴ C द्वारा 3 पारी मे भरी गई पानी की मात्रा $= 3\times 32 = 96$ लीटर

∴ *24 मिनट के संयुक्त समय मे तीनो के पुरी पारी मे भरा गया पानी की मात्रा = (16+32+96) = 144 लीटर

अतः हौज भरने मे लगा कुल समय = *4 घंटा + *24 मिनट ANS

∵ B और C 24 वें मिनट मे एक साथ पारी पुरा करके पहूचेगा इसे लिए संयुक्त रूप B और C द्वारा एक साथ भरा जाएगा। ANS

(14) एक तालाब 200 गज लम्बा तथा 120 गज चौडा है। उसमे एक नाली लगा है जो 2 फिट चौडा तथा 1 फिट गहरी हैं। इससे पानी भरने मे तलाब की सतह 5 घंटे मे 2 फिट पानी का स्तर बढ जाता है तो नाली मे पानी की चाल / सेकेण्ड ज्ञात करे।

∵ 5 घंटे मे पानी स्तर 2 फिट अर्थात $= \frac{2}{3}$ गज बढ जाता है।

∴ 5 घंटे मे बढें हुए पानी का आयतन = लम्बाई×चौडाई×गहराई

$= 200\times 120 \times \frac{2}{3}$

= 16000 cubic yard

∵ 5 घंटे मे 16000 cubic yard पानी तालाब मे भरता है।

∴ 1 ,, $\frac{16000}{5}$ = 3200 cubic yard तालाब मे भरेगा।

∴ नल मे पानी की गति $= \frac{volume\ of\ water\ in\ 1\ hour}{L\times B\ of\ tap}$ yard/hour

$= \frac{3200}{\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}}$

$= \frac{3200\times9}{2}$ = 1400 yard/ hour ANS

ie $= \frac{14400}{3600}$ = 4 yard /second ANS

(15) एक घनाभ के आकार की जल जीवशाला (aquarium) का $\frac{2}{3}$ भाग पानी से भरा हुआ हैं। इसे एक ओर इस प्रकार झुकाया जाता है कि पानी का स्तर आघार के एक भुजा के समकक्ष हो जाता है। इसे झुकाने के प्रयास मे 6 लीटर पानी बाहर गिर जाता है तो जल जीवशाला की क्षमता ज्ञात करें।

माना जल जीवशाला मे पानी रखने की क्षमता = x लीटर

∴ जल जीवशाला का भर हुआ भाग = $\frac{2\times X}{3}$ लीटर

∴ जल जीवशाला का खाली भाग = x− $\frac{2\times X}{3} = \frac{x}{3}$ लीटर

जल जीवशाला को तीरछा करने के प्रयास मे 6 लीटर पानी बाहर निकल जाता है। तीरछा इस प्रकार किया जाता है कि इसके उपरी फलक तथा सामने का फलक से पानी का सर्म्पक टुट जाता है। यह स्थिति तभी संभव हो सकता है जब टंकी से ½ भाग पानी निकल जाए या उसमे ½ भाग रह जाए।

अब प्रश्नानुसार ⇨ $\frac{2x}{3} - 6 = \frac{x}{2}$

ie $\frac{2x-18}{3} = \frac{x}{2}$

ie 4x −36 = 3x

ie 4x −36 − 3x = 0

ie x −36 = 0

ie x = 36

∴ x = 36 लीटर ANS

(16) एक हौज मे 40 लीटर पानी स्टोर करने की क्षमता है। इसको भरने के लिए तीन लडके A ,B तथा C उछल पडे। A लडका 1मिनट मे 1 लीटर पानी भर कर लाता हैं। तथा B लडका 2 मिनट मे 2 लीटर पानी लाता है। तथा C लडका 3 मिनट मे 3 लीटर पानी लाता है। तो बताए कि हौज कितने समय मे भरा और अंत मे किसके बाल्टी से भरा ?

$\because$ A लडका 1 मिनट मे 1 लीटर पानी भरता है।

$\because$ B लडका 2 मिनट मे 2 लीटर पानी भरता है।

$\because$ C लडका 3 मिनट मे 3 लीटर पानी भरता है।

$\therefore$ तीनो के समय 1 ,2,3 का L.C.M = 6 का एक संयुक्त पारी होगा।

$\because$ 6 मिनट की न्यूनतम समय मे तीनो का पारी पुरा पुरा हो जाएगा।

$\because$ A लडका 1 मिनट मे 1 लीटर पानी भरता है।

$\therefore$ A लडका 6 मिनट मे $1 \times 6 = 6$ लीटर पानी भरेगा। ----------- (1)

$\because$ B लडका 2 मिनट मे 2 लीटर पानी भरता है।

$\therefore$ B लडका 1 मिनट मे $\frac{2}{2}$ लीटर पानी भरेगा।

$\therefore$ B लडका 6 मिनट मे $\frac{2}{2} \times 6 = 6$ लीटर पानी भरेगा। ----------- (2)

$\because$ C लडका 3 मिनट मे 3 लीटर पानी भरता है।

$\therefore$ C लडका 1 मिनट मे $\frac{3}{3}$ लीटर पानी भरेगा।

$\therefore$ C लडका 6 मिनट मे $\frac{3}{3} \times 6 = 6$ लीटर पानी भरेगा। ----------- (3)

$\therefore$ तीनो मिलकर 6 मिनट मे कुल (6+6+6) = 18 लीटर भरेगा।

$\therefore$,, 12 ,, $18 \times 2 = 36$,, ,

$\therefore$12*मिनट मे 36लीटर भर गया। अब शेष(40–36) = 4 लीटर और भरना है।

यदि 2 मिनट का न्यूनतम संयुक्त समय लिया जाए तो तीनो के पुरी पारी निम्नलिखित होगा।

∴ A का 2 मिनट के पूर्ण पारी मे = 2 लीटर पानी भरेगा

∴ B का 2 मिनट के पूर्ण पारी मे = 2 लीटर पानी भरेगा

∴ *2 मिनट के संयुक्त पारी मे भरी गया पानी की मात्रा = (2+2) = 4 लीटर

अतः हौज भरने मे लगा समय = (*12 मिनट + *2 मिनट) = 14मिनट ANS

∵ A और B 14 वें मिनट मे एक साथ पारी पुरा करके पहूचेगा इसे लिए संयुक्त रूप A और B द्वारा एक साथ भरा जाएगा। ANS

(17) एक हौज मे 210 लीटर पानी स्टोर करने की क्षमता है। A नल 4 घंटे तथा B नल 5 घंटे तक खुला रहता है तो हौज मे 90 लीटर पानी भर जाता हैं। और जब A 7 घंटा तथा B 7/2 घंटा खुला रहता है तब हौज मे 126 लीटर पानी भर जाता हैं। दोनो नल को कितने समय तक खोल दिया जाए कि हौज पुरी भर जाए?

माना कि A नल प्रतिघंटा X लीटर पानी भरता है।

तथा B नल प्रतिघंटा Y लीटर पानी भरता है।

∴ प्रश्नानुसार $4x + 5y = 90$ ---------------------- (1)

$7x + 7/2y = 126$ --------------------- (2)

or $28x + 35y = 630$ (multiply by 7)

$28x + 14y = 504$ (multiply by 4)

$-\quad -\quad -$

$21y = 126$

∴ $y = \frac{126}{21}$

$= 6$ liters / hour

अब समीकरण (1) मे Y का मान रखने पर अर्थात

ie $4x + 5y = 90$ ------------------------- (1)

ie $4x + 5 \times 6 = 90$

ie $4x + 30 = 90$

ie $4x + 30 - 90 = 0$

ie $4x - 60 = 0$

ie $4x = 60$

∴ $x = 15$ Liters / Hour

∴ (A+B) मिलकर 1 घंटा मे (15+6) = 21 लीटर भरता है।

∴ (A+B) को 210 लीटर भरने मे लगा समय $= \frac{210}{21} = 10$ hours ANS

(18) एक हौज मे एक नल द्वारा प्रतिमिनट एक समान रूप से पानी भर रहा है। यदि अब से 10 मिनट बाद हौज मे 126 लीटर पानी स्टोर हो जाएगां। और अभी से 3 मिनट पूर्व हौज मे 87 लीटर पानी स्टोर था तो बताएं कि इस समय हौज मे कितना लीटर पानी है?

माना कि वर्तमान मे हौज मे पानी X लीटर पानी है।

तथा नल Y लीटर प्रति मिनट की दर से पानी भरता है।

∴ प्रश्नानुसार नल 10 मिनट मे 10 Y लीटर पानी भरेगा

∴ 10 मिनट बाद हौज मे पानी की मात्रा $x + 10y = 126$ ------------ (1)

∴ 3 मिनट पूर्व हौज मे पानी की मात्रा $x - 3y = 87$ --------------- (2)

ie
$$x + 10y = 126$$
$$x - 3y = 87$$
$$- \quad + \quad -$$
$$13y = 39$$

∴ $$y = \frac{39}{13}$$

$$= 3 \text{ liters / minute}$$

अब समीकरण (1) मे Y का मान रखने पर अर्थात

ie $x + 10y = 126$ -------------------------- (1)

ie $x + 10 \times 3 = 126$

ie $x + 30 = 126$

ie $x + 30 - 126 = 0$

ie $x - 96 = 0$

ie $x = 96$

$\therefore$ $x = 96$ Liters ANS

(19) एक हौज मे A ,B ,C तीन नल लगे है। A उसे 20 मिनट मे भर सकता है। B उसे 30 मिनट मे भर सकता तथा C उसे 60 मिनट मे खाली कर सकता है। यदि तीनो नलो को बारी बारी से एक एक मिनट के लिए खोल दिए जाए तो हौज कितने समय मे भर जाएगा?

$\because$ (A+B+C) तीनो नलो को एक एक मिनट के लिए खोलने पर कुल

3 मिनट की एक पारी मे $\{\frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{1}{60}\} = \frac{3+2-1}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ भाग भरेगा।

$\therefore$ 3 – 3 मिनट की 14 पारी मे 42 मिनट के समय मे कुल $= \frac{14}{15}$ भाग भरेगा।

$\therefore$ शेष भाग= $1 - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$ भाग भरना बाकी है। इसके बाद A का पारी होगा।

$\because$ हौज भरना है इसलिए A तथा B की एक एक मिनट की बारी को छोडकर हौज ज्योही भर जाएगा तो फिर C को खोलने की आवश्यकता नही होगी।

$\because$ A की पारी मे एक मिनट के लिए खोलने पर $\frac{1}{20}$ भाग भरेगां। इसके बाद शेष $\frac{1}{15} - \frac{1}{20} = \frac{1}{60}$ भाग B अपने पारी मे भरेगा।

$\because$ B $\frac{1}{30}$ भाग 1 मिनट मे भरता है।

$\therefore$ 1 ,, $\frac{1}{\frac{1}{30}} = 1 \times \frac{30}{1}$ = 30 मिनट मे भरेगा।

$\therefore$ $\frac{1}{60}$,, $\frac{1}{60} \times 30$ = 1/2 मिनट मे भरेगा।

$\therefore$ हौज को भरने मे लगा कुल समय = (42+1+1/2) = $43\frac{1}{2}$ मिनट ANS

(20) एक हौज मे 9 नल लगे है। इसमे से कुछ भरने वाले तथा कुछ खालह करने वाले नल लगे हैं। पानी भरने वाला प्रत्येक नल उसे 20 घंटे मे भर सकता है। तथा खाली करने वाला प्रत्येक नल उसे 30 घंटे मे खाली कर सकता है। यदि सभी नलो को एक साथ खोल दिए जाए तो हौज $3\frac{9}{17}$ घंटा मे भर जाता है तो भरने वाले नलो की संख्या ज्ञात करे।

माना कि भरने वाले नलो की संख्या = X

∴ खाली करने वाले नलो की संख्या = 9 –X

∴ 1 घंटा मे नलो द्वारा किया गया कार्य निम्नलिखित होगा।

प्रश्नानुसार ie $\frac{x}{20} - \frac{9-x}{30} = \frac{17}{60}$

$\frac{3x-2(9-x)}{60} = \frac{17}{60}$

$\frac{3x-18+2x}{60} = \frac{17}{60}$

$\frac{5x-18}{60} = \frac{17}{60}$

$5x-18 = 17$

$5x-18 - 17 = 0$

$5x-35 = 0$

∴ $5x = 35$

∴ $X = 7$ ANS

∴ $Y = 9-X$

$= 9-7$

$= 2$ ANS

(21) एक हौज मे A ,B ,C तीन नल लगे है। Aउसे 30 मिनट मे भर सकता है। B उसे 45 मिनट मे भर सकता है। तथा C नल खाली करने वाला है। एक व्यक्ति अपने हिसाब से Aतथा Bको खोल कर बाजार चला गया और यह सोचकर वापस आया कि ठीक उसी समय हौज भर गया होगा। लेकिन आने के बाद देखा कि गलती से C नल भी खुला रह गया है।वह तुरंत C नल को बंद कर दिया। इसके बाद पुरे हौज भरने मे 6मिनट का और समय लगा तो बताए किC नल कितने समय मे हौज को खाली कर सकता है।

प्रश्नानुसार

A और B खुला रहता तो दोनो उसे $\left(\frac{A\times B}{A+B}\right) = \frac{30\times45}{30+45}$ =18 मिनट मे भर देता।

माना कि C उसे X मिनट मे खाली कर सकता हैं। गलती से C के खुला रह जाने के कारण हौज को भरने मे 6 मिनट अधिक समय लगा। अर्थात हौज को भरने मे कुल (18+6) = 24 मिनट लगा।

प्रश्नानुसार $\frac{24}{30} + \frac{24}{45} - \frac{18}{x} = 1$

ie $\frac{72x+48x-1620}{90x} = 1$

ie $\frac{120x-1620}{90x} = 1$

ie 120x −1620 = 90x

ie 120x −1620 − 90x = 0

ie 30x −1620 = 0

ie 30x =1620

∴ x = 54 मिनट ANS

(22) एक हौज मे A ,B ,C तीन नल लगे है। Aउसे 20 मिनट मे भर सकता है। B उसे 30 मिनट मे भर सकता है। तथा C नल खाली करने वाला है। एक व्यक्ति अपने हिसाब से Aतथा Bको खोल कर बाजार चला गया और यह सोचकर वापस आया कि ठीक उसी समय हौज भर गया होगा। लेकिन आने के बाद देखा कि गलती से C नल भी खुला रह गया है।वह तुरंत C नल को बंद कर दिया। इसके बाद पुरे हौज भरने मे10मिनट का और समय लगा तो बताए कि C नल कितने समय मे हौज को खाली कर सकता है।

प्रश्नानुसार

A और B खुला रहता तो दोनो उसे $\left(\frac{A\times B}{A+B}\right) = \frac{20\times 30}{20+30}$ =12 मिनट मे भर देता।

माना कि C उसे X मिनट मे खाली कर सकता हैं। 12 मिनट गलती से C के खुला रह जाने के कारण हौज को भरने मे 10 मिनट अधिक समय लगा। अर्थात हौज को भरने मे कुल (12+10) = 22 मिनट लगा।

प्रश्नानुसार $\frac{22}{20} + \frac{22}{30} - \frac{12}{x} = 1$

ie $\frac{66x+44x-720}{60x} = 1$

ie $\frac{110x-720}{60x} = 1$

ie $110x - 720 = 60x$

ie $110x - 720 - 60x = 0$

ie $50x - 720 = 0$

ie $50x = 720$

∴ $x = \frac{720}{50}$ मिनट

$= \frac{72}{5}$ मिनट ANS

(23) A और B नल एक टकी को क्रमशः उसे 75 मिनट तथा 50 मिनट मे भर सकता है। तथा C उसे 1 मिनट मे 25 लीटर पानी निकाल सकता है।यदि टंकी पुरी भरी हो और तीनो नलो को एक साथ खोल दिया जाए तो टंकी 60 मिनट मे खाली हो जाती है। तो टंकी की क्षमता ज्ञात करे।

माना कि C नल उसे X मिनट मे खाली कर सकता हैं।

प्रश्नानुसार $\frac{1}{75} + \frac{1}{50} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{60}$ (−ve खाली होना बताता है)

ie $\frac{2x+3x-150}{150x} = -\frac{1}{60}$

ie $\frac{5x-150}{150x} = -\frac{1}{60}$

ie $300x - 9000 = -150x$

ie $300x - 9000 + 150x = 0$

ie $450x - 9000 = 0$

ie $450x = 9000$

$\therefore$ $x = 20$ मिनट ANS

$\therefore$ टंकी की क्षमता $= 25 \times 20 = 500$ लीटर ANS

(24) A और B नल एक टकी को क्रमशः उसे 30 मिनट तथा 40 मिनट मे भर सकता है। तथा C उसे 50 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी खाली है।यदि तीनो नलो को एक साथ खोल दिया जाए तो टंकी 60 मिनट मे भर हो जाती है। तो टंकी की क्षमता ज्ञात करे।

माना कि C नल उसे X मिनट मे खाली कर सकता हैं।

प्रश्नानुसार $\frac{1}{30} + \frac{1}{40} - \frac{1}{x} = \frac{1}{60}$ (+ve भरा होना बताता है)

ie $\frac{4x+3x-120}{120x} = \frac{1}{60}$

ie $\frac{7x-120}{120x} = \frac{1}{60}$

ie $420x - 7200 = 120x$

ie $420x - 7200 - 120x = 0$

ie $300x - 7200 = 0$

ie $300x = 7200$

$\therefore$ $x = 24$ मिनट ANS

$\therefore$ टंकी की क्षमता $= 24 \times 50 = 1200$ लीटर ANS

(25) 1000 लीटर क्षमता वाले एक हौज है जिसमे एक नल A 20 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी भरता है। तथा B उसमे 5 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी खाली करता है। यदि 60 मिनट बाद खाली करने वाला नल को बंद कर दिया गया तो हौज को भरने मे कितना समय लगेगा?

$\because$ जब दोनो नल एक साथ खोला गया तो 60 मिनट मे भरा गया पानी की मात्रा $= 60(20-5) = 60\times 15 = 900$ लीटर भर गया।

अब शेष $= 1000-900 = 100$ लीटर और भरना है।

$\because$B को 60मिनट बाद बंद कर दिया गया इसके बाद Aनल भरने मे लगा हैं।

∵ नल A 20लीटर प्रति मिनट की दर से पानी भरता है।

∴ 100 लीटर और पानी भरने मे लगा समय $\frac{100}{20} = 5$ मिनट

∴ हौज भरने मे लगा कुल समय $= (60 + 5) = 65$ मिनट ANS

(3.4) दौड एवं खेल कौशल (RACE AND SKILLS)

इस अध्याय के अंतर्गत हम खेल के कौशल के बारे मे अध्ययन करेंगे। प्राचीन काल से मानव विभिन्न प्रकार के खेल खेलकर मनोरंजन करते आया हैं। विभिन्न प्रकार के खेल खेलकर अपना जीवन गुजारा है। खेल जीवन का एक अभिन्न हिस्सा रहा है।रेस एक प्रतिस्पर्धा है और स्किल उसे जीतने का तरीका होता है। सिर्फ तेज दौडने से रेस नही जीती जाती, दौडने की सही तकनीक,शरीर का सही संतुलन,और सही समय पर गति बढाना ये सब स्किल है। हर खेल मे रेस जीतने की कुछ न कुछ खास स्किल की जरूरत होती है तभी रेस जीत पाता है।

(1) 12 km की गोलाकार मैदान मे A ,B और C तीन खिलाडी क्रमशः 6 km/h 8 km/h तथा 10km/h की चाल से दौडने को तैयार है। A , B एक तरफ से तथा C विपरीत तरफ से मैदान मे दौड लगाने लगा तो बताएं कि वे कब एक साथ वहीं मिलेगे जहां से दौडना प्रारंभ किया था?

जहां से दौड प्रारंभ किया था उसी प्वाइट पर एक साथ मिलने के लिए दो आवश्यक शर्ते है। जिसे खेलाडी को इन नियमो का पालन करना होता है।

(1) सभी को पुरा पुरा खेल ग्प्रउंड का चक्कर लगाना होगा।

(2) सभी चक्कर एक ही वक्त मे पुरी होनी चाहिए।

प्रश्नानुसार सभी को एक साथ मिलने मे लगा समय = 12 km का गोलाकर मैदान के चक्कर लगाने मे लगा समय का L C M

$$= \frac{DISTANCE}{SPEED} = \left\{ \frac{12}{A}, \frac{12}{B}, \frac{12}{C} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{12}{6}, \frac{12}{8}, \frac{12}{10} \right\}$$ भिन्न का L C M = $\frac{LCM}{HCF}$

$$= \left\{ \frac{12}{2} \right\} = \frac{LCM}{HCF}$$

= 6 hours ANS

∴ A द्वारा 6 hours मे तय की गई दुरी $= 6\times 6 = 36\ km =$ 3 चक्कर

∴ B द्वारा 6 hours मे तय की गई दुरी $= 6\times 8 = 48\ km =$ 4 चक्कर

∴ C द्वारा 6 hours मे तय की गई दुरी $= 6\times 10 = 60\ km =$ 5 चक्कर

(2) 6 km की गोलाकार मैदान मे A ,B और C तीन खिलाडी क्रमशः 3 km/h 5 km/h तथा 7km/h की चाल से दौडने को तैयार है। A , B और C तीनो एक साथ एक ही दिशा मे दौड लगाने लगे तो बताएं कि वे कब एक साथ वहीं मिलेगे जहां से दौडना प्रारंभ किया था?

जहां से दौड प्रारंभ किया , उसी प्वाइट पर एक साथ मिलने के लिए दो आवश्यक शर्ते है।

(1) सभी को पुरा पुरा ग्प्रउंड का चक्कर लगाना होगा।

(2) सभी चक्कर एक ही वक्त मे पुरी होनी चाहिए।

प्रश्नानुसार सभी को एक साथ मिलने मे लगा समय =

6 km का गोलाकर मैदान के चक्कर लगाने मे लगा समय का L C M

$= \frac{DISTANCE}{SPEED} = \{ \frac{6}{A}, \frac{6}{B}, \frac{6}{C} \}$

$= \{ \frac{6}{3}, \frac{6}{5}, \frac{6}{7} \}$ भिन्न का L C M = $\frac{L\,C\,M}{H\,C\,F}$

$= \{ \frac{6}{1} \} = \frac{L\,C\,M}{H\,C\,F}$

= 6 hours ANS

∴ A द्वारा 6 hours मे तय की गई दुरी $= 6\times 3 = 18\ km =$ 3 चक्कर

∴ B द्वारा 6 hours मे तय की गई दुरी $= 6\times 5 = 30\ km =$ 5 चक्कर

∴ C द्वारा 6 hours मे तय की गई दुरी $= 6\times 7 = 42\ km =$ 7 चक्कर

(3) $2\frac{2}{3}$ km की गोलाकार मैदान मे A ,B ,C और D चार खिलाडी क्रमशः 4 km/h, $3\frac{1}{3}$ km/h, $5\frac{1}{3}$ km/h तथा $4\frac{4}{9}$ km/hकी चाल से दौडने को तैयार है। तो बताएं कि वे कितने समय के बाद एक साथ मिलेंगे?

जहां से दौड प्रारंभ किया था उसी प्वाइट पर एक साथ मिलने के लिए दो आवश्यक शर्ते है।

(1) सभी को पुरा पुरा ग्प्रउंड का चक्कर लगाना होगा।

(2) सभी चक्कर एक ही वक्त मे पुरी होनी चाहिए।

प्रश्नानुसार सभी को एक साथ मिलने मे लगा समय =

$2\frac{2}{3}$ km का गोलाकर मैदान के चक्कर लगाने मे लगा समय का L C M

$= \frac{DISTANCE}{SPEED} = \{ \frac{\frac{8}{3}}{A}, \frac{\frac{8}{3}}{B}, \frac{\frac{8}{3}}{C}, \frac{\frac{8}{3}}{D} \}$

$= \{ \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}}, \frac{\frac{8}{3}}{\frac{10}{3}}, \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{3}}, \frac{\frac{8}{3}}{\frac{40}{9}} \}$

$= \{ \frac{8\times1}{3\times4}, \frac{8\times3}{3\times10}, \frac{8\times3}{3\times16}, \frac{8\times9}{3\times40} \}$ भिन्न का L C M = $\frac{LCM}{HCF}$

$= \{ \frac{8}{12}, \frac{24}{30}, \frac{24}{48}, \frac{72}{120} \}$ $= \frac{LCM}{HCF}$

$= \frac{72}{6}$ = 12 hours ANS

∴ A द्वारा 12 hours मे तय की गई दुरी $= 12\times 4 = 48\ km =$ 18 चक्कर

∴ B द्वारा 12 hours मे तय की गई दुरी $= 12\times \frac{10}{3} = 40\ km =$ 15 चक्कर

∴ C द्वारा 12 hours मे तय की गई दुरी $= 12\times \frac{16}{3} = 64\ km =$ 24 चक्कर

∴ D द्वारा 12 hours मे तय की गई दुरी $= 12\times \frac{40}{9} = \frac{480}{9}\ km =$ 20 चक्कर

(4) 7 km की गोलाकार मैदान मे A और B दो खिलाडी क्रमशः 3 km/h 5 km/h की चाल से दौडने को तैयार है। (1) यदि A और B एक तरफ से तरफ से मैदान मे दौड लगाए। (2) यदि A और B एक दुसरे के विपरीत दिशा मे दौड लगाए। तो बताएं कि वे कब एक साथ वहीं मिलेगे जहां से दौडना प्रारंभ किया था?

जहां से दौड प्रारंभ किया था उसी प्वाइट पर एक साथ मिलने के लिए दो आवश्यक शर्ते है।

(1) सभी को पुरा पुरा ग्प्रउंड का चक्कर लगाना होगा।

(2) सभी चक्कर एक ही वक्त मे पुरी होनी चाहिए।

प्रश्नानुसार (1) यदि A और B एक तरफ से तरफ से मैदान मे दौड लगाए।

∵ B प्रतिघंटा A से (5-3) = 2km/h तेज दौडता है।

∵ B 2km ज्यादा दौडता है 1घंटा मे ।

∴ ,, 1 ,, .. $\frac{1}{2}$,,

∴ ,, 7 ,, .. $\frac{1}{2} \times 7 = 3.5\ hours$

∴ B द्वारा 3.5 घंटे मे तय की गई दुरी = 3.5 × 5 =17.5 km इसमे चक्कर पुरा नही होगा जिसके कारण उसी प्वांइट पर नही मिलेगा।

∴ B द्वारा (3.5× 2) घंटे मे तय की गई दुरी =17.5× 2 = 35 km

ieB द्वारा 7 घंटे मे तय की गई दुरी =17.5× 2 = 35 km चक्कर पुरा होगा। और दोनो एक ही दिशा मे चले तो 7 घंटे मे एक साथ मिलेगे। ANS

प्रश्नानुसार (2) यदि A और B विपरीत दिशा मे दौड लगाए तो।

∵ (A+B) विपरीत दिशा मे दौडे तो आपेक्षिक चाल = (3+5) = 8km/h

∵ (A+B) 8 km दौडता है 1घंटा मे ।

∴ ,, 1 ,, $\frac{1}{8}$,,

∴ ,, 7 ,, $\frac{1}{8} \times 7 = \frac{7}{8}\ hours$ ANS

∵ दोनो विपरीत दिशा मे चलने पर $\frac{7}{8}\ hour$ घंटा मे मिल सकते है लेकिन उस प्वाइंट पर नही मिलेंगे जहां से दौड प्रारंभ किए थे। उसी प्वाइंट पर मिलने के लिए अभी ओर द्यौड लगाना होगा।

∴ A द्वारा $\frac{7}{8}$ घंटे मे तय की गई दुरी = $\frac{7}{8} \times 3 = \frac{21}{8}$ km इसमे चक्कर पुरा नही होगा जिसके कारण उस प्वांइट पर नही मिलेगा।

∴ A द्वारा $(\frac{7}{8} \times 8)$ घंटे मे तय की गई दुरी = $\frac{21}{8} \times 8 = 21$ km = 7 चक्कर

∴ B द्वारा 7 घंटे मे तय की गई दुरी =7× 5 = 35 km = 7 चक्कर पुरा होगा।

∴ दोनो विपरीत दिशा मे चले तो 7 घंटे मे उसी प्रारंभिक प्वाइट पर एक साथ मिलेगे जहां से दौडना प्रारंभ किए थे। ANS

(5) 50 km की गोलाकार मैदान मे A , B , C और D चार खिलाडी एक हीं स्थान से दौड लगाने के लिए तैयार हैं। जिसमे से A और C क्रमश:12 km/h ,9 km/h की चाल से एक तरफ से दौडने को तैयार है। तथा B और D क्रमश: 6 km/h ,9 km/h की चाल से दूसारे तरफ से विपरीत दिशा मे दौडने को तैयार है। तो बताएं कि वे चारो खिलाडी कब और कहां एक साथ मिलेंगें ?

जहां से दौड प्रारंभ किया, उसी प्वाइट पर एक साथ मिलने के लिए दो आवश्यक शर्ते है।

(1) सभी को पुरा पुरा खेल ग्रउंड का चक्कर लगाना होगा।

(2) सभी चक्कर एक ही वक्त मे पुरी होनी चाहिए।

प्रश्नानुसार सभी को एक साथ मिलने मे लगा समय =

50 km का गोलाकर मैदान के चक्कर लगाने मे लगा समय का L C M

$= \frac{DISTANCE}{SPEED} = \{ \frac{50}{A}, \frac{50}{B}, \frac{50}{C}, \frac{50}{D} \}$

$= \{ \frac{50}{12}, \frac{50}{9}, \frac{50}{6}, \frac{50}{9} \}$ भिन्न का L C M = $\frac{LCM}{HCF}$

$= \{ \frac{50}{3} \}$ भिन्न का L C M = $\frac{LCM}{HCF}$ $= \frac{50}{3}$ ANS

∴ A द्वारा $\frac{50}{3}$ hours मे तय की गई दुरी $= \frac{50}{3} \times 12 = 200\ km =$ 5 चक्कर

∴ B द्वारा $\frac{50}{3}$ hours मे तय की गई दुरी $= \frac{50}{3} \times 9 = 150\ km =$ 3 चक्कर

∴ C द्वारा $\frac{50}{3}$ hours मे तय की गई दुरी $= \frac{50}{3} \times 6 = 100\ km =$ 2 चक्कर

∴ A द्वारा $\frac{50}{3}$ hours मे तय की गई दुरी $= \frac{50}{3} \times 9 = 1500\ km =$ 3 चक्कर

(6) 150 km की गोलाकार टापु के चारो तरफ दो जहाज A ,B जब एक ही तरफ चलते है तब वे 16 घटे मे एक साथ मिलते हैं। इसके बाद वे वहा से विपरीत दिशा मे चलते है तो वे $2\frac{22}{29}$ घंटे मे मिलते है। तो दोनो जहाजो की चाल ज्ञात करे।

माना कि A की चाल = x km/h

तथा B की चाल = y km/h

∴ एक ही दिशा मे चलने पर आपेक्षिक चाल = (X – Y) km/h

∴ प्रश्नानुसार

∴ 120 km की दुरी तय करने मे लगा समय $= \frac{distance}{speed} = \frac{120}{X-Y} = 16$

ie 16 (x–y) = 120

ie $16x - 16y = 120$

ie $2x - 2y = 15$ -- (1)

∴ विपरीत दिशा मे चलने पर आपेक्षिक चाल = $(X + Y)$ km/h

∴ प्रश्नानुसार

∴ 120 km की दुरी तय करने मे लगा समय $= \frac{distance}{speed} = \frac{120}{X+Y} = \frac{80}{29}$

ie $8(x+y) = 12 \times 29$

ie $8x + 8y = 348$

ie $2x + 2y = 87$ -- (2)

Now from equation (1) & (2)

$2x - 2y = 15$

$2x + 2y = 87$

$+ \quad\quad +$

$4X = 102$

∴ $X = \frac{102}{4} = 25.5$ km/h ANS

∴ $2x + 2y = 87$

ie $2 \times 25.5 + 2y = 87$

ie $51 + 2y = 87$

∴ $2y = 87 - 51$

∴ $2y = 36$

∴ $y = 18$km/h ANS

(7) 400 मीटर की दौड प्रतियोगिता मे A ,B को 40 मीटर से पराजित करता है।जब की 500 मीटर की दौड प्रतियोगिता मे B ,C को 100 मीटर से पराजित करता है। तो 800 मीटर की दौड प्रतियोगिता मे A ,C को कितने मीटर से पराजित करेगा?

∵ A जब 400 मीटर दौडता है तब B, $(400-40) = 360$ मीटर दौडेगा।

∵ B जब 500 मीटर दौडता है तब C, (500−100) = 400 मीटर दौडेगा।

∴ A और B के दौडे गए दुरी का अनुपात निम्नलिखित होगा।

A : B = 400 ; 360

A : B = 10 : 9 -------------------------------------- (1)

∴ B और C के दौडे गए दुरी का अनुपात निम्नलिखित होगा।

B : C = 500 ; 400

B : C = 5 : 4 -------------------------------------- (2)

∴ समीकरण (1) और (2) से A, B, C का अनुपात निम्नलिखित होगा।

A : B

B : C

A : B : C = (A×B) : (B×B) : (B×C)

ie 10 : 9

5 : 4

A : B : C = (50) : (45) : (36)

ie A : B : C = 50 : 45 : 36 --------------------------------(3)

अर्थात समीकरण (3) के अनुपात से स्पष्ट होता है कि

A , B को 50 मीटर की दौड मे (50−45) = 5 मीटर से पराजित करेगा।
A , C को 50 मीटर की दौड मे (50−36) = 14 मीटर से पराजित करेगा।
B , C को 45 मीटर की दौड मे (45−36) = 9 मीटर से पराजित करेगा।

∴ 800 मीटर की दौड मे A , C को ($\frac{A-C}{A}$) × 800 मीटर से पराजित करेगा।

ie ($\frac{50-36}{50}$) × 800

ie $\frac{14}{50}$ × 800

ie 224 मीटर ANS

∴ 800 मीटर की दौड मे A , B को ($\frac{A-B}{A}$) × 800 मीटर से पराजित करेगा।

ie $\left(\frac{50-45}{50}\right) \times 800$

ie $\frac{5}{50} \times 800$

ie 80 मीटर ANS

∴ 800 मीटर की दौड मे B , C को $\left(\frac{B-C}{B}\right) \times 800$ मीटर से पराजित करेगा।

ie $\left(\frac{45-36}{45}\right) \times 800$

ie $\frac{9}{45} \times 800$

ie 160 मीटर ANS

(8) 200 मीटर की दौड प्रतियोगिता मे A ,B को 10 मीटर दे सकता है। तथा B ,C को 10 मीटर दे सकता है। तो 200 मीटर की दौड प्रतियोगिता मे A ,C को कितने मीटर आगे रखे कि (A ,C) दोनो एक साथ पहूंचे ?

∵ A जब 200 मीटर दौडता है तब B, (200−10) = 190 मीटर दौडेगा।

∵ B जब 200 मीटर दौडता है तब C, (200−10) = 190 मीटर दौडेगा।

∴ A और B के दौडे गए दुरी का अनुपात निम्नलिखित होगा।

A : B = 200;190

A : B = 20: 19 -- (1)

∴ B और C के दौडे गए दुरी का अनुपात निम्नलिखित होगा।

B : C = 200;190

B : C = 20: 19 -------------------------------------- (2)

∴ समीकरण (1) और (2) से A, B, C का अनुपात

A : B

B : C

A : B : C = (A×B) : (B×B) : (B×C)

ie $20 : 19$

$20 : 19$

A : B : C = (400) : (380) : (361)

ie A : B : C = 400 : 380 : 361 --------------------------------(3)

अर्थात समीकरण (3) के अनुपात से स्पष्ट होता है कि

A, B को 400 मीटर की दौड मे (400−380) = 20 मीटर से पराजित करेगा।
A, C को 400 मीटर की दौड मे (400−361) = 39 मीटर से पराजित करेगा।
B, C को 380 मीटर की दौड मे (380−361) = 19 मीटर से पराजित करेगा।

∴ 200 मीटर की दौड मे A , C को $(\frac{A-C}{A}) \times 200$ मीटर से पराजित करेगा।

ie $(\frac{400-361}{400}) \times 200$

ie $\frac{39}{400} \times 200$

ie 39.5 मीटर ANS

∴ 200 मीटर की दौड मे A , B को $(\frac{A-B}{A}) \times 200$ मीटर से पराजित करेगा।

ie $(\frac{400-380}{400}) \times 200$

ie $\frac{20}{400} \times 200$

ie 10 मीटर ANS

∴ 200 मीटर की दौड मे B , C को $(\frac{B-C}{B}) \times 200$ मीटर से पराजित करेगा।

ie $(\frac{380-361}{380}) \times 200$

ie $\frac{19}{380} \times 200$

ie 20 मीटर ANS

ie उक्त खेल मे C को A से 19.5 मीटर आगे रखना होगा तभी दोनो एक साथ पहूंचेगे। ANS

(9) 75 POINT के एक खेल मे A ,B को 15POINT दे सकता है। तथा 100 POINT के खेल मे B ,C को 25 POINT दे सकता है।तो इनमे कौन सबसे अच्छा खेलाडी है? तथा 240 POINT के खेल प्रतियोगिता मे एक दुसरे को कितना POINT दे सकता है?

∵ A 75 POINT बनाता है तब B, (75−15) = 60 POINT बनाएगा।

∵ B 100 POINT बनाता है तब C, (100−25) = 75 POINT बनाएगा।

∴ A तथा B के द्वारा बनाए गए POINT का अनुपात निम्नलिखित होगा।

A : B = 75;60

A : B = 5: 4 -- (1)

∴ B तथा C के द्वारा बनाए गए POINT का अनुपात निम्नलिखित होगा।

B : C = 100;75

B : C = 4: 3 --- (2)

∴समीकरण(1) और(2)से A,B, C द्वारा बनाए गए POINT अनुपात निम्न होगा।

A : B

B : C

A : B : C = (AB) : (BB) : (BC)

ie 5 : 4

4 : 3

A : B : C = (20) : (16) : (12)

ie A : B : C = 20 : 16 : 12 --------------------------------(3)

अर्थात समीकरण (3) के अनुपात से स्पष्ट होता है कि

20 POINT के खेल मे A, Bको (20−16) = 4 POINT से पराजित करेगा।

20 POINT के खेल मे A, Cको (20−12) = 8 POINT से पराजित करेगा।

16 POINT के खेल मे B, Cको (16−12) = 4 POINT से पराजित करेगा।

∴240 POINT के खेल मे A, B को $(\frac{A-B}{A}) \times 240$ POINT से पराजित करेगा।

ie $\left(\frac{20-16}{20}\right) \times 240$

ie $\frac{4}{20} \times 240$

ie 48 POINT   ANS

∴ 240POINT के खेल मे B,C को $\left(\frac{B-C}{B}\right) \times 240$ POINT से पराजित करेगा।

ie $\left(\frac{16-12}{16}\right) \times 240$

ie $\frac{4}{16} \times 240$

ie 60 POINT   ANS

ie उक्त खेल मे A सबसे अच्छा खिलाडी है जो B को 48 point से तथा C को 60 point से हराता हैं।   ANS

(10) 15 POINT के एक खेल मे A ,B को 3POINT दे सकता है।तथा C को 7POINT दे सकता है। तो खेल मे B ,C को कितने POINT दे की खेल बराबर रहे?

∵ A 15 POINT बनाता है तब B, (15−3) = 12 POINT बनाएगा।

∵ A 15 POINT बनाता है तब C, (15−7) = 8 POINT बनाएगा।

∴ A तथा B के द्वारा बनाए गए POINT का अनुपात निम्नलिखित होगा।

A : B = 15 ; 12

A : B = 5: 4

∴ B : A = 4: 5 -- (1)

∴ A तथा C के द्वारा बनाए गए POINT का अनुपात निम्नलिखित होगा।

A : C = 15: 8 -- (2)

∴समीकरण(1) और(2)से A,B, C द्वारा बनाए गए POINT अनुपात निम्न होगा।

B : A

A : C

B : A : C = (A×B) : (A×A) : (A×C)

ie 4 : 5

15 : 8

B : A : C = (60) : (75) : (40)

ie B : A : C = 60 : 75 : 40

∴ A : B : C = 75 : 60 : 40 -------------------------------(3)

अर्थात समीकरण (3) के अनुपात से स्पष्ट होता है कि

75 POINT के खेल मे A, B को (75−60) = 15 POINT से पराजित करेगा।

75 POINT के खेल मे B, Cको (60−40) = 20 POINT से पराजित करेगा।

75 POINT के खेल मे A, Cको (75−40) = 35 POINT से पराजित करेगा।

∴15 POINT के खेल मे A, B को $(\frac{A-B}{A}) \times 240$ POINT से पराजित करेगा।

ie $(\frac{75-60}{75}) \times 15$

ie $\frac{15}{75} \times 15$

ie 5 POINT ANS

∴ 15 POINT के खेल मे B,C को $(\frac{B-C}{B}) \times 15$ POINT से पराजित करेगा।

ie $(\frac{60-40}{60}) \times 15$

ie $\frac{20}{60} \times 15$

ie 5 POINT ANS

ie उक्त खेल मे B, C को 5 point दे सकता है। अर्थात C को 5 point से हरा सकता हैं। ANS ie उक्त खेल मे A सबसे अच्छा खिलाडी है।

(11) 330 गज की दौड प्रतियोगिता मे A ,B को 66 गज दे सकता है।अर्थात 66 गज से हरा सकता है। तथा B 1 मील की दौड मे C को 1मिनट 48 सेकेण्ड आगे दौडने पर भी $29\frac{1}{3}$ गज से जीत जाता है। यदि B , C को 2 मिनट का समय देता तो दोनो एक साथ पहूंते को बताऐ कि 1Mile की दौड प्रतियोगिता मे A ,C को कितने गज से हरा सकता हैं?

∵ A जब 330 गज दौडता है तब B, (330−66) = 264 गज दौडेगा।

∴ A और B के दौडे गए दुरी का अनुपात निम्नलिखित होगा।

A : B = 330 ; 264

A : B = 5: 4 --------------------------------------- (1)

∵ B , C को 1 मील की दौड मे (108 सेकेण्ड + $\frac{88}{3}$ गज) या 120 सेकेण्ड दे सकता है।

∵ B (120-108) = 12 second मे C को 88/3 गज दे सकता है।

∴ B ,, 1 second मे C को $\frac{88}{3\times12}$ गज दे सकता है।

∴ B ,, 120 second मे C को $\frac{88}{36}\times 120 = \frac{880}{3}$ गज दे सकता है।

∵ B जब 1760 गज दौडता है तब C, $(1760-\frac{880}{3}) = \frac{4400}{3}$ गज दौडेगा।

∴ B और C के दौडे गए दुरी का अनुपात निम्नलिखित होगा।

ie B : C = 1760 ; $\frac{4400}{3}$

ie B : C = 1760× 3 : 4400

∴B : C = 5280 : 4400

∴B : C = 6 : 5 --------------------------------------- (2)

∴समीकरण(1) और (2) से A,B,C के दौडे गए दुरी का अनुपात निम्न होगा।

A : B

B : C

A : B : C = (A×B) : (B×B) : (B×C)

ie 5 : 4

6 : 5

A : B : C = (30) : (24) : (20)

ie A : B : C = 30 : 24 : 20 --------------------------------(3)

अर्थात समीकरण (3) के अनुपात से स्पष्ट होता है कि

A, B को 30 गज की दौड मे (30−24) = 6 गज से पराजित करेगा।
A, C को 30 गज की दौड मे (30−20) = 10 गज से पराजित करेगा।
B, C को 24 गज की दौड मे (24−20) = 4 गज से पराजित करेगा।

∴ 1760 गज की दौड मे A , B को $(\frac{A-B}{A}) \times 1760$ गज से पराजित करेगा।

ie $(\frac{30-24}{30}) \times 1760$

ie $\frac{6}{30} \times 1760$

ie 352 गज ANS

∴ 1760 गज की दौड मे A , C को $(\frac{A-C}{A}) \times 1760$ गज से पराजित करेगा।

ie $(\frac{30-20}{30}) \times 1760$

ie $\frac{10}{30} \times 1760$

ie 586.6 गज ANS

∴ 1760 गज की दौड मे B , C को $(\frac{B-C}{B}) \times 1760$ गज से पराजित करेगा।

ie $(\frac{24-20}{24}) \times 1760$

ie $\frac{4}{24} \times 1760$

ie 29.33 गज ANS

(12) 1 मील की दौड प्रतियोगिता मे A ,B को 60 गज आगे रखा। और उससे 28 गज आगे निकल गया। यदि A 1 मील 5 मिनट मे दौडता है तो B को 1 मील दौडने मे कितना समय लगेगा ?

∵ A 1 मील = 1760 की दौड प्रतियोगिता मे B को 60 गज आगे रखा। और उससे 28 गज आगे निकल गया। अर्थात इसका मतलब यह हुआ किA, B को कुल (60+28) = 88 गज से हराया।

∵ A जब 1760 गज दौडता है तब B, (1760−88) = 1672 गज दौडेगा।

∴ A और B के दौडे गए दुरी का अनुपात निम्नलिखित होगा।

∵ A1760 गज 5 मिनट मे दौडता है तथा इतने समय मे B 1672 गज दौडता है।

∵ B को 1672 गज दौडने मे 5 मिनट का समय लगता है।

∴ B ,, 1 ,, $\frac{5}{1672}$,, ,,

∴ B ,, 1760 ,, $\frac{5}{1672} \times 1760$ $= 5\frac{5}{19}$ मिनट ANS

(13) A और B 1760 मीटर के रेस मे डेड हीट पर समाप्त करते है। पहले A, B से 20% अधिक तेज दौडता हैं। इसके बाद B अपने कदम तेज बढाता है और शेष रेस A की अपेक्ष 20% तेज दौडता है। तो B द्वारा अपने कदम तेज करने के पूर्व A कितना मीटर दौड चुका था?

रेस मे डेड हीट का मतलब यह होता है कि दो या दो से अधिक प्रतियोगि एक ही समय मे विजय स्थान पर एक साथ पहुंचते है।

माना कि A की चाल = x m/second , B की चाल = Y m/second

माना कि a second तक A पहले B की चाल से 20% तेज दौडता है।

ie A प्रारंभ मे x = $\frac{y120}{100} = \frac{6y}{5}$ m/second

∴ A द्वारा a second मे तय की गई दुरी = a x meters

$= a\left(\frac{6y}{5}\right)$ meters

$= \frac{6ay}{5}$ meters

∴ रेस की शेष दुरी $= 1760 - \frac{6ay}{5}$

$= \frac{8800-6ay}{5}$ meters

∴ A को रेस की शेष दुरी तय करने मे लगा समय $= \frac{distance}{speed}$

$= \frac{8800-6ay}{5x}$ seconds

∴ A को रेस की कुल दुरी तय करने मे लगा समय $= a + \frac{8800-6ay}{5x}$ sec

$= \frac{5ax+8800-6ay}{5x}$ sec ------------ (1)

∴ B द्वारा a second मे तय की गई दुरी = ay meters

∴ रेस की शेष दुरी = $1760 - ay$ metres

∴ B को रेस की शेष दुरी तय करने के लिए नया चाल y = $\frac{x\,120}{100}$ m/s

y = $\frac{6x}{5}$ m/s

∴ B को रेस की शेष दुरी तय करने मे लगा समय = $\frac{distance}{speed}$

$= \frac{1760-6ay}{5(\frac{6x}{5})}$ seconds

$= \frac{1760-6ay}{6X}$ seconds

∴ B को रेस की कुल दुरी तय करने मे लगा समय $= a + \frac{8800-6ay}{6x}$ sec

$= \frac{6ax+8800-6ay}{6x}$ sec ------------ (2)

Now from equation (1) & (2) we get

$= \frac{5ax+8800-6ay}{5x} = \frac{6ax+8800-6ay}{6x}$

$= \frac{5ax+8800-6ay}{5} = \frac{6ax+8800-6ay}{6}$

= 30ax + 52800 −36ay = 30ax +44000 – 25ay

= 30ax + 52800 −36ay − 30ax −44000 + 25ay = 0

= 52800−44000 −11ay = 0

= 8800 −11ay = 0

ie 11 ay = 8800

∴ ay = 800 metres ANS

∴ ax = $\frac{6ay}{5}$ metres

$= \frac{6\times800}{5}$ metres

= 960 metres ANS

BY SUBANT PASWAN

(3.5) नाव एवं धारा (BOATS AND STREAMS)

इस अध्याय के अंतर्गत हम नदी की धारा और नाव या स्टीमर के द्वारा सफर के दौरान लगने वाले समय के बारे मे अध्ययन करेंगें। यह एक रोचक विषय है। प्राचीन काल मे नदी और नाव ही जीवन का आधार था। कही व्यापार करने के लिए जाना होता तो नाव का सहारा लेना पडता था। यह जीवन से जूडा हुआ प्रसंग हैं। इससे सम्बंधित कुछ महत्वपूर्ण बिन्दुओ के बारे मे जाने। यदि किसी नदी,तलाब या अन्य कोई जल स्त्रोत जिसमे कोई तैराक,नाव या जहाज जल क्षेत्र को पार करना चाहता है। तो उसे पार करने मे कितना समय लगेगा। नदी या झील की विपरीत घारा तैराक या नाव को कितना प्रभावित करेगा। या नदी की अनुकूल चलने मे कितना सहायक सिद्ध होगां। इसके बारे मे कुछ नियमो का पालन करते हुए जानने का प्रयास करेंगे।

माना कि शांत जल मे नाव की चाल = x km/h

तथा नदी मे धारा की चाल = y km /h हो तो

धारा की दिशा मे तैराक या नाव की चाल = x+y km/h होगा।

∴ नाव की चाल = $\frac{x+y}{2}$ km/h

धारा की विपरीत दिशा मे तैराक या नाव की चाल = x−y km/h होगा।

∴ धारा की चाल = $\frac{x-y}{2}$ km/h

(1) यदि एक नाव नदी के धारा की दिशा मे 8 km/h की चाल से तथा धारा के विपरीत नाव की चाल 4 km/h है तो शांत जल मे मे नाव की चाल ज्ञात करे।

माना कि शांत जल मे नाव की चाल = x km/h

तथा धारा की चाल = y km/h

∴ धारा की दिशा मे तैराक या नाव की चाल = x + y = 8 ------------ (1)

∴ धारा की विपरीत दिशा मे नाव की चाल = x−y = 4 -------------- (2)

अब समीकरण (1) और (2) से $x + y = 8$

$$x - y = 4$$

+

$2x = 12$

$\therefore x = 6$ km/h ANS

अब समीकरण (1) से $x + y = 8$

ie $6 + y = 8$

$\therefore Y = 8-6 = 2$ km/h ANS

(2)एक नाव को नदी के धारा के साथ 40 km जाने मे 6 धटा का समय लगता हैं। तथा धारा के विपरीत 30 km जाने मे 8 घंटा का समय लगता है। तो नदी की धारा की चाल ज्ञात करे।

माना कि शांत जल मे नाव की चाल = x km/h

तथा धारा की चाल = y km/h

$\therefore$ धारा की दिशा मे नाव द्वारा लिया गया समय $= \frac{40}{x+y} = 6$

ie $= 6(x+y) = 40$ -------- (1)

$\therefore$ धारा की विपरीत नाव द्वारा लिया गया समय $= \frac{30}{x-y} = 8$

ie $= 8(x-y) = 30$ -------- (2)

अब समीकरण (1) और (2) से $6x+6y = 40$

$8x-8y = 30$

ie $48x+48y = 320$

$48x - 48y = 180$

+

$96x = 500$

$\therefore x = \frac{500}{96}$ km/h ANS

अब समीकरण (1) से $6x + 6y = 40$

ie $6\times\frac{500}{96}+y=40$

ie $\frac{500}{16}+y=40$

$\therefore Y=40-\frac{500}{16}$

$=\frac{640-500}{16}$

$=\frac{140}{16}$ km /h ANS

(3)एक नाव धारा के साथ एक निश्चित दुरी जाने मे 5 धटा का समय लगता हैं। तथा धारा के विपरीत उसी दुरी से वापस आने मे 8 घंटा का समय लगता है। यदि जल मे नाव की चाल 12km/h है तो धारा की चाल तथा निश्चित दूरी ज्ञात करे।

माना कि निश्चित दुरी = x km , तथा धारा की चाल = y km/h

शांत जल मे नाव की चाल 10 km/h दिया गया है।

$\therefore$ धारा की दिशा मे नाव द्वारा लिया गया समय $=\frac{x}{10+y}=5$

ie $=5(10+y)=x$ --------- (1)

$\therefore$ धारा की विपरीत नाव द्वारा लिया गया समय $=\frac{x}{10-y}=8$

ie $=8(10-y)=x$ ---------- (2)

अब समीकरण (1) और (2) से दोनो समीकरण बराबर हैं।

ie $50+5y=80-8y$

ie $50+5y-80+8y=0$

ie $13y-30=0$

ie $13y=30$

$\therefore y=\frac{30}{13}$ km/h ANS

अब समीकरण (1) से $=5(10+y)=x$ --------- (1)

ie $x = 50 + 5y$

ie $x = 50 + 5\times\frac{30}{13}$

ie $x = 50 + \frac{150}{13}$

ie $x = \frac{650+150}{13}$

$\therefore x = \frac{800}{13}$ km ANS

(4)एक व्यक्ति धारा के साथ 30 दुरी जाने मे 5 धटा का समय लगता हैं। तथा धारा के विपरीत उसी दुरी से वापस आने मे 6 घंटा का समय लगता है। तो धारा की चाल ज्ञात करे।

माना कि शांत जल मे व्यक्ति की चाल = x km/h

तथा धारा की चाल = y km/h

∴ धारा की दिशा मे व्यक्ति द्वारा लिया गया समय = $\frac{30}{x+y} = 5$

ie $= 5(x+y) = 30$ --------- (1)

∴ धारा की विपरीत व्यक्ति द्वारा लिया गया समय = $\frac{30}{x-y} = 6$

ie $= 6(x-y) = 30$ --------- (2)

अब समीकरण (1) और (2) से दोनो समीकरण बराबर हैं।

ie $5x+5y = 30$

ie $6x-6y = 30$

ie $30x+30y = 180$

ie $30x-30y = 150$

+

---

ie $60x = 330$

$\therefore x = \frac{330}{60} = 5\frac{1}{2}$ km/h ANS

अब समीकरण (1) से $= 5(x+y) = 30$ --------- (1)

ie $5x + 5y = 30$

ie $5\times\frac{11}{2} + 5y = 30$

ie $\frac{55}{2} + 5y = 30$

ie $5y = 30 - \frac{11}{2} = \frac{49}{2}$

$\therefore y = \frac{49}{10}$ km/h ANS

(5)एक व्यक्ति धारा के साथ 21km दुरी जाने मे 3 धटा का समय लगता हैं। तथा धारा के विपरीत 15 km दूरी तय करने मे 3 घंटा का समय लगता है। तो धारा की चाल ज्ञात करे।

माना कि शांत जल मे व्यक्ति की चाल = x km/h

तथा धारा की चाल = y km/h

$\therefore$ धारा की दिशा मे व्यक्ति द्वारा लिया गया समय $= \frac{21}{x+y} = 3$

ie $= 3(x+y) = 21$ --------- (1)

$\therefore$ धारा की विपरीत व्यक्ति द्वारा लिया गया समय $= \frac{15}{x-y} = 3$

ie $= 3(x-y) = 15$ ---------- (2)

अब समीकरण (1) और (2) से दोनो समीकरण बराबर हैं।

ie $3x+3y = 21$

ie $3x-3y = 15$

+

---

ie $6x = 36$

$\therefore x = \frac{36}{6} = 6$ km/h ANS

अब समीकरण (1) से $= 3(x+y) = 21$ --------- (1)

ie $3x + 3y = 21$

ie $3\times 6 + 3y = 21$

ie $18 + 3y = 21$

ie $3y = 21 - 18$

ie $3y = 3$

$\therefore y = \frac{3}{3} = 1$ km/h ANS

(6) एक नाव धारा के साथ एक निश्चित दुरी जाकर वापस आने मे 3 धंटा का समय लगता हैं। यदि शांत जल मे नाव की चाल 9km/h है। तथा धारा की चाल 9km/h है तो निश्चित दूरी ज्ञात करे।

माना कि निश्चित दुरी = x km शांत जल मे नाव की चाल = 9 km/h

तथा धारा की चाल = 3 km/h

$\therefore$ धारा की दिशा मे नाव की चाल = 9+3 =12 km/h

$\therefore$ धारा के विपरीत मे नाव की चाल = 9−3 = 6 km/h

$\therefore$ धारा की दिशा मे नाव द्वारा लिया गया समय $= \frac{x}{12}$ hours

$\therefore$ धारा की विपरीत नाव द्वारा लिया गया समय $= \frac{x}{6}$ hours

धारा के साथ जाकर वापस आने मे लगा कुल समय दिया गया है। अर्थात

$= \frac{x}{12} + \frac{x}{6} = 3$

$= \frac{x+2x}{12} = 3$

$= \frac{3x}{12} = 3$

ie $3x = 36$

$\therefore x = 12$ km ANS

(6) एक मल्लाह शांत जल मे एक नाव 9 मील प्रतिघंटा खे सकता है। धारा के प्रतिकुल नाव खेने मे उसको उस समय का 2 गुना लगता है जो धारा के बहाव के साथ खेने मे लगा था। तो धारा की चाल ज्ञात करे।

माना कि निश्चित दूरी = x mile तथा धारा की चाल = y mile /h

शांत जल मे नाव की चाल = 9 mile/h दिया गया है।

∴ धारा की दिशा मे नाव की चाल = 9+y mile/h

∴ धारा के विपरीत मे नाव की चाल = 9−y = mile/h

∴ धारा की दिशा मे नाव द्वारा लिया गया समय = $\frac{x}{9+y}$ hours

∴ धारा की विपरीत नाव द्वारा लिया गया समय = $\frac{x}{9-y}$ hours

∴ प्रश्नानुसार = $2 \times \left(\frac{x}{9+y}\right) = \frac{x}{9-y}$

ie $= \frac{2x}{9+y} = \frac{x}{9-y}$

ie $= \frac{2}{9+y} = \frac{1}{9-y}$

ie 2 (9−y) = 9+y

ie 18−2y = 9+y

ie 18−2y − 9−y =0

ie 9−3y =0

ie 3y = 9

∴ y = 3 mile/h ANS

(7) एक मल्लाह धारा के अनुकूल एक निश्चित दुरी 6 घंटा खे सकता है। धारा के प्रतिकुल उतना ही दुरी खेने मे उसको 9 घंटा लगता हैं। यदि घारा की चाल 3 km/h है तो शांत जल मे नाव की चाल ज्ञात करें।

माना कि निश्चित दूरी = Z km

माना कि शांत जल मे नाव की चाल = X km/h

धारा की चाल = 3 mile /h दिया गया है।

∴ धारा की दिशा मे नाव की चाल = x+3 mile/h

∴ धारा के विपरीत मे नाव की चाल = x−3 = mile/h

∴ धारा की दिशा मे नाव द्वारा लिया गया समय = $\frac{Z}{X+3} = 6$

ie $Z = 6(X+3)$ ------------ (1)

∴ धारा की विपरीत नाव द्वारा लिया गया समय $= \frac{Z}{X-3} = 9$

ie $Z = 9(X-3)$ ------------ (2)

∴ प्रश्नानुसार $= 6(X+3) = 9(X-3)$

ie $6X+18 = 9X-27$

ie $9X-27-(6X+18) = 0$

ie $9X-27-6X-18 = 0$

ie $3X-45 = 0$

ie $3X = 45$

∴ $X = 15$ km /h ANS

(3.6) साधारण एवं चक्रवृद्धि ब्याज (SIMPLE & COMPOUND INTREST)

इस अध्याय के अंतर्गत साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज के बारे मे अध्ययन करेंगे। ब्याज दो प्रकार के होते है। पहला साधारण ब्याज और दुसरा चक्रवृद्धि ब्याज। जब हम किसी से उधार लेते है तब इसका जिक्र होता है कि उधार देने वाला किस शर्त पर उधार देता है। साधारण ब्याज पर सूद केवल मूलधन पर लिया जाता है। लेकिन दुसरा चक्रवृद्धि ब्याज मे सूद एक निश्चित अवधि के बाद सूद को मूलधन मे जोड दिया जाता है। और उन दोनो पर सूद लिया जाता है। इस प्रकार सूद का सूद चलते रहता है। कर्ज लेने वाले को चक्रवृद्धि ब्याज काफी महंगा पडता है। इससे सम्बधित कुछ महत्वपूर्ण फरमूले है जो निम्नलिखित है।

(1) साधारण ब्याज $= \dfrac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$

(2) मूलधन $= \dfrac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{समय} \times \text{दर}}$

(3) समय $= \dfrac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{दर}}$

(4) दर (%) $= \dfrac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$

(5) चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन − मूलधन

(6) मिश्रधन $= \text{मूलधन} \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

(7) मूलधन $= \dfrac{\text{मिश्रधन}}{(1 + \frac{R}{100})^n}$

(8) मूलधन $= \dfrac{diffrence\ of\ simple\ intrest \times 100}{diffrence\ of\ Rate \times Time}$

(9) मूलधन $= \dfrac{diffrence\ of\ simple\ intrest \times 100}{diffrence\ of\ times \times Rate}$

(1) किस दर कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्षो मे 4 गुणा हो जाएगा?

माना कि मूलधन = x ∴ मिश्रधन = 4x

∴ मिश्रधन = मूलधन $\times \left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$\therefore 4x = x\left(1+\frac{R}{100}\right)^2$

$\therefore 4 = 1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2$

$\therefore (1+\frac{R}{100}) = \sqrt{4}$

$\therefore (1+\frac{R}{100}) = 2$

$\therefore \frac{R}{100} = 2-1$

$\therefore \frac{R}{100} = 1$

$\therefore R = 100\%$ ANS

(1) TRICKY METHOD

Rate $= (\sqrt[T]{Amount} - 1)\ 100$

$= (\sqrt[2]{4\ times} - 1)\ 100$

$= (\sqrt[2]{4} - 1)\ 100$

$= (2 - 1)\ 100$

$= 100\ \%$ ANS

(2) यदि 400 रूपया का मिश्रधन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्षो मे 441 रूपया हो जाता है तो चक्रवृद्धि ब्याज की दर ज्ञात करे।

माना कि दर = R %

मूलधन = 400 , मिश्रधन = 441 , समय = 2 years

∴ मिश्रधन $= $ मूलधन $\times \left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$\therefore 441 = 400\left(1+\frac{R}{100}\right)^2$

$\therefore (1+\frac{R}{100})^2 = \frac{Amount}{Principle}$

$\therefore (1+\frac{R}{100}) = \sqrt[2]{\frac{441}{400}}$

$\therefore 1+\frac{R}{100} = \frac{21}{20}$

$\therefore \frac{R}{100} = \frac{21}{20}-1$

$\therefore \frac{R}{100} = \frac{1}{20}$

$\therefore 20R = 100$

$\therefore R = 5\ \%$ ANS

(2) TRICKY METHOD

Rate $= (\sqrt[T]{\frac{Amount}{principle}} - 1)\ 100$

$= (\sqrt[2]{\frac{441}{400}} - 1)\ 100$

$= (\frac{21}{20} - 1)\ 100$

$= \frac{1}{20} \times 100$

$= 5\%$ **ANS**

(3) यदि 4000 रूपया का मिश्रधन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्षो मे 5000 रूप्या हो जाता है तो चक्रवृद्धि ब्याज की दर ज्ञात करे।

माना कि दर = R % , मूलधन = 4000 , मिश्रधन = 5000 ,समय = 2 years

∴ मिश्रधन $= $ मूलधन $\times \left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$\therefore 5000 = 4000\left(1+\frac{R}{100}\right)^2$

$\therefore (1+\frac{R}{100})^2 = \frac{Amount}{Principle}$

$\therefore (1+\frac{R}{100}) = \sqrt[2]{\frac{5000}{4000}}$

$\therefore (1+\frac{R}{100}) = \sqrt{1.25}$

$\therefore 1+\frac{R}{100} = 1.1180$

$\therefore \frac{R}{100} = 1.1180-1$

$\therefore \frac{R}{100} = 0.1180$

$\therefore R = 0.1180\times 100$

$= 11.8\ \%$ ANS

(3) TRICKY METHOD

Rate $= (\sqrt[T]{\frac{Amount}{principle}} - 1)\ 100$

$= (\sqrt[2]{\frac{5000}{4000}} - 1)\ 100$

$= (\sqrt[2]{1.25} - 1)\ 100$

$= (1.1180 - 1)\ 100$

$= 0.1180 \times 100$

$= 11.80\%$ ANS

(4) यदि 9000 रूपया का मिश्रधन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्षो मे 12000 रूपया हो जाता है तो चक्रवृद्धि ब्याज की दर ज्ञात करे।

माना कि दर = R % ,मूलधन = 9000 , मिश्रधन = 12000, समय = 3 years

$\therefore$ मिश्रधन $=$ मूलधन $\times\left(1+\frac{R}{100}\right)^{n}$

$\therefore 12000 = 9000\left(1+\frac{R}{100}\right)^{3}$

$\therefore (1+\frac{R}{100})^{3} = \frac{Amount}{Principle}$

$\therefore (1+\frac{R}{100}) = \sqrt[3]{\frac{12000}{9000}}$

$\therefore (1+\frac{R}{100}) = \sqrt[3]{1.3333}$

$\therefore 1+\frac{R}{100} = 1.10055$

$\therefore \frac{R}{100} = 1.10055-1$

$\therefore \frac{R}{100} = 0.10055$

$\therefore R = 0.10055\times 100$

$= 10.05\ \%$ ANS

(4) TRICKY METHOD

Rate $= (\sqrt[T]{\frac{Amount}{principle}} - 1)\ 100$

$= (\sqrt[3]{\frac{12000}{9000}} - 1)\ 100$

$= (\sqrt[3]{1.3333} - 1)\ 100$

$= (1.10055 - 1)\ 100$

$= 0.10055 \times 100$

$= 10.05\%$ ANS

(5) श्याम ने कुछ रूपये बैंक मे 10 % वार्षिक ब्याज की दर से जमा किया 5 वर्ष बाद 12000 रूपया प्राप्त किया तो बताए कि कितने रूपये बैक मे जमा किया था?

मूलधन $= \frac{Amount \times 100}{100+(time \times Rate)}$

$= \frac{12000 \times 100}{100+(5 \times 10)}$

$= \frac{12000 \times 100}{100+50}$

$= \frac{12000 \times 100}{150}$

= 8000 Rs ANS

(6) यदि कोई घन साधारण ब्याज की दर से 5 वर्षो मे 2 गुणा हो जाता है तो वह धन कितने वर्षो मे 4 गुणा हो जाएगा?

$T_2 = \frac{(n-1)T1}{(m-1)}$ $n > m$, m = 2 fold , n = 4 fold , T_1 = 5 Years

$\therefore T_2 = \frac{(4-1)5}{(2-1)} = \frac{3 \times 5}{(1)} =$ 15 Years ANS

(7) यदि कोई घन साधारण ब्याज की दर से 5 वर्षो मे मिश्रधन 8000 रूपये तथा वह धन 8 वर्षो मे10000 रूपये हो जाएगा तो ब्याज की दर ज्ञात करे।

A = 8000 Rs , B= 10000 Rs , T1= 5 Years T2 = 8 Years

Rate $= \frac{(B-A)100}{(A \times T2)-(B \times T1)}$

$= \frac{(10000-8000)100}{8000 \times 8-10000 \times 5}$

$= \frac{2000 \times 100}{64000-50000}$

$= \frac{200000}{14000}$

= 14.2857 % ANS

(8) यदि कोई घन साधारण ब्याज की दर से 5 वर्षो मे मिश्रधन 8000 रूपये तथा वह धन 8 वर्षो मे10000 रूपये हो जाएगा तो मूलधन ज्ञात करे।

$P = \frac{A\ T2-BT1}{T2-T1}$ $B > A$, $T2 > T1$ A = 8000 RS , B = 10000 RS

$P = \frac{8000 \times 8-10000 \times 5}{8-5}$

$= \frac{64000-50000}{3}$

$= \frac{14000}{3} = 4666\frac{2}{3}$ RS ANS

(9) यदि कोई घन 5 वर्षो मे साधारण ब्याज की दर से 4 गुणा हो जाता है तो ब्याज की दर ज्ञात करे।

Rate = $\frac{(n-1)100}{T}$ %

$= \frac{(4-1)100}{5}$ %

$= \frac{3\times100}{5}$ %

= 60 % ANS

(10) यदि कोई घन 15 % वार्षिक ब्याज की दर से 6 गुणा हो जाता है तो समय ज्ञात करे।

Time = $\frac{(n-1)100}{R}$

$= \frac{(6-1)100}{15}$

$= \frac{5\times100}{15}$

$= 33\frac{1}{3}$ Years ANS

(11) यदि वार्षिक ब्याज की दर का संख्यात्मक मान समय के संख्यात्मक मान के बराबर है तो कितने समय मे कोई धन अपने से 10 गुणा हो जाएगा ?

Time = $\sqrt{(n-1)\,100}$ years n = 10 fold

$= \sqrt{(10-1)\,100}$

$= \sqrt{9\times\ 100}$

$= \sqrt{900}$

= 30 years ANS

(12) यदि किसी मूलधन पर साधारण ब्याज और चक्रवृद्धि ब्याज का अंतर 100 रूपया है यदि समय 2 वर्ष तथा दर 5 % हो तो मूलधन ज्ञात करें।

P = Diffrence of intrest × $(\frac{100}{R})^2$

$= 100\times(\frac{100}{5})^2$

$= 100\times(20)^2$

$= 100\times 400$

$= 40000$ RS ANS

(13) यदि 400 रू मूलधन पर 5 % ब्याज की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज का अंतर ज्ञात करें।

Diffrence of intrest $= \frac{P\times R^2}{100^2}\times(\frac{300+R}{100})$

$= \frac{400\times 5^2}{(100)^2}\times(\frac{300+5}{100})$

$= \frac{400\times 25}{100\times 100}\times\frac{305}{100}$

$= \frac{10000}{10000}\times\frac{305}{100}$

$= \frac{305}{100}$

$= 3.05$ RS ANS

(14) यदि 5 % ब्याज की दर से 3 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज का अंतर 61 रू है तो मूलधन ज्ञात करें।

$P = \frac{D\,(100)^3}{(300+R)\times R^2}$

$= \frac{61\times(100)^3}{(300+5)\times 5^2}$

$= \frac{61\times 100\times 100\times 100}{(305)\times 25}$

$= 8000$ RS ANS

(15) यदि कोई धन किसी वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्षो मे 4 गुणा होता है तो वह धन कितने वर्षो मे 8 गुणा होगा?

माना कि मूलधन $= x$ $\therefore$ मिश्रधन $= 4x$

$\therefore$ प्रश्नानुसार $A = P\times\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

ie $4x = x\left(1+\frac{R}{100}\right)^3$

ie $4 = 1\left(1+\frac{R}{100}\right)^3$ ------------------------ (1)

2^{nd} condition

माना कि मूलधन = x ∴ मिश्रधन = 8x

∴ प्रश्नानुसार $A = P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

ie $8x = x\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

ie $8 = 1\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$ ------------------------ (2)

Now from equation (1) ÷ (2) we get

$\frac{4}{8} = \frac{1\left(1+\frac{R}{100}\right)^3}{1\left(1+\frac{R}{100}\right)^n}$ taking log both sides

$\frac{log\ 4}{log\ 8} = \frac{\log\left(1+\frac{R}{100}\right)^3}{\log\left(1+\frac{R}{100}\right)^n}$

$\frac{log\ 2^2}{log\ 2^3} = \frac{3\log(1+\frac{R}{100})}{n\log(1+\frac{R}{100})}$

$\frac{2log\ 2}{3log\ 2} = \frac{3\log(1+\frac{R}{100})}{n\log(1+\frac{R}{100})}$

ie $\frac{2}{3} = \frac{3}{n}$

ie $2n = 9$

∴ $n = \frac{9}{2}$ years ANS

(15) TRICKY METHOD

T1= 3 Years   T2 = ?

m = 4 fold , n = 8 fold

$T2 = \frac{Log\ n}{Log\ m} \times T1$

$= \frac{Log\ 8}{Log\ 4} \times 3$

$= \frac{Log\ 2^3}{Log\ 2^2} \times 3$

$= \frac{3Log\ 2}{2Log\ 2} \times 3$

$= \frac{3}{2} \times 3$

= 4.5 Years   ANS

(16) कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष मे 2420 रू तथा 3 वर्ष मे 2662 रू हो जाता है तो दर एवं मूलधन ज्ञात करे।

माना कि मूलधन = x   ∴ मिश्रधन = 2420 RS

∴ प्रश्नानुसार $A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n$

ie $2420 = x\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$ ---------------- (1)

2nd condition

माना कि मूलधन = x   ∴ मिश्रधन = 2662 RS

∴ प्रश्नानुसार $A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3$

ie $2662 = x\left(1 + \frac{R}{100}\right)^3$ --------------- (2)

Now from equation (2) ÷ (1) we get

$$\frac{2662}{2420} = \frac{x\left(1+\frac{R}{100}\right)^3}{x\left(1+\frac{R}{100}\right)^2}$$

$\frac{2662}{2420} = \frac{(1+\frac{R}{100})^3}{(1+\frac{R}{100})^3}$

$\frac{2662}{2420} = (1 + \frac{R}{100})^1$

$\frac{2662}{2420} = (1 + \frac{R}{100})$

$(1 + \frac{R}{100}) = \frac{2662}{2420}$

$\therefore \frac{R}{100} = \frac{2662}{2420} - 1$

$\therefore \frac{R}{100} = \frac{2662-2420}{2420}$

$\therefore \frac{R}{100} = \frac{242}{2420}$

$\therefore$ 2420 R = 24200

$\therefore$ R = 10%

Now from equation (1)

ie $2420 = x\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$ ------------------ (1)

ie $2420 = x\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$

ie $2420 = x\left(\frac{100+10}{100}\right)^2$

ie $2420 = x\left(\frac{110}{100}\right)^2$

ie $2420 = x\left(\frac{11}{10}\right)^2$

ie $2420 = x(\frac{121}{100})$

ie $2420 = \frac{121x}{100}$

ie 121X = 242000

$\therefore$ X = 2000 RS ANS

(17) 10000रू को साधारण ब्याज की दर से कर्ज दिया गया । ब्याज शर्तानुसार पहले 3 वर्ष तक ब्याज कर दर 7% बाद के 5 वर्ष तक ब्याज कर दर 8% से तथा इसके बाद के वर्षो के लिए ब्याज की दर 7% हो तो 10 वर्ष के बाद कितना ब्याज मिलेगा?

$$SI = \frac{P\{(R1\times T1)+(R2\times T2)+(R3\times T3)+-----Rn\times Tn)\}}{100}$$

T1 = 3 Years , R1 = 7%

T2 = 5 Years , R1 = 8%

T3 = 2 Years , R3 = 10%

$$SI = \frac{P\{(R1\times T1)+(R2\times T2)+(R3\times T3)+-----Rn\times Tn)\}}{100}$$

$$= \frac{10000\ (7\times3)+(8\times5)+(10\times2)}{100}$$

$$= \frac{10000\ \{(21)+(40)+(20)\}}{100}$$

$$= \frac{10000\times81}{100}$$

= 8100 RS ANS

(18) 8000 रू को साधारण ब्याज की दर से कर्ज दिया गया । ब्याज शर्तानुसार पहले 2 वर्ष तक ब्याज कर दर 5% बाद के 3 वर्ष तक ब्याज कर दर 8% से तथा इसके बाद के 4 वर्षो के लिए ब्याज की दर 9 % हो तो 9 वर्ष के बाद कितना मिश्रधन मिलेगा?

$$Amount = \frac{P[\{100+(R1\times T1)+(R2\times T2)+(R3\times T3)+-----Rn\times Tn)\}}{100}$$

T1 = 2 Years , R1 = 5%

T2 = 3 Years , R1 = 8%

T3 = 4 Years , R3 = 9%

P = 8000 RS

$$Amount = \frac{P[\{100+(R1\times T1)+(R2\times T2)+(R3\times T3)+-----Rn\times Tn)\}}{100}$$

$$= \frac{8000[\{100+(5\times2)+(8\times3)+(9\times4)\}\}}{100}$$

$$= \frac{8000[\{100 + (10) + (24) + (36)\}]}{100}$$

$$= \frac{8000[\{100 + 70\}]}{100}$$

$$= \frac{8000 \times 170}{100}$$

= 13600 RS ANS

(19) एक व्यक्ति अपने सम्पति को तीन लडको मे इस प्रकार छोडा कि 21वर्ष के उम्र सभी का एक समान घन मिलेगा ।यदि ब्याज की वार्षिक दर 5% हो । यदि उसने 132400 की सम्पति को तीन लडको जिनकी आयु क्रमशः 19 , 21, 23 वर्ष है। तो बताए की 21 वर्ष की अवस्था मे प्रत्येक को कितने कितने रू मिलेगे ? तथा वर्तमान आयु के अनुसार कितने कितने मिलेगे?

∵ 23 वर्ष की उम्र वाले को 21 वर्ष की अवस्था पार करने पर 2 वर्ष का ब्याज भी मिलेगा। इस प्रकार ब्याज और मूलधन मिलाकर मिश्रघन प्राप्त करेगा।

∵ 21 वर्ष की उम्र वाले को कोई ब्याज नही मिलेगा।

∵ 19 वर्ष की उम्र वाले को 21 वर्ष की अवस्था पार करने पर 2 वर्ष का ब्याज भी मिलेगा। इस प्रकार ब्याज और मूलधन मिलाकर मिश्रघन प्राप्त करेगा।

माना कि 21 वर्ष की अवस्था मे प्रत्येक को = x मिलेगा।

∴ 23 वर्ष की उम्र वाले ब्याज $= \frac{P \times T \times R}{100} = \frac{x \times 2 \times 5}{100}$

$$= \frac{10X}{100} = \frac{X}{10}$$

∴ 23 वर्ष की उम्र वाले मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

$$= x + \frac{X}{10} = \frac{11x}{10} \quad \text{--------------- (1)}$$

∵ 21 वर्ष की उम्र वाले = x रू ही मिलेगा। -------------------- (2)

∴ 19 वर्ष की उम्र वाले को x रू मिलेगा तथा 21 की अवस्था पर उसे जो मिलेगा उसे मिश्रधन माना जाएगा। 21 की अवस्था मे x मिश्रधन माना जाएगा।

∴ 19 वर्ष की उम्र वाले मिश्रधन = x

∴ मूलधन $= \frac{Amount\times100}{(100+T\times R)}$

$= \frac{X\times100}{(100+2\times5)}$

$= \frac{X\times100}{110} \quad = \frac{10X}{11}$ --------------- (3)

∴ प्रश्नानुसार $= (\frac{11x}{10} + x + \frac{10x}{11}) = 132400$

$= (\frac{121x+110X+100X}{110}) = 132400$

$= (\frac{331x}{110}) = 132400$

$= 331X = 132400 \times 110$

∴ X = 44000 RS

ie 21 वर्ष की अवस्था मे प्रत्येक को = 44000 Rs मिलेगा। ANS

∴23 वर्ष की उम्र वाले मिश्रधन $= \frac{11x}{10} = \frac{11\times44000}{10}$ = 48400 Rs ANS

∵ 21 वर्ष की उम्र वाले को मूलधन = 44000 रू ही मिलेगा। ANS

∴19 वर्ष की उम्र वाले को मूलधन $= \frac{10X}{11} = \frac{10\times44000}{11}$ = 40000 Rs ANS

(20) कोई धन साधारण ब्याज की दर से 3वर्ष मे 944रू तथा ब्याज की दर 25% बढा दिया जाए तो उतनी ही समय मे 980 रू हो जाता है तो ब्याज की दर ज्ञात करे।

यदि ब्याज की दर 25% बढा दिया जाता है तब ब्याज (980−944) = 36 Rs

∵ 25% दर बढाने पर ब्याज 36 रू मिलता है।

∴ 1 ,, ,, $\frac{36}{25}$,,

∴ 100 ,, ,, $\frac{36}{25} \times 100$,, = 144

अर्थात 3 वर्ष का ब्याज 144 रू प्राप्त हुआ।

∴ मूलधन = मिश्रधन – ब्याज

= 944 - 144

= 800 Rs

दर (%) = $\frac{si \times 100}{P \times T}$

= $\frac{144 \times 100}{800 \times 3}$

= 6 % ANS

(21) एक व्यक्ति घर निर्माण के लिए 100000 कर्ज लेता है। वह 5% की दर से साधारण ब्याज देता है।और 1250 रू प्रति माह का किराया प्राप्त करता है। तो उस किराए से कितने वर्षो मे कर्ज अदा करेगा?

माना कि n वर्षो मे कर्ज अदा करेगा।

∴ n वर्षो कर्ज का ब्याज = $\frac{p \times T \times R}{100}$ = $\frac{100000 \times n \times 5}{100}$ = 5000n

ie मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

ie मिश्रधन = 100000+ 5000n ------------------- (1)

∴ n वर्षो तक का किराया = $(1250 \times 12 \times n)$

= 15000n ------------- (2)

∴प्रश्नानुसार समीकरण (1) और (2) से दोनो बराबर होगा।

∴ n वर्षो का मिश्रधन = n वर्षो तक का किराया।

ie = 100000+ 5000n = $(1250 \times 12 \times n)$

ie = 100000+ 5000n = $15000n$

ie = $15000n$ = 100000 + 5000n

ie = $15000n$ – 100000 – 5000n = 0

ie $= 10000n - 100000 = 0$

ie $= 10000n = 100000$

$\therefore$ n $= \frac{100000}{10000} = 10$ years ANS

(22) एक निश्चित राशी चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्षो मे दुगनी हो जाती हैं। 9 वर्षो मे यह राशी मूल राशी की k गुणा हो जाएगी तो k का मान ज्ञात करें।

माना कि मूलधन = x रूपया , दर = R % :

$\therefore$ प्रश्नानुासार मिश्रधन $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

ie $2x = x\left(1+\frac{R}{100}\right)^3$

ie $2 = 1\left(\frac{100+R}{100}\right)^3$

ie $= \frac{100+R}{100} = \sqrt[3]{2}$ ---------------------------- (1)

$\therefore$ प्रश्नानुासार दुसरी शर्त के अनुसार मिश्रधन $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

ie $X\,K = X\left(1+\frac{R}{100}\right)^9$

ie $K = 1\left(\frac{100+R}{100}\right)^9$

ie $K = 1(\sqrt[3]{2})^9$ ($\frac{100+R}{100}$) का मान रखने पर $\sqrt[3]{2}$ प्राप्त हुआ।

ie $k = 2^{\frac{9}{3}} = 2^3 = 8$ ANS

(23) महेश अपने धन का 10% एक विद्यालय को दान मे देता है। और जो धन बचता है उसको 3% वार्षिक साधारण ब्याज की दर से रामेश को कर्ज देता है तो उसे साल मे 540 रूपये सूद मिलता है तो महेश का धन बताए।

माना कि महेश का धन = x रूपये

$\therefore$ विद्यालय मे 10% दान मे दिया अर्थात $\frac{x\times 10}{100} = \frac{x}{10}$ Rs

$\therefore$ शेष धन $= x - \frac{x}{10} = \frac{9x}{10}$ Rs

∴ प्रश्नानुसार मूलधन $= \frac{intrest \times 100}{Time \times Rate}$

$\frac{9x}{10} = \frac{540 \times 100}{1 \times 3}$

ie $27x = 450 \times 100 \times 10$

∴ $x = \frac{540 \times 100 \times 10}{27} = 20000$ Rs Ans

(24) कोई धन साधारण ब्याज की दर से 20 वर्षो मे दो गुना हो जाता है वह धन कितने वर्षो मे तीन गुना होगा ?

माना कि मूलघन = x ∴ मिश्रधन = 2x

∴ ब्याज = 2x – x = x

∴ Rate $= \frac{interest \times 100}{pricipale \times time} = \frac{x \times 100}{x \times 20} = 5\%$

माना कि मूलघन T वर्षो मे 3 गुणा हो जाएगा ∴ नया मिश्रधन = 3x

∴ ब्याज = 3x – x = 2x

∴ Time $= \frac{interest \times 100}{pricipale \times Rate} = \frac{2x \times 100}{x \times 5} = 40$ years Ans

(25) कोई धन साधारण ब्याज की दर से 20 वर्षो मे 3 गुना हो जाता है वह धन कितने वर्षो मे 4 गुना होगा ?

माना कि मूलघन = x ∴ मिश्रधन = 3x

∴ ब्याज = 3x – x = 2x

∴ Rate $= \frac{interest \times 100}{pricipale \times time} = \frac{2x \times 100}{x \times 20} = 10\%$

माना कि मूलघन T वर्षो मे 4 गुणा हो जाएगा ∴ नया मिश्रधन = 4x

∴ ब्याज = 4x – x = 3x

∴ Time $= \frac{interest \times 100}{pricipale \times Rate} = \frac{3x \times 100}{x \times 10} = 30$ years Ans

(26) कोई धन साधारण ब्याज की दर से 20 वर्षो मे 2.5 गुना हो जाता है वह धन कितने वर्षो मे 4 गुना होगा ?

माना कि मूलघन = x   ∴ मिश्रधन = 2.5x

∴ ब्याज = 2.5x – x = 1.5x

∴ Rate = $\frac{interest\times100}{pricipale\times time}$ = $\frac{1.5x\times100}{x\times20}$ = 7.5%

माना कि मूलघन T वर्षो मे 4 गुणा हो जाएगा ∴ नया मिश्रधन = 4x

∴ ब्याज = 4x – x = 3x

∴ Time = $\frac{interest\times100}{pricipale\times Rate}$ = $\frac{3x\times100}{x\times7.5}$ = 40 years Ans

(27) कोई धन 4% साधारण ब्याज की दर से 15 महीने मे जो सूद होता है उससे 125 रूपया कम उसी धन का सूद 5% सालाना की दर से 9 महीने मे होता है तो मूलधन ज्ञात करें।

माना कि मूलघन = x   ∴ समय 15 महीना = $\frac{15}{12}$ years

∴ ब्याज = $\frac{principale\times Time\times Rate}{100}$ = $\frac{x\times\frac{15}{12}\times4}{100}$ = $\frac{x}{20}$ ------------------- (1)

उसी मूलधन पर 9 महीने का ब्याज पहले वाले ब्याज से125कम मिलेगा।

नया ब्याज = $\frac{principale\times Time\times Rate}{100}$ = $\frac{x\times\frac{9}{12}\times5}{100}$ = $\frac{45x}{1200}$ = $\frac{3x}{80}$ --------(2)

∴ प्रश्नानुसार समीकरण(1) और (2) से $\frac{x}{20}-\frac{3x}{80}$ = 125

ie $\frac{4x-3x}{80}$ = 125

ie $\frac{x}{80}$ = 125

∴ x = 125× 80 = 10000 Rs   Ans

(3.7) प्रतिशत (PERCENTAGE)

प्रतिशत या फीसदी या प्रतिसैकडा का अर्थ प्रति 100 पर होता है। प्रतिशत को हम एक भिन्न कह सकते है जिसका हर 100 होता है तथा जिसका अंश दी हुई प्रतिशत के बराबर होता है। प्रतिशत को लिखने के लिए (%) symbol का उपयोग किया जाता है। किसी प्रतिशत को भिन्न मे बदलने के लिए 100 से भाग दिया जाता है। जैसे

$5\,\% = \frac{5}{100}$, $10\,\% = \frac{10}{100}$, $20\,\% = \frac{20}{100}$, $30\,\% = \frac{30}{100}$

किसी भिन्न को प्रतिशत मे बदलने के लिए उस भिन्न को 100 से गुणा किया जाता है। जैसे

$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times 100 = 40\%$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 100 = 75\%$

$\frac{7}{10} = \frac{7}{10} \times 70 = 75\%$

भिन्न को प्रतिशत मे बदलने के लिए हमेशा 100 से गुणा किया जाता है।

(1) 500 का 12% कितना होगा?

ie $500 \times \frac{12}{100} = 60$

(2) 800 का 17% कितना होगा?

ie $800 \times \frac{17}{100} = 136$

(3) 100 का 1.7% कितना होगा?

ie $100 \times \frac{1.7}{100} = 17.5$

(4) कितना का 12% , 360 होगा?

माना कि X का 12% = 360 होगा।

ie $X \times \frac{12}{100} = 360$

ie $\frac{12x}{100} = 360$

ie 12x = 36000

∴ x = 3000 ANS

(5) कितना का 20% , 500 होगा?

माना कि X का 20% = 500 होगा।

ie $X \times \frac{20}{100} = 500$

ie $\frac{20x}{100} = 500$

ie 20x = 50000

∴ x = 2500 ANS

(6) 700 का कितना प्रतिशत , 200 होगा?

माना कि 700 का X % = 200 होगा।

ie $700 \times \frac{X}{100} = 200$

ie $\frac{700x}{100} = 200$

ie 7x = 200

∴ $x = \frac{200}{7} = 28\frac{4}{7}$ % ANS

(7) 1200 का कितना प्रतिशत , 400 होगा?

माना कि 1200 का X % = 400 होगा।

ie $1200 \times \frac{X}{100} = 400$

ie $\frac{1200x}{100} = 400$

ie 12x = 400

∴ $x = \frac{400}{12} = 33\frac{1}{3}$ % ANS

(8) 14000 का कितना प्रतिशत , 300 होगा?

माना कि 14000 का X % प्रतिशत होगा।

ie $14000 \times \frac{X}{100} = 300$

ie $\frac{14000x}{100} = 300$

ie 140x = 300

$\therefore$ x $= \frac{300}{140} = 2\frac{1}{7}$ % ANS

(9) किसी सिनेमा घर के टिकट की कीमत 60% कम कर दी जाती है तो टिकट बिक्री से प्राप्त राशी दुगुनी हो जाती है तो दर्शको की संख्या मे कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई ?

माना कि दर्शकों की संख्या = x

तथा टिकट का मूल्य = Y Rs / ticket

$\therefore$ सिनेना से प्राप्त आय = दर्शको की संख्या × प्रति टिकट मूल्य

= xy Rs

टिकट के मूल्य मे 60% कमी कर दी गई ie (100−60) = 40 %

ie टिकट का न्या मूल्य = $y \frac{40}{100} = \frac{2y}{5}$ Rs / ticket

इसके पश्चात टिकट से प्राप्त आय = 2xy Rs

$\therefore$ दर्शको की संख्या $= \frac{income}{cost\ of\ new\ ticket}$

$= \frac{2xy}{\frac{2y}{5}}$

$= \frac{2xy \times 5}{2y} = 5x$

$\therefore$ दर्शको की संख्या मे वृद्धि $= 5x - x = 4x$

$\therefore$ दर्शको की संख्या मे % वृद्धि $= \frac{4x}{x} \times 100$

= 400 % ANS

(9) TRICKY METHOD

∴ दर्शको की संख्या मे % वृद्धि

$= \frac{(\% \; INCREASING \; IN \; INCOME + \% \; DECREASING \; IN \; TICKET)100}{(100 - \% \; DECREASING \; IN \; TICKET)}$

$= \frac{(100+60)100}{(100-60)}$

$= \frac{(160)100}{40}$

$=$ 400 % ANS

(10) किसी सिनेमा घर के टिकट की कीमत 50% कम कर दी जाती है तो टिकट बिक्री से प्राप्त राशी 1.5 गुणा ie 50% बढ जाती है तो दर्शको की संख्या मे कितने प्रतिशत की वृद्धि हुई ?

माना कि दर्शकों की संख्या = x

तथा टिकट का मूल्य = Y Rs / ticket

∴ सिनेना से प्राप्त आय = दर्शको की संख्या × प्रति टिकट मूल्य

= xy Rs

टिकट के मूल्य मे 60% कमी कर दी गई ie (100−50) = 50 %

ie टिकट का न्या मूल्य $= y\frac{50}{100} = \frac{y}{2}$ Rs / ticket

इसके पश्चात टिकट से प्राप्त आय $= xy \times \frac{3}{2} = \frac{3XY}{2}$ Rs

∴ दर्शको की संख्या $= \frac{income}{cost \; of \; new \; ticket}$

$= \frac{\frac{3XY}{2}}{\frac{y}{2}} = \frac{3XY}{2} \times \frac{2}{Y} = 3x$

∴ दर्शको की संख्या मे वृद्धि $= 3x - x = 2x$

∴ दर्शको की संख्या मे % वृद्धि $= \frac{2x}{x} \times 100$

= 200 % ANS

(9) TRICKY METHOD

∴ दर्शको की संख्या मे % वृद्धि

$= \frac{(\% \, INCREASING \, IN \, INCOME + \% \, DECREASING \, IN \, TICKET)100}{(100 - \% \, DECREASING \, IN \, TICKET)}$

$= \frac{(50+50)100}{(100-50)}$

$= \frac{100 \times 100}{50}$

= 220 % ANS

(11) एक विद्वार्थी को किसी संख्या मे 5 गुणा करना था लेकिन भूल से उसने 9 से भाग दे दिया तो वह कितना प्रतिशत का भ ूल किया ?

माना संख्या x मे 5 गुणा करना था। अर्थात गुणनफल 5x होंना चाहिए था।

लेकिन x मे 9 से भाग दे दिया अर्थात प्राप्त भागफल $= \frac{x}{9}$ प्राप्त हुआ।

∴ error $= 5x - \frac{x}{9} = \frac{44x}{9}$

∴ % error $= \frac{44x \times 100}{9 \times 5x} = \frac{440}{45} = 97.7777\,\%$ ANS

(11) TRICKY METHOD

∴ किया गया % भूल

$= \frac{(a\,b-1)100}{(ab)}$ (a = 5 , b = 9 , 1 = constant)

$= \frac{(5 \times 9 - 1)100}{5 \times 9}$

$= \frac{44 \times 100}{45}$

$= \frac{4400}{45}$

= 97.777 % ANS

(12) किसी गॉव की जनसंख्या 2000 थी। यदि पुरूषो की संख्या मे 10% की वृद्धि तथा महिलाओ ंकी संख्या मे 6% की कमी हो गई तो जनसंख्या मे कोई परिवर्तन नही होता है तो पुरूषो तथा महिलाओ की संख्या ज्ञात करे।

माना कि पुरूषो की संख्या = x

तथा महिलाओ ंकी संख्या = y

∴ $x + y = 2000$ ------------------------------------ (1)

पुरूषो की संख्या मे 10 % की वृद्धि होने पर $= x \times \frac{110}{100} = \frac{11x}{10}$

महिलाओ की संख्या मे 6 % की कमी होने पर $= y \times \frac{94}{100} = \frac{94y}{100}$

∴ प्रश्नानुसार ⇨ $\frac{11x}{10} + \frac{94y}{100} = 2000$

$= \frac{110x+94y}{100} = 2000$

$= \frac{110x+94y}{100} = 2000$

$= 110x+94y = 200000$ -------------------- (2)

now from equation (1) we get

$x + y = 2000$

$\therefore x = 2000 - y$

ie $110x + 94y = 200000$

ie $110(2000 - y) + 94y = 200000$

ie $220000 - 110y + 94y = 200000$

ie $220000 - 16y = 200000$

ie $220000 - 16y - 20000 = 0$

ie $20000 - 16y = 0$

ie $16y = 20000$

$\therefore y = 1250$ ANS

$\therefore x = 2000 - y$

$= 2000 - 1250$

$= 750$ ANS

(12) TRICKY METHOD

∴ पुरूषो की संख्या

$= \frac{x \times b}{(a+b)}$ (a = 10% , b = 6% , x = 2000)

$= \frac{(2000 \times 60)}{10+6}$

$= \frac{12000}{16}$

$=$ 750 ANS

∴ महिलाओं की संख्या

$= \frac{x \times a}{(a+b)}$ (a = 10% , b = 6% , x = 2000)

$= \frac{(2000 \times 10)}{10+6}$

$= \frac{20000}{16}$

$=$ 1250 ANS

(13) किसी गॉव की जनसंख्या 12000 थी। यदि पुरूषो की संख्या मे 6% की वृद्धि तथा महिलाओ की संख्या मे 8% की वृद्धि हो गई तो जनसंख्या बढकर 12800 हो गई तो पुरूषो तथा महिलाओ की संख्या ज्ञात करे।

माना कि पुरूषो की संख्या = x

तथा महिलाओ की संख्या = y

∴ $x + y = 12000$ ------------------------------------ (1)

पुरूषो की संख्या मे 6 % की वृद्धि होने पर $= x \times \frac{106}{100} = \frac{106x}{100}$

महिलाओ की संख्या मे 8 % की वृद्धि होने पर $= y \times \frac{108}{100} = \frac{108y}{100}$

∴ प्रश्नानुसार $\frac{106x}{100} + \frac{108y}{100} = 12800$

$\frac{106x+108y}{100} = 12800$

106x+108y = 1280000 -------------------- (2)

Now from equation (1) & (2) we get

x + y = 12000 ∴ x = 12000 – y

⇨ 106x + 108y = 1280000

ie 106 (12000 – y) + 108y = 1280000

ie 1272000– 106y +108y = 1280000

ie 1272000 +2y = 1280000

ie 1272000 +2y – 1280000 = 0

ie 2y – 8000 = 0

ie 2y = 8000

∴ y = 4000 ANS

∴ x = 12000 – y

= 12000 – 4000

= 8000 ANS

(14) एक छात्र किसी परीक्षा मे 22% अंक प्राप्त करता है और 12 अंको से फेल हो गया। दुसरे छात्र उसी परीक्षा मे 33% अंक प्राप्त करते हुए न्यूनतम उर्तीर्णाक से 10 अंक अधिक प्राप्त किया तो पूर्णाक ज्ञात करे।

माना कि परीक्षा का पूर्णांक = x

फेल होने वाले को = $\frac{x \times 22}{100}$ अंक प्राप्त हुए यदि उसे 12 अंक और मिलता तो वह परीक्षा पास कर जाता अर्थात

Passing marks = $\frac{x \times 22}{100}$ +12 ------------------------------------ (1)

पास होने वाले को $= \frac{x \times 33}{100}$ अंक प्राप्त हुए यदि उसे 10 अंक और न मिलता तो भी वह परीक्षा पास कर जाता अर्थात

Passing marks $= \frac{x \times 33}{100} - 10$ ---------------------------------- (2)

Now from equation (1) & (2) we get

$\frac{x \times 22}{100} + 12 = \frac{x \times 33}{100} - 10$

ie $\frac{x \times 33}{100} - 10 = \frac{x \times 22}{100} + 12$

ie $\frac{x \times 33}{100} - 10 - \frac{x \times 22}{100} - 12 = 0$

ie $\frac{x \times 11}{100} - 22 = 0$

ie $\frac{x \times 11}{100} = 22$

ie $11x = 2200$ ∴ x = 200 ANS

(14) TRICKY METHOD

∴ परीक्षा का पूर्णांक

$Z = \frac{(a+b)100}{(y\%-x\%)}$ (a = 12 , b = 10, x = 22% , y = 33%)

$= \frac{(12+10)100}{33-22}$

$= \frac{2200}{11} = 200$ ANS

∴ passing marks = (z का 22%) +12

= (200 का 22%) +12

$= (200 \times \frac{22}{100}) + 12$

= 44 +12

= 56

(15) यदि Aकी आय B की आय से 25% कम है तो B की आय A की आय से कितना प्रतिशत अधिक है?

$ie \quad \frac{(\%\,less \times 100)}{100-\%\,less}$

$ie = \frac{(25 \times 100)}{100-25}$

$ie = \frac{(25\,00)}{75} = 33\frac{1}{3}\%$ ANS

(16) यदि Aकी आय B की आय से 30% अधिक है तो B की आय A की आय से कितना प्रतिशत कम है?

$ie \quad \frac{(\%\,excess \times 100)}{(100+excess\%)}$

$ie = \frac{(30 \times 100)}{100+30}$

$ie = \frac{3000}{130} = 23\frac{1}{13}\%$ ANS

(17) चीनी के मूल्य मे 25% की वृद्धि हो जाने पर कोई उपभोक्ता चीनी का उपभोग को कितना प्रतिशत की कमी करे के उसका घरेलू खर्च न बढे ?

$ie \quad \frac{(\%\,excess\;\; Rate \times 100)}{(100+\%\,excess\; Rate\,)}$

$ie = \frac{(25 \times 100)}{100+25}$

$ie = \frac{(2500)}{125}$

ie 20% ANS

(18) कोई व्यापारी किसी वस्तु का मूल्य कितना प्रतिशत बढा कर अंकित करे कि X % छुट देने पर भी उसे Y % का लाभ हो?

अंकित मूल्य = $\frac{(X+Y)100}{(100-X\,)}$

(19) कोई व्यापारी किसी वस्तु का मूल्य कितना प्रतिशत बढा कर अंकित करे कि 15 % छुट देने पर भी उसे 10 % का लाभ हो?

अंकित मूल्य = $\frac{(X+Y)100}{(100-X\,)}$

$ie \ = \ \frac{(15+10)100}{(100-15\ )}$

$ie \ = \ \frac{25\times100}{85}$

ie 29.41% ANS

(20) कोई व्यापारी किसी वस्तु का मूल्य कितना प्रतिशत बढा कर अंकित करे कि 25 % छुट देने पर भी उसे 20 % का लाभ हो?

अंकित मूल्य $= \frac{(X+Y)100}{(100-X\ )}$

$ie \ = \frac{(25+20)100}{(100-25\ )}$

$ie \ = \frac{45\times100}{75}$

ie 60% ANS

(21) यदि किसी संख्या को पहले 10% बढा दिया जाए तथा फिर 10% घटा दिया जाए तो संख्या मे कितने प्रतिशत की कमी होगी?

प्रतिशत कमी $= \frac{X^2}{100} = \frac{10^2}{100} = \frac{100}{100} = 1\%$ ANS

(22) यदि किसी संख्या को पहले 10% घटा दिया जाए तथा फिर 10% बढा दिया जाए तो संख्या मे कितने प्रतिशत की कमी होगी?

प्रतिशत कमी $= \frac{X^2}{100} = \frac{10^2}{100} = \frac{100}{100} = 1\%$ ANS

(23) यदि किसी संख्या को पहले 10% बढा दिया जाए तथा फिर 20% घटा दिया जाए तो संख्या मे कितने प्रतिशत की कमी होगी?

प्रतिशत कमी $= x - y - \frac{xy}{100}$

$= 10 - 20 - \frac{10\times20}{100}$

$= 10 - 20 - 2$

$= 10 - 22$

$= -22\%$ ANS

(24) यदि Y का 90% X है तो X का कितना प्रतिशत Y है ?

ie y का 90% = x

ie $y \times \frac{90}{100} = x$

ie 90y = 100 x

ie $y = \frac{100x}{90}$

ie $y = \frac{10x}{9}$ ---------------------- (1)

माना कि x का K% = y है।

ie $X \times \frac{K}{100} = Y$

ie $\frac{X\,K}{100} = Y$

ie $\frac{X\,K}{100} = \frac{10X}{9}$ ------------- (1) y का मान रखने पर

ie $\frac{X\,K}{100} = \frac{10X}{9}$

ie 9K = 1000

∴ $K = \frac{1000}{9} = 111\frac{1}{9}\%$ ANS

(25) यदि Y का 60% X है तो X का कितना प्रतिशत Y है ?

ie y का 60% = x

ie $y \times \frac{60}{100} = x$

ie 60y = 100 x

ie $y = \frac{100x}{60}$

ie $y = \frac{10x}{6}$ ---------------------- (1)

माना कि x का K% = y है।

ie $X \times \frac{K}{100} = Y$

ie $\frac{X K}{100} = Y$

ie $\frac{X K}{100} = \frac{10X}{9}$ --------- (1) y का मान रखने पर

ie $\frac{X K}{100} = \frac{10X}{6}$

ie 6K = 1000

∴ $K = \frac{1000}{6} = 166\frac{2}{3}$ % ANS

(26) किसी व्यक्ति की मासिक आय 5000 रू है। यदि चह अपनी बचत का 20% बढाना चाहे तो उसे खर्च को 10% कम करना पडता है। तो उसके खर्च और बचत का अनुपात क्या होगा?

माना कि खर्च = X रूपये तथ बचत = Y रूपये

∴ X+Y = 5000 --------------------- (1)

अर्थात बचत = आय – खर्च

Y = 5000 -X ∴ प्रश्नानुसार

ie Y का 120% = 5000– (X का 90 %)

ie $Y \times \frac{120}{100} = 5000 - \frac{90X}{100}$

ie $\frac{6Y}{5} = \frac{50000-9X}{10}$

ie $\frac{6Y}{1} = \frac{50000-9X}{2}$

ie 12Y = 50000– 9 X

ie 12(5000–X) = 50000– 9 X

ie 60000–12X = 50000– 9 X

ie 60000–12X – 50000+9 X = 0

ie 10000–3 X = 0

ie 3x = 10000

∴ $X = \frac{10000}{3}$ ------------- (2)

$\therefore$ Y = 5000–X

$= 5000 - \frac{10000}{3}$

$= \frac{15000-10000}{3}$

$= \frac{5000}{3}$ ----------- (3)

$\therefore \frac{X}{Y} = \frac{\frac{10000}{3}}{\frac{5000}{3}} = \frac{10000\times3}{5000\times3} = \frac{2}{1}$

ie X : Y = 2:1 ANS

(27) किसी व्यक्ति की मासिक आय 6000 रू है। यदि चह अपनी बचत का 10% बढाना चाहे तो उसे खर्च को 6% कम करना पडता है। तो उसके खर्च और बचत का अनुपात क्या होगा?

माना कि खर्च = X रूपये तथ बचत = Y रूपये

$\therefore$ X+Y = 6000 -------------------- (1)

अर्थात बचत = आय – खर्च

Y = 6000 – X

$\therefore$ प्रश्नानुसार

ie Y का 110%

ie $Y \times \frac{110}{100} = \frac{11y}{10}$ ------------------ (2)

$\therefore$ प्रश्नानुसार

ie x का (100–6)%

ie $x \times \frac{94}{100} = \frac{94x}{100}$ ------------------ (3)

ie $\frac{94x}{100} + \frac{11y}{10} = 6000$

ie $\frac{94x+110y}{100} = 6000$

ie 94x+110y = 600000 ----------------------------- (4)

ie 94x+{110(6000 – x)} = 600000

ie $94x+\{660000-110x\} = 600000$

ie $660000 - 16x = 600000$

ie $660000 - 16x - 600000 = 0$

ie $60000 - 16x = 0$

ie $16x = 60000$

∴ $X = 3750$

∴ $Y = 6000-X$

$= 6000-3750$

$= 2250$

∴ $\frac{X}{Y} = \frac{3750}{2250} = 3$

ie X : Y = 5:3 ANS

(28) दुध की कीमत मे 20% की वृद्धि होती है।तो एक आदमी अपने दुध के खर्च मे केवल 10% ही बढा सकता है। उस आदमी को दुध की खपत मे कितने प्रतिशत की कमी करना होगा?

माना कि दुध का प्रारंभिक कीमत = X Rs / लीटर

तथा खरीदी जाने वाली दुध की प्रारंभिक मात्रा = Y लीटर

∴ दुध पर किया गया खर्च $= X \times Y = XY$ रूपये

∴ दुध का मूल्य मे 20% की वृद्धि होने पर न्या मूल्य $= x \times \frac{120}{100} = \frac{6x}{5}$ Rs / L

वह आदमी अपने खर्च को 10% ही बढा सकता है। अतः उस आदमी की क्रय क्षमता $= \frac{XY \times 110}{100} = \frac{11XY}{10}$ Rs

∴ वह आदमी $\frac{11XY}{10}$ Rs मे कुल खरीदी जाने वाली दुध की मात्रा

$= \frac{amount}{new\ of\ price\ milk}$

$= \frac{\frac{11xy}{10}}{\frac{6x}{5}} = \frac{11xy \times 5}{10 \times 6x} = \frac{55y}{60} = \frac{11y}{12}$ लीटर

अर्थात वह आदमी y लीटर के स्थान पर $\frac{11y}{12}$ लीटर ही खरीद सकता है। अर्थात पहले की अपेक्षा $y - \frac{11y}{12} = \frac{y}{12}$ लीटर कम खरीदेगा।

∴ दूध की मात्रा मे प्रतिशत कमी $= \frac{Y}{12Y} \times 100 = \frac{100}{12} = 8\frac{1}{3}\%$ ANS

(28) TRICKY METHOD

प्रतिशत कमी $= \frac{(X-Y)100}{(100+X)}$

$= \frac{(20-10)100}{(100+20)}$

$= \frac{10 \times 100}{120}$

$= 8\frac{1}{3}\%$ ANS

(29) दुध की कीमत मे 15% की वृद्धि होती है।तो एक आदमी अपने दुध के खर्च मे केवल 6% ही बढा सकता है। उस आदमी को दुध की खपत मे कितने प्रतिशत की कमी करना होगा?

माना कि दुध का प्रारंभिक कीमत = X Rs / लीटर

तथा खरीदी जाने वाली दुध की प्रारंभिक मात्रा = Y लीटर

∴ दुध पर किया गया खर्च $= X \times Y = XY$ रूपये

∴ दुध का मूल्य मे 15% की वृद्धि होने पर न्या मूल्य $= x \times \frac{115}{100} = \frac{23x}{20}$ Rs / L

वह आदमी अपने खर्च को 6% ही बढा सकता है। अत: उस आदमी की क्रय क्षमता $= \frac{XY \times 106}{100} = \frac{53XY}{50}$ Rs

∴ वह आदमी $\frac{53XY}{50}$ Rs मे कुल खरीदी जाने वाली दुध की मात्रा

$= \frac{amount}{New\ price\ of\ milk}$

$= \frac{\frac{53xy}{50}}{\frac{23x}{20}} = \frac{53xy \times 20}{50 \times 23x} = \frac{106y}{115} = \frac{106y}{115}$ लीटर

अर्थात वह आदमी y लीटर के स्थान पर $\frac{106y}{115}$ लीटर ही खरीद सकता है। अर्थात पहले की अपेक्षा $y - \frac{106y}{115} = \frac{9y}{115}$ लीटर कम खरीदेगा।

∴ दूध की मात्रा मे प्रतिशत कमी $= \frac{9Y}{115Y} \times 100 = \frac{900}{115} = 7.826\ \%$ ANS

(29) TRICKY METHOD

प्रतिशत कमी $= \frac{(X-Y)100}{(100+X)}$

$= \frac{(15-6)100}{(100+15)}$

$= \frac{9\times100}{115}$

$= \frac{180}{23}$

$= 7\frac{19}{23}\ \%$ ANS

(30) यदि चीनी की कीमत मे 20% की कमी होती है। तो उसी बजट मे एक उपभोक्ता कितना प्रतिशत अधिक चीनी खरीद सकता हैं?

माना कि चीनी का प्रारंभिक कीमत = X Rs / kg

तथा खरीदी जाने वाली चीनी की प्रारंभिक मात्रा = Y किलोग्राम

∴ चीनी पर किया गया खर्च $= X \times Y = XY$ रूपये

∴ चीनी के मूल्य मे 20% की कमी होने पर न्या मूल्य $= x \times \frac{80}{100} = \frac{4x}{5}$ Rs / kg

माना कि पहले की अपेक्षा Z kg अधिक खरीदने पर खर्च यथावत रहेगा।

∴ प्रश्नानुसार $\{\frac{4X}{5} \times (y+z)\} = xy$ Rs

$= \{\frac{4XY+4XZ)}{5}\} = xy$

$= x\{\frac{4Y+4Z)}{5}\} = xy$

$= \{\frac{4Y+4Z}{5}\} = y$

ie $5y = 4y+4z$

ie $5y - 4y-4z = 0$

ie $y -4z = 0$

ie $4z = y$

$\therefore z = \frac{y}{4}$ kg अधिक चीनी खरीदने पर प्रतिशत मे निम्नलिखित होगा।

ie $\frac{y}{4y} \times 100$

ie $\frac{100}{4} = 25\ \%$ ANS

(30) TRICKY METHOD

चीनी की अधिकतम खदीद =

ie $\frac{(\%\ less\ price \times 100)}{100-\%\ less\ price}$

ie $= \frac{(20 \times 100)}{100-20}$

ie $= \frac{(20\ 00)}{80} = 25\ \%$ ANS

(31) A , B ,तथा C की आय 33300 रू है। यदि वे अपनी आय का क्रमशः 80%, 85% तथा 75% खर्च करते हैं। और उनकी बचत का अनुपात क्रमशः 7:6:9 है तो प्रत्येक की आय ज्ञात करे।

$\because$ A की बचत = आय—.खर्च = (100% - 80%) = 20%

$\because$ B की बचत = आय—.खर्च = (100% - 85%) = 15%

$\because$ C की बचत = आय—.खर्च = (100% - 75%) = 25%

माना की उनकी बचत क्रमशः 7x : 6x : 9x रू हैं।

अर्थात प्रश्नानुसार A का 20% = 7x

ie $A \times \frac{20}{100} = 7X$

ie $\frac{A}{5} = 7X$

∴ A = 35X ---------------------- (1)

अर्थात प्रश्नानुसार B का 15% = 6x

ie $B \times \frac{15}{100} = 6X$

ie $\frac{3B}{20} = 6X$

∴ 3B = 120X

∴ B = 40X -------------------- (2)

अर्थात प्रश्नानुसार C का 25% = 9x

ie $C \times \frac{25}{100} = 9X$

ie $\frac{C}{4} = 9X$

∴ C = 36X ---------------------- (3)

∴ प्रश्नानुसार तीनो की आय (A +B+C) = 33300

ie 35x+40x+36x = 33300

ie 111x = 33300

∴ x = 300

∴ A की आय = 35x = 35× 300 = 10500 Rs ANS

∴ B की आय = 40x = 40× 300 = 12000 Rs ANS

∴ C की आय = 36x = 36× 300 = 10800 Rs ANS

(32) किसी चुनाव मे तीन प्रत्याशी थे। कुल मतो का 16% मत नही डाला गया। तथा 9000 मत अवैध पाया गया तथा शेष मतो का 62% जितने वाले वाले को तथा 14% उस उम्मीदवार का मिला जो तीसरे स्थान पर था। यदि दुसरे स्थान पर रहने वाले उम्मीदवार को कुल 18000 मत प्राप्त हुआ तो कुल मतो की संख्या ज्ञात करें।

माना कि मतदाताओ की कुल संख्या = x

16% मतदाता मतदान नही किया।

∴ मतदान करने वालो का प्रतिशत = (100 −16) = 84 %

∴ मतदान करने वालो की संख्या = $\frac{84x}{100}$

∵ 9000 मत अवैध घोषित किया गया ।

∴ वैध मतो की संख्या = $\frac{84x}{100} - 9000 = \frac{84x-900000}{100}$ ------------ (1)

जीतने वाले को 62% तथा तीसरे स्थान पर रहने वाले को 14% अर्थात दोनो के मतो को जोडने पर 76% प्राप्त हुआ।

अर्थात दोनो को कुल प्राप्त मत = $(\frac{84x-900000}{100}) \times \frac{76}{100}$ --------- (2)

∴ दुसरे स्थान पर रहने वाले को

$= \{\frac{84x-900000}{100} - (\frac{84x-900000}{100}) \times \frac{76}{100}\} = 18000$

$= \{\frac{84x-900000}{100} \times (1 - \frac{76}{100}\} = 18000$

$= \{\frac{84x-900000}{100} \times \frac{24}{100}\} = 18000$

$= \{\frac{84x-900000}{100} \times \frac{1}{100}\} = 750$

$= 84x - 900000 = 750 \times 100 \times 100$

$= 84x - 900000 = 7500000$

$= 84x - 900000 - 7500000 = 0$

$= 84x - 8400000 = 0$

ie $84x = 8400000$

∴ x = 100000 ANS

(33) किसी विद्यालय के सेक्शन A मे 75% पास हुए तथा B सेक्शन मे 82% पास हुए तथा दोनो सेक्शनो मे 15 % फेल हो गए। यदि पास होने वाले विद्यार्थियों की संख्या 1620 है तो कुल विद्यार्थियो की संख्या ज्ञात करे तथा A सेक्शन मे फेल होने वाले की संख्या भी ज्ञात करे।

∵ A- Section मे पास होने वाले = 75%

∵ B - Section मे पास होने वाले = 82%

∴ दोनो सेक्शनो मे पास होने वाले = (100−15) = 85 %

ie n (A∪ B) = $n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

= 75+82 −85

= 157 −85

= 72 % Pass in both section

माना कि विद्यालय मे विद्यार्थियो की संख्या = x

∴ प्रश्नानुसार x का 72% = 1620

ie $\frac{72x}{100}$ = 1620

ie 72x = 1620× 100

ie 72x = 162000

∴ x = $\frac{162000}{72}$ = 2250 ANS

∵ A - Section मे Pass होने वाले = 75%

∴ A - Section मे Fail होने वाले = (100−75) = 25 %

∴ केवल A - Section मे Fail होने वाले = n(A) -n(A∩ B)

= 25 −15

= 10%

∴ केवल A - Section मे Fail होने वाले = x का 10%

= $\frac{10x}{100}$

= $\frac{10\times2250}{100}$

= 225 ANS

(3.8) अनुपात और समानुपात (RATIO & PROPORTION)

(1) अनुपात (RATIO) : -एक ही जाति के दो राशियो मे एक राशि दुसरी राशि का कितना गुणा या कौन सा भिन्न है। यह जिस भिन्न संख्या द्वारा प्रकट किया जाए वह संख्या पहली और दुसरी राशि का अनुपात कहलाती है।

10 मीटर और 20 मीटर यहां दोनो राशियां दुरी की मात्रक हैं। इसलिए इनका अनुपात $\frac{10}{20}$ ie 10: 20 = 1: 2 होगा।

100 रू और 500 रू यहां दोनो राशियां मुद्रा की मात्रक हैं। इसलिए इनका अनुपात $\frac{100}{500}$ ie 100: 500 = 1: 5 होगा।

दो सजातीय राशियो को यदि a और b मान लिया जाए तो इनका अनुपात a:b या $\frac{a}{b}$ लिखकर व्यक्त किया जाएगा।अर्थात a:bया $\frac{a}{b}$ का अर्थ एक ही है।

(2) संयुक्त अनुपात (COMPOUND RATIO) ; जब एक से अधिक अनुपातों के पूर्वपदों के गुणनफल को नया पूर्वपद मानकर और उतर पदो के गुणनफल को नया उतर पद मानकर जो निष्पति बनती है। उनके अनुपातो के गुणनफल को संयुक्त अनुपात कहते है। जैसे

$a : b,\ m : n,\ p : q = \frac{a}{b} \times \frac{m}{n} \times \frac{p}{q} = \frac{amp}{bnq}$ होगा।

$2 : 3,\ 5 : 6,\ 8 : 9 = \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{8}{9} = \frac{80}{162} = \frac{40}{81}$ होगा। ANS

(3) समानुपात (PROPORTION) ; जब पहले दो राशियो का अनुपात दुसरे दो राशियो के अनुपात के बराबर हो तो वे चारो राशियां समानुपाती कहलाती है। जैसे a : b = c : d हो तो a, b, c, d चारो राशियां को समानुपाती कहेंगे। इसे a: b = c : d को (a : b) : : (c : d) भी लिखा जाता है। इसमे चार पद है।

a को पहला पद कहते है। b को दुसरा पद कहते है।

c को तिसरा पद कहते है। d को चौथा पद कहते है।

a और d अर्थात पहले और चौथे पद को बाहय पद (Extremes) कहते है।

b और c अर्थात दुसरे और तीसरे पद को मध्य पद (Means) कहते है।

(4) वितत या सतत समानुपात (CONTINUED PROPORTION) ; जब बहुत सी राशियां इस प्रकार सम्बन्ध रखती है कि पहली और दुसरी का अनुपात बराबर दुसरी और तीसरी के अनुपात के बराबर ,तीसरी और चौथी के अनुपात को सतत या निरंतर अनुपात कही जाती है। जैसे

यदि $a : b = b : c = c : d$ हो तो ये राशियां सतत समानुपाती कहलाती है। चार राशियां समानुपाती है तो यह आवश्यक नही है कि सब राशियां एक ही जाति की हो। पहली दो राशियां सजातीय होनी चाहिए। इसी तरह दुसरी दोनो सजातीय होनी चाहिए।

किसी अनुपात के दोनो राशियो को एक ही संख्या से गुणा या भाग किया जाए तो उसके मान मे कोई परिवर्तन नही होता है। चार राशियां यदि समानुपाती हो तो उनके बाहय पदो का गुणनफल मध्य पदो के गुणनफल के बराबर होता है। अर्थात

पहली राशि × चौथी राशि = दुसरी राशि × तीसरी राशि

ie $$a \times d = b \times c$$

$\therefore \quad a = \frac{b \times c}{d}$

$\therefore \quad b = \frac{a \times d}{c}$

$\therefore \quad c = \frac{a \times d}{b}$

$\therefore \quad d = \frac{b \times c}{a}$

जब राशियां सतत समानुपात मे रहती है तब

मध्य राशि का वर्ग = पहली राशि × तीसरी राशि

$\therefore \quad a = \frac{b \times d}{c}$

$\therefore \quad c = \frac{b \times d}{a}$

(5) विलोम या प्रतिलोम समानुपात (INVERSE PROPORTION) ; जब एक राशि बढती है तो दुसरी राशि घटती है। जैसे यदि किसी काम को पूरा करने के लिए श्रमिको की संख्या बढाई जाती है तो कार्य का समय घटता हैं। **अर्थात $\frac{x}{y}$ का विलोम या प्रतिलोम समानुपात $= \frac{y}{x}$ होगा।**

अर्थात $\frac{5}{7}$ **का विलोम या प्रतिलोम समानुपात** = $\frac{7}{5}$ **होगा।** ANS

(6) द्विघातीय अनुपात (QUADRATIC PROPORTION) ; जब दो राशिया x : y के अनुपात मे हो तो उनका द्विघातीय अनुपात = $\frac{x^2}{y^2}$ होगा।

अर्थात 2 : 5 का द्विघातीय अनुपात = $\frac{x^2}{y^2} = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$ होगा। ANS

(7) त्रिघातीय अनुपात (QUADRATIC PROPORTION) ; जब दो राशिया x : y के अनुपात मे हो तो उनका त्रिघातीय अनुपात = $\frac{x^3}{y^3}$ होगा।

अर्थात 2 : 5 का त्रिघातीय अनुपात = $\frac{x^3}{y^3} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$ होगा। ANS

(1) 3 , 5 और 9 की चौथी समानुपाती ज्ञात करे।

माना कि चौथी समानुपाती = x

ie 3 : 5 :: 9 : x

ie $\frac{3}{5} = \frac{9}{x}$

ie 3x = 45

∴ x = 15 ANS

(2) 8 और 18 के मध्य समानुपाती ज्ञात करे।

माना कि मध्य समानुपाती = x

ie 8 : x :: x : 18

ie $\frac{8}{x} = \frac{x}{18}$

ie $x^2 = 144$

∴ x = $\sqrt{144}$ = 12 ANS

(3) 12 और 18 का तीसरा समानुपाती ज्ञात करे।

माना कि तीसरा समानुपाती = x

ie 12 : 18 :: x सतत समानुपाती होगा।

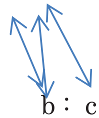
ie $\frac{12}{18} = \frac{18}{x}$

ie 12 x = 324

$\therefore$ x = $\frac{324}{12}$ = 27 ANS

(4) यदि a: b = 3 : 4 तथा b : c = 2 : 3 है तो a : b : c ज्ञात करें।

ie a : b = 3 : 4



b : c = 2 : 3

a : b: c = (ab : bb ; bc)

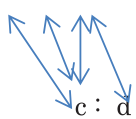
= {(3× 2) : (2 × 4): (4 × 3) }

= { 6 : 8: 12 }

ie = 3 : 4 ; 6 ANS

(5) यदि a: b : c = 1: 2 : 3 तथा c : d = 4 : 5 है तो a : b : c : d ज्ञात करें।

ie a : b : c = 1: 2 : 3



c : d = 4 : 5

a : b: c : d = (ac : bc : cc : cd)

= {(1× 4) : (2 × 4): (3 × 4): (3 × 5) }

= { 4 : 8: 12 : 15 } ANS

(6) x और y के मध्य समानुपाती ज्ञात करे।

$\therefore$ मध्य समानुपाती = $\sqrt{x\,y}$

(7) 12 और 36 के मध्य समानुपाती ज्ञात करे।

$\therefore$ मध्य समानुपाती = $\sqrt{12 \times 36}$ = $\sqrt{432}$ ANS

(8) 384 आमो को A , B तथा C मे इस प्रकार बांटे कि यदि Aको 8 आम मिले तो B को 5 आम। यदि B को 6 आम मिले तो C को 10 आम।

प्रश्नानुार A : B = 8 : 5 First condition

B : C = 6 : 10 Second condition

ie A : B = 8 : 5

B : C = 6 : 10

∴ A: B: C = (AB ; BB: BC) = 48:30:50

∴ अनुपातो का योगफल = 48+30+50 = 128

∴ A का हिस्सा = $\frac{48}{128} \times 384 = 144$ आम

∴ B का हिस्सा = $\frac{30}{128} \times 384 = 90$ आम

∴ C का हिस्सा = $\frac{50}{128} \times 384 = 150$ आम ANS

(9) 1300 रू को A , B तथा C मे इस प्रकार बांटे कि यदि A के हिस्से का $\frac{1}{2}$ भाग B के हिस्से का $\frac{2}{3}$ भाग बराबर हो। तथा B के हिस्से का $\frac{1}{4}$ भाग C के हिस्से का $\frac{2}{3}$ भाग बराबर हो।

प्रश्नानुार $\frac{A}{2} = \frac{2B}{3}$ First condition

ie 3A = 4B

ie A ; B = 4 : 3 -------------------- (1)

ie $\frac{2B}{3} = \frac{C}{4}$ Second condition

ie 8B = 3C

ie B ; C = 8 : 3 -------------------- (2)

ie A : B = 4 : 3

B : C = 8 : 3

∴ A: B: C = (AB ; BB: BC) = 32 : 24 : 9

∴ अनुपातो का योगफल = 32+24+9 = 65

∴ A का हिस्सा = $\frac{32}{65} \times 1300 = 640$ RS

∴ B का हिस्सा = $\frac{24}{65} \times 1300 = 240$ RS

∴ C का हिस्सा = $\frac{50}{128} \times 1300 = 100$ RS ANS

(10) 2600 रू को A , B ,C तथा D मे इस प्रकार बांटे कि

$\frac{A}{B} = \frac{B}{C} = \frac{C}{D} = \frac{2}{3}$ के अनुपात मे मिले।

ie A ; B = 2 : 3

ie B ; C = 2 : 3

ie C ; D = 2 : 3

ie A : B = 2 : 3

B : C = 2 : 3

∴ A: B: C = (AB ; BB: BC) = 4 : 6 : 9

∴ A: B: C: D = A: B: C = 4 : 6 : 9

C ; D = 2 : 3

(AC: BC: CC: CD) = 8: 12: 18: 27

∴ A: B: C: D = 8: 12: 18: 27

∴ अनुपातो का योगफल = 8+12+18+27 = 65

∴ A का हिस्सा = $\frac{8}{65} \times 2600 = 320$ RS

∴ B का हिस्सा = $\frac{12}{65} \times 2600 = 480$ RS

∴ C का हिस्सा = $\frac{18}{65} \times 2600 = 720$ RS

∴ D का हिस्सा = $\frac{27}{65} \times 2600 = 1080$ RS ANS

(11) 3740 रू को A , B तथा C मे इस प्रकार बांटे कि यदि A को (B+C) के कुल हिस्से का $\frac{3}{7}$ भाग तथा B को (A+C) के कुल हिस्से का $\frac{2}{9}$ भाग के बराबर हो तो प्रत्येक का हिस्सा ज्ञात करे।

प्रश्नानुार $A = \frac{(B+C)3}{7}$ First condition

ie 7A = 3B+3C

ie 7A −3B−3C = 0 -------------------------- (1)

प्रश्नानुार $B = \frac{(A+C)2}{9}$ Second condition

ie 9B = 2A+2C

ie 2A+2C = 9B

ie 2A+2C−9B = 0

ie 2A−9B+2C = 0 -------------------------- (2)

अब समीकरण (1) से (2) से निम्नलिखित फरमूला द्वारा ज्ञात किया जाएगा।

if ax +by +cz = 0 -------------------------------- (3)

if dx +ey +fz = 0 ------------------------------- (4)

then $\frac{x}{bf-ce} = \frac{y}{cd-af} = \frac{z}{ae-bd}$ = K (constant) ------ (5)

⇨ 7A −3B−3C = 0 -------------------------- (1)

ie 2A−9B+2C = 0 -------------------------- (2)

then $\frac{A}{\{(-3\times2)-(-3\times-9)\}} = \frac{B}{\{(-3\times2)-(7\times2)\}} = \frac{C}{\{7\times-9)-(-3\times2)\}}$ ---------- (5)

$ie \quad \frac{A}{\{(-6)-(27)\}} = \frac{B}{\{(-6)-(14)\}} = \frac{C}{(-63)-(-6)\}}$

$ie \quad \frac{A}{\{(-33)\}} = \frac{B}{\{-20\}} = \frac{C}{\{-57\}}$

$ie \quad \frac{A}{33} = \frac{B}{20} = \frac{C}{57}$ = K say

∴ A = 33k

∴ B = 20k

∴ C = 57k

∴ अनुपातो का योगफल = 33K+20K+57K = 110K

प्रश्नानुसार ie (A+B+C) = 110K = 3740

ie 110K = 3740

∴ A का हिस्सा = $\frac{33K}{110K} \times 3740 = 1120$ RS

∴ B का हिस्सा = $\frac{20K}{110K} \times 3740 = 680$ RS

∴ C का हिस्सा = $\frac{57K}{110K} \times 3740 = 1938$ RS ANS

(12) तीन दोस्त एक साथ भोजन करने के लिए बैठे। A के पास 4 रोटियां तथा B के पास 6 रोटिया है। तीनो ने बराबर बराबर रोटियां खाई। खाने के बाद C ने खाने के बदले 20 रू दिए तो A और B आपस मे किस प्रकार बाटेगे?

∵ रोटियो की कुल संख्या = 4+6 = 10

∴ प्रत्येक का हिस्सा = $\frac{10}{3}$

∴ A ने C को $(4-\frac{10}{3}) = \frac{12-10}{3} = \frac{2}{3}$ रोटी दिया

∴ B ने C को $(6-\frac{10}{3}) = \frac{18-10}{3} = \frac{8}{3}$ रोटी दिया

∴ A तथा B द्वारा दिया गया रोटियो का अनुपात $\frac{2}{3} : \frac{8}{3} = (\frac{2}{3} \times \frac{3}{8}) = \frac{1}{4} = 1:4$

ie A : B = 1: 4

∴ अनुपातो का योगफल = (1+4) = 5

∴ A का हिस्सा = $\frac{1}{5} \times 20 = 4$ RS

∴ B का हिस्सा = $\frac{4}{5} \times 20 = 16$ RS ANS

(13) चार दोस्त एक साथ भोजन करने के लिए बैठे। A के पास 6 रोटियां तथा B के पास 7 रोटिया है। तथा C के पास 7 रोटियां है। चारो दोस्तो ने बराबर बराबर रोटियां खाई। खाने के बाद D ने खाने के बदले 100 रू दिए तो A, Bऔर C आपस मे किस प्रकार बाटेगे?

∵ रोटियो की कुल संख्या = 6+7+7 = 20

∴ प्रत्येक का हिस्सा = $\frac{20}{4} = 5$

∴ A ने D को (6 − 5) = 1 रोटी दिया

∴ B ने D को (7 − 5) = 2 रोटी दिया

∴ CC ने D को (7 − 5) = 2 रोटी दिया

∴ A ,B तथा C द्वारा दिया गया रोटियो का अनुपात 1∶ 2 ∶ 2

ie A ∶ B ∶C = 1∶ 2 ; 2 इसी अनुपात मे दिए गए पैसे भी बटेंगे।

∴ अनुपातो का योगफल = (1+2+2) = 5

∴ A का हिस्सा = $\frac{1}{5} \times 100 = 20$ RS ANS

∴ B का हिस्सा = $\frac{2}{5} \times 100 = 40$ RS ANS

∴ C का हिस्सा = $\frac{2}{5} \times 100 = 40$ RS ANS

(14) A तथा B की वार्षिक आय का अनुपात 3:2 है। तथा खर्च का अनुपात 5:3 है। यदि वर्ष के अंत मे प्रत्येक की बचत 2000 रू हो तो A तथा Bकी आय ज्ञात करे।

माना कि A की वार्षिक आय = 3x तथा खर्च = 5y

∴ प्रश्नानुसार A की बचत = $3x - 5y = 2000$ -------------------- (1)

तथा B की वार्षिक आय = 2x तथा खर्च = 3y

∴ प्रश्नानुसार B की बचत = $2x - 3y = 2000$ -------------------- (2)

अब समीकरण (1) और (2) से

$3x - 5y = 2000$

$2x - 3y = 2000$

ie $6x - 10y = 4000$

$6x - 9y = 6000$

$- \quad + \quad -$

$-1y = -2000$

∴ $y = 2000$ Rs

अब समीकरण (1) मे Y का मान रखने पर X का मान प्राप्त होगा।

$3x - 5y = 2000$ ------------------ (1)

ie $3x - 5 \times 2000 = 2000$

ie $3x - 10000 = 2000$

ie $3x = 10000 + 2000$

ie $3x = 12000$

$\therefore x = 4000$

$\therefore$ A की आय $= 3x = 3 \times 4000 = 12000$ Rs ANS

$\therefore$ B की आय $= 2x = 2 \times 4000 = 8000$ Rs ANS

(14) TRICKY METHOD

आय का अनुपात $a : b = 3 : 2$ खर्च का अनुपात $c : d = 5 : 3$

बचत X = 2000 Rs

$$\therefore \text{A की आय} = \frac{X\,a\,(d-c)}{(ad-bc)} \quad \text{OR} \quad \frac{X\,a\,(c-d)}{(bc-ad)}$$

$$= \frac{2000 \times 3\,(3-5)}{(3 \times 3 - 2 \times 5)}$$

$$= \frac{2000 \times 3\,(-2)}{(9-10)}$$

$$= \frac{2000 \times 3\,(-2)}{-1} = 12000 \text{ Rs} \quad \text{ANS}$$

$$\therefore \text{B की आय} = \frac{X\,b\,(d-c)}{(ad-bc)} \quad \text{OR} \quad \frac{X\,b\,(c-d)}{(bc-ad)}$$

$$= \frac{2000 \times 2\,(3-5)}{(3 \times 3 - 2 \times 5)}$$

$$= \frac{2000 \times 2\,(-2)}{(9-10)}$$

$$= \frac{2000 \times 2\,(-2)}{-1} = 8000 \text{ Rs} \quad \text{ANS}$$

(15) A ,B ,C तीन व्यक्तियो की सम्मिलित वेतन 144000 है। अपने वेतन का क्रमशः 80% 85%तथा 75% व्यय करते है। यदि उनकी बचत का अनुपात क्रमशः 8:9:20 है तो प्रत्येक का वेतन ज्ञात करे।

∵ A वेतन का 80% खर्च करता है। ∴ बचत = (100−80) = 20%

∵ B वेतन का 85% खर्च करता है। ∴ बचत = (100−85) = 15%

∵ C वेतन का 75% खर्च करता है। ∴ बचत = (100−75) = 25%

∴ प्रश्नानुसार तीनो के बचत का अनुपात **8:9:20 है**

∴ A का 20% = 8

ie $\frac{A\times20}{100}$ = 8K

ie 20A = 800K

∴ A = 40K ---------------------------- (1)

∴ B का 15% = 9K

ie $\frac{B\times15}{100}$ = 9K

ie 15B = 900K

∴ B = $\frac{900K}{15}$ = 60k ------------------------------ (2)

∴ C का 25% = 20K

ie $\frac{C\times25}{100}$ = 20K

ie 25C = 2000K

∴ C = $\frac{2000K}{25}$ = 80k ------------------------------ (3)

∴ प्रश्नानुसार तीनो के वेतन का योग (A+B+C) = 144000

ie 40K + 60k + 80k = 144000

ie 180k = 144000

ie k = 800

∴ A वेतन का = 40k = 40× 800 = 32000 RS ANS

∴ B वेतन का = 60k = 60× 800 = 48000 RS ANS

∴ C वेतन का = 80k = 80× 800 = 64000 RS ANS

(16) एक थैली मे 1 रू 2रू तथा 5रू के सिक्के ळें यदि सिक्को की कुल संख्या 190 है। तथा इनके मूंल्यो का अनुपात कमशः15: 6 : 5 है। तो प्रत्येक प्रकार के सिक्को का मूल्य ज्ञात करे।

∴ 1 रू 2रू तथा 5रू के सिक्को की संख्या का अनुपात = $\frac{15}{1}:\frac{6}{2}:\frac{5}{5}$

= 15: 3:1

∴ सभी प्रकार के सिक्को की संख्या का अनुपातो का योग= (15+ 3+1) =19

∴ 1 रू वाले सिक्को की कुल संख्या = ($\frac{15}{19} \times 190) = 150$ ANS

∴ 2 रू वाले सिक्को की कुल संख्या = ($\frac{3}{19} \times 190) = 30$ ANS

∴ 5 रू वाले सिक्को की कुल संख्या = ($\frac{1}{19} \times 190) = 10$ ANS

(17) एक गरेडिया के पास कुछ भेड ,बकरियां और पहरेदार कुते है इनके अनुपात कमशः 45:36:2 हैं। इनके मवेशियो के किमत का अनुपात कमशः 10 : 7 : 50 है। यदि सभी कुतो की कीमत 2500 रू है तो गरेडिया की कुल सम्पति कितनी है?

माना कि भेडो की कुल संख्या = x

बकरियो की कुल संख्या = y

कुतो की कुल संख्या = z

∴ प्रश्नानुसार $\frac{x}{45} = \frac{y}{36} = \frac{z}{2} =$ k say

ie x = 45k

ie y = 36k

ie z = 2k

∴ प्रश्नानुसार प्रत्येक प्रकार के मवेशियो की कीमत

ie x = 45k × 10 = 450k

ie y = 36k × 7 = 252k

ie $z = 2k \times 50 = 100k$

ie सभी कुतो की कीमत $100k = 2500$

$\therefore$ $k = 25$

$\therefore$ प्रश्नानुसार गरेडिये की कुल सम्पति = (450k+252k+100k)

$= 802k = 802\times 25 = 20020$ RS

(18) एक कारखाने मे काम करने वाले मजदूरो की संख्या को 10:7 अनुपात मे कम कर दी गई। तथा प्रति मजदूर को दी जाने वाली मजदूरी को 5:8 के अनुपात मे वृद्धि कर दी गई। तो ज्ञात करे कि वर्तमान मे सभी मजदुरो की मजदूरी बढी है या घटी है? यदि प्रारंभ मे दी जाने वाली मजदूरी 31250 रू हो तो अब वर्तमान मे कितनी मजदूरी दी जाएगी ?

$\because$ मजदूरो की संख्या मे कमी का अनुपात = 10 : 7

$\because$ मजदूरो की मजदूरी मे वृद्धि का अनुपात = 5 : 8

$\therefore$ प्रारंभिक एव वर्तमान मजदूरी का अनुपात = $\{(10\times 5) : (7\times 8)\}$

$= 50 : 56$

ie $\frac{starting\ wages}{current\ wages} = \frac{50}{56}$

ie $\frac{31250}{current\ wages} = \frac{50}{56}$

ie 50 current wages = 31250×56

$\therefore$ current wages = $\frac{31250\times 56}{50} = 35000$

$\therefore$ वर्तमान मजदूरी बढी है। अर्थात बढा हुआ अनुपात 31250: 35000

$= 25 : 28$ ANS

(3.9) औसत (AVERAGE)

औसत या माध्य एक सांख्यिकीय माप है। जो किसी समूह मे दिए गए संख्याओ के योग को उनके कुल संख्या से विभाजित करने पर औसत प्राप्त होता है। औसत का उपयोग किसी डाटा सेट के मध्य या क्रेन्द्रिय मूल्य का पता लगाने के लिए किया जाता है। औसत कई प्रकार के होते है। जिनमे मुख्यतः अंकगणितीय औसत (Arithmetic Average) ज्यामितीय औसत (Geometric mean) हरात्मक औसत (Harmonic mean) प्रमुख है। औसत का उपयोग कई क्षेत्रो मे किया जाता है। जैसे व्यवसाय मे औसत का उपयोग लाभ, हानि, खर्च,बिक्री के आकलन करने के लिए किया जाता है। शिक्षा के क्षेत्र मे यह विद्यार्थियो के अंको के औसत निकालकर उनकी प्रगति का आकलन करने के लिए किया जाता है।

औसत की सीमाएं : औसत एक उपयोगी मापदंड है लेकिन इसमे कुछ सीमाएं भी होती है। औसत सभी प्रकार के डाटा सेट के लिए उपयुक्त नही होता है। जैसे किसी डाटा के सेट मे कुछ अत्यधिक बडे या अत्यधिक छोटे मान होने पर औसत अप्रासंगिक हो जाता है। ऐसे स्थिति मे औसत की जगह माध्यिका या बहुलक का प्रयोग करना अधिक उपयुक्त होता है।

औसत एक प्रभावसाली मापदंड है। जो डाटा सेट का सार प्रस्तुत करता है। यह संख्याओ के समूह का केन्द्रीय प्रवृति को मापने के लिए किया जाता है। जो तुलना और मूल्यांकन के लिए सहायक होता है।

औसत निकालने के कुछ महत्वपूर्ण फरमूला निम्नलिखित है।

(1) किसी समूह मे एक आदमी के आ जाने के कारण औसत बढ जाए तो आने वाले नये व्यक्ति की आयु ज्ञात करे।

नये व्यक्ति की आयु = { प्रारंभिक का औसत + (नई संख्या ×औसत वृद्धि) }

(2) किसी समूह मे एक आदमी के आ जाने के कारण औसत घट जाए तो आने वाले नये व्यक्ति की आयु ज्ञात करे।

नये व्यक्ति की आयु = { प्रारंभिक का औसत – (नई संख्या × औसत कमी)}

(3) किसी समूह से एक आदमी से चले जाने के कारण औसत आयु बढ जाए तो जाने वाले व्यक्ति की आयु ज्ञात करे।

व्यक्ति की आयु = { प्रारंभिक का औसत – (नई संख्या × औसत वृद्धि) }

(4) किसी समूह से एक आदमी से चला जाए तथा दुसरा उसी के स्थान पर आ जाए और साथ ही औसत आयु बढ जाए तो आने वाले आदमी की आयु ज्ञात करे।

आने वाले की आयु = { जाने वाले की आयु + (कुल संख्या ×औसत वृद्धि) }

(5) किसी समूह से एक आदमी से चला जाए तथा दुसरा उसी के स्थान पर आ जाए और साथ ही औसत आयु घट जाए तो आने वाले आदमी की आयु ज्ञात करे।

आने वाले की आयु = जाने वाले की आयु– { कुल संख्या × औसत कमी) }

(6) 5 लडको की औसत आयु 16 वर्ष है। यदि एक लडका और शामिल हो गया तो औसत आयु 2 वर्ष घट जाती है तो नये लडके की आयु ज्ञात करे।

नये लडके की आयु = { प्रारंभिक का औसत – (नई संख्या × औसत कमी) }

$= \{ 16 - (5+1) \times 2 \}$

$= \{ 16 - 6\times 2 \}$

$= \{ 16 - 12 \}$

= 4 years ANS

(7) एक कक्षा मे 40 छात्र है। 50 kg वाला एक छात्र चला गया तथा उसके स्थान पर दुसरा छात्र कक्षा मे शामिल हो गया जिसके कारण छात्रो का औसत वजन 200 ग्राम बढ गया तो नया आने वाला छात्र का वजन ज्ञात करे।

आने वाले की आयु = { जाने वाले की आयु + (कुल संख्या ×औसत वृद्धि) }

$= \{ 50 + (40 \times .200) \}$

$= \{ 50 + (8) \}$

= 58 kg ANS

(8)यदि n लगातार संख्यो का औसत m हो तो

(1) सबसे बडी संख्या = $\{ m + (\frac{n-1}{2}) \}$

(2) सबसे छोटी संख्या $= \{ m - (\frac{n-1}{2}) \}$

(3) सबसे बडी संख्या और सबसे छोटी संख्या का अंतर $= n-1$

(9) 9 लगातार संख्याओ का औसत 24 है। सबसे बडी संख्या , सबसे छोटी संख्या तथा सबसे बडी और सबसे छोटी संख्या के बीच का अंतर ज्ञात करे।

(1) सबसे बडी संख्या $= \{ m + (\frac{n-1}{2}) \}$

$$= \{ 24 + (\frac{9-1}{2}) \}$$

$$= 24 + 4 = 28 \quad \text{ANS}$$

(2) सबसे छोटी संख्या $= \{ m - (\frac{n-1}{2}) \}$

$$= \{ 24 - (\frac{9-1}{2}) \}$$

$$= 24 - 4 = 20 \quad \text{ANS}$$

(3) सबसे बडी संख्या और सबसे छोटी संख्या का अंतर $= n-1$

$$= 9 - 1 = 8 \text{ Ans}$$

(10) एक परीक्षा मे 150 छात्रो के अंको का औसत 40 है। यदि उर्तीर्ण होने वाले छात्रो का औसत अंक 50 तथा अनुतीर्ण होने वाले छात्रो के अंको का औसत 20 है। परीक्षा मे उतीर्ण होने वाले छात्रो की संख्या ज्ञात करे।

माना कि उतीर्ण छात्रो की संख्या = X

तथा अउतीर्ण छात्रो की संख्या = Y

$\therefore X+Y = 150$ ------------------------------ (1)

150 छात्रो कुल अंको का योग $= 150 \times 40 = 6000$

उतीर्ण छात्रो का कुल अंक $= x \times 50 = 50x$

अउतीर्ण छात्रो का कुल अंक $= y \times 20 = 20y$

$\therefore$ उतीर्ण तथा अउतीर्ण छात्रो के अंको का योग $= 50x + 20y = 6000$

अर्थात $= 10(5x + 2y) = 6000$

ie $5x + 2y = 600$ --------------- (2)

अब समीकरण (1) और (2) से

$X+Y = 150$ ------------------------------ (1)

$\therefore Y = 150-X$

$5x + 2y = 600$ ------------------------ (2)

$5x + 2(150 - x) = 600$, (Y का मान रखने पर)

ie $5x + 300 - 2x = 600$

ie $3x + 300 = 600$

ie $3x = 600 - 300$

ie $3x = 300$

$\therefore x = 100$ ANS

(11) A ,B , C तथा D का औसत वनज 67 kg है। जब एक व्यक्ति E उनके ग्रुप मे शामिल हो जाता है तो औसत भार 2 kg कम हो जाता है। A के स्थान पर एक नया व्यक्ति F आ गया जिसका भार E के भार से 4 kg अधिक है। इस प्रकार ग्रुप का औसत भार 64 kg हो गया तो A का भार ज्ञात करे।

$\because$ average $= \frac{A+B+C+D}{4} = 67$

$\therefore$ A+B+C+D = 67× 4 = 268 Kg ----------------- (1)

$\because$ average $= \frac{A+B+C+D+E}{5} = (67-2)$

ie A+B+C+D+E = (65× 5)= 325 kg --------------- (2)

Now from equation (2) – (1)

ie A+B+C+D+E = 325 kg ------------------------- (2)

A+B+C+D = 268 Kg ------------------------- (1)

∴ E = 325−268 = 57 Kg

∵ F−E = 4

ie F−57 =4

∴ F = 57+4 = 61

∵ A के स्थान पर F आने पर औसत 64 kg हो जाता ळें

ie $\frac{F+B+C+D+E}{5}$ = 64

ie F+B+C+D+E = 64× 5 = 320 ------------- (3)

ie 61+B+C+D+57 = 320 --------------------- (3)

ie B+C+D +118 = 320

ie B+C+D = 320−118 = 202

ie B+C+D = 202 ----------------------------- (4)

Now from equation (1) − (4)

(A+B+C+D) −($B + C + D$)= 268 −202

ie A = 66 Kg ANS

(12) 4बच्चो की औसत उम्र 5 वर्ष है। किन्तु जब उनके पिता की उम्र जोड दी जाती है तब औसत उम्र 6 वर्ष अधिक हो जाती है। तो उनके पिता की उम्र ज्ञात करे।

माना कि पिता की उम्र = x वर्ष

4बच्चो की कुल उम्र = 4×5 = 20 वर्ष है।

पिता की उम्र जोडने पर कुल उम्र = x+20 वर्ष

व्यक्तियो की कुल संख्या = 4+1 = 5

∴ औसत उम्र = $\frac{x+20}{5}$ = (5+6)

ie $\frac{x+20}{5}$ = 11

ie x+ 20 = 55

ie x = 55−20 = 35 वर्ष ANS

(13) एक विद्यालय मे 40 छात्र है। उनकी औसत उम्र 16 वर्ष है। एक 18 वर्ष वाला एक छात्र विद्यालय छोड कर चला गया तथा उसके स्थान पर दुसरा छात्र कक्षा मे शामिल हो गया जिसके कारण छात्रो का औसत उम्र .125 वर्ष घट गया तो आने वाला छात्र की आयु ज्ञात करे।

आने वाले की आयु = जाने वाले की आयु− {कुल संख्या × औसत कमी}

= 18− {40 × .125}

= 18− 5

= 13 years ANS

(14) एक विद्यालय मे 24 छात्र है। उनकी औसत उम्र 11 वर्ष है। एक नये छात्र कक्षा मे शामिल हो गया जिसके कारण छात्रो का औसत उम्र $11\frac{3}{25}$ वर्ष हो गया तो आने वाला छात्र की आयु ज्ञात करे।

∴ 24 छात्रो की कुल आयु = 24× 11 = 264 वर्ष

नया छात्र आने के बाद कुल संख्या = 24+1 = 25

∴ अब 25 छात्रो की कुल आयु = $25 \times 11\frac{3}{25}$

= $25 \times \frac{278}{25}$

= 278 वर्ष

∴ नये आने वाले छात्र की उम्र = 278−264 = 14 वर्ष ANS

(15) 15 संख्याओ का औसत 20 है। उनमे से पहली 6 संख्याओ का औसत 19 है। और अंतिम 7 संख्याओ का औसत 18 है। यदि सातवीं संख्या आठवी संख्या का 2/3 है तो उन दोनो संख्याओ को ज्ञात करें।

∴ 15 संख्याओ का योग = 15× 20 = 300

∴ पहले 6 संख्याओ का योग = 6 × 19 = 114

∴ अंतिम 7 संख्याओ का योग $= 7 \times 18 = 126$

∴ मध्य के दो अंको का योगफल $= 300 - (114+126)$

$= 300 - 240$

$= 60$

माना कि आठवी संख्या $= x$ ∴ सातवी संख्या $= \frac{2x}{3}$

∴ प्रश्नानुसार $= x + \frac{2x}{3} = 60$

ie $\frac{3x+2x}{3} = 60$

ie $\frac{5x}{3} = 60$

ie $5x = 180$

∴ $x = 36$

अर्थात आठवी संख्या $x = 36$ ANS

∴ सातवी संख्या $= \frac{2x}{3}$

$= \frac{2 \times 36}{3}$

$= 24$ ANS

(3.10) सरलीकरण (SIMPLIFICATION)

इस अध्याय के अंर्तगत हम विविध प्रकार के महत्वपूर्ण गणितीय प्रश्नों को हल करेगे। इस अध्याय मे क्रमागत,अंनंत संख्याओं को जोडना,BODMAS के नियम तथा VICICUSQ के नियम प्रयोग करना सीखेंगे।सबसे पहले लगातार प्राकृत संख्याओं को जोडना सीखते हैं।

(1) लगातार प्राकृत n तक की संख्याओं का योगफल ज्ञात करें।

1+2+3+4+5+6+----------- +100 = ?

Sum of n terms = $\frac{n(n+1)}{2}$, n =100 terms

$= \frac{100(100+1)}{2}$

$= \frac{100\times101}{2}$ = 5050 Ans

(2) लगातार प्राकृत n तक की संख्याओं का योगफल ज्ञात करें।

1−2+3−4 +5−6 + 7 ----------- − 200 = ?

(a) Sum of n terms = $\frac{-n}{2}$, n = 200 terms (even number)

$= \frac{-200}{2}$ = −100 Ans

(b) Sum of n terms = $\frac{n+1}{2}$, n = 201 terms (odd number)

$= \frac{201+1}{2} = \frac{202}{2}$ = 101 Ans

(3) प्रारंभ से n संख्या तक की संख्याओं के वर्गो का योगफल ज्ञात करें।

(a) $1^2+2^2+3^2+4^2+$ --------------- $+50^2$

Sum of n terms = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, n = 50 terms

Sum of n terms = $\frac{50(50+1)(2\times50+1)}{6}$

$= \frac{50\times(51)\times(101)}{6}$

$= \frac{257550}{6}$ = 42925 Ans

$(b)\ 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 +$ --------------- $- 20^2$

Sum of n terms = $\frac{-n(n+1)}{2}$, n = −20terms (even number)

Sum of n terms = $\frac{-20(20+1)}{2}$

$= \frac{-20\times21}{2}$

$= \frac{-420}{2} = -210$ Ans

$(c)\ 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 +$ --------------- $- 20^2 + 21^2$

Sum of n terms = $\frac{n(n+1)}{2}$, n = 21terms (odd number)

Sum of n terms = $\frac{21(21+1)}{2} = \frac{21\times22}{2} = \frac{462}{2} = 231$ Ans

(4) प्रारंभ से n संख्या तक की संख्याओं के घनों का योगफल ज्ञात करें।

$(a)\ 1^3+2^3+3^3+4^3+$ --------------- $+25^3$

Sum of n terms = $\{\frac{n(n+1)}{2}\}^2$, n = 25 terms

Sum of n terms = $\{\frac{25(25+1)}{2}\}^2$

$= \{\frac{25\times26}{2}\}^2$

$= \{25 \times 13\}^2$

$= (325)^2 = 105625$ Ans

(b) $\sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + \text{-----------} + n^3}$

Sum of n terms = $\frac{n(n+1)}{2}$, n = 9 terms

$= \frac{9(9+1)}{2}$

$= \frac{9\times10}{2} = 45$ Ans

(5) प्रारंभ से n संख्या के अंतर्गत सम संख्याओं का योगफल ज्ञात करें।

(a)1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 के अंतर्गत सभी सम संख्याओ का योगफल ज्ञात करें।

Sum of total even number = $\frac{n(n+2)}{4}$, n =10

$= \frac{10(10+2)}{4}$

$= \frac{10\times12}{4}$

= 30 Ans

(b) प्रारंभ से 10 सम संख्याओ का योगफल ज्ञात करें।

2+4+6+8+10+12+14+16+18+20

Sum of total even number = n(n+1), n =10

= 10(10+1)

= 10× 11

= 110 Ans

(c) 1से 19 तक के अंतर्गत सभी सम संख्याओ का योगफल ज्ञात करें।

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19 , n= 19

Sum of total even number = $\frac{n^2-1}{4}$

$= \frac{19^2-1}{4}$

$= \frac{361-1}{4}$

$= \frac{360}{4} = 90$ Ans

(6) प्रारंभ लगातार से n पदो तक की संख्याओं मे केवल बिषम संख्याओं का योगफल ज्ञात करें।

(a)1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 ,11 के अंतर्गत सभी **बिषम** संख्याओ का योगफल ज्ञात करें।

Sum of total odd number $= (\frac{n+1}{2})^2$, n = 11

$= (\frac{11+1}{2})^2$

$= (\frac{12}{2})^2$

$= 6^2 = 36$ Ans

(b)1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 के अंतर्गत सभी **बिषम** संख्याओ का योगफल ज्ञात करें।

Sum of total even number $= (\frac{n}{2})^2$, n = 10 even

$= (\frac{10}{2})^2$

$= 5^2 = 25$ Ans

(7) प्रारंभ लगातार से n बिषम संख्याओं का योगफल ज्ञात करें।

(a)1, 3, 5, 7, 9, 11,13,15,17,19 सभी **बिषम** संख्याओ का योगफल ज्ञात करें।

Sum of odd numbers $= n^2$, n = 10

$= 10^2$

$= 100$ Ans

(8) प्रारंभ लगातार से n बिषम संख्याओं के वर्गों का योगफल ज्ञात करें।

(a) $1^2+3^2+5^2+7^2+9^2+11^2+13^2+15^2+17^2+19^2$ सभी बिषम संख्याओं के वर्गों का योगफल ज्ञात करें।

Sum $= \frac{n(4n^2-1)}{3}$, **n = 10 odd numbers**

$= \frac{10(4\times10^2-1)}{3}$

$= \frac{10(4\times100-1)}{3}$

$= \frac{10(400-1)}{3}$

$= \frac{10\times399}{3}$

$= 1330$ Ans

(9) प्रारंभ लगातार से n बिषम संख्याओं के घनों का योगफल ज्ञात करें।

(a) $1^3+3^3+5^3+7^3+9^3+11^3+13^3+15^3+17^3+19^3+$ ------- n बिषम संख्या के घनों का योगफल ज्ञात करें।

Sum $= n^2(2n^2-1)$, n = 10

$= 10^2(2\times 10^2-1)$

$= 100(2\times 100-1)$

$= 100(200-1)$

$= 100\times 199$

$= 19900$ Ans

(10) प्रारंभ लगातार से n संख्याओं का औसत ज्ञात करें।

(a) 1++2+3+4+5+6+7+8+9 + ------- n संख्याओं का औसत ज्ञात करें।

Average $= \frac{n+1}{2}$, n = 9

Average $= \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$ Ans

(11) प्रारंभ लगातार से n तक के संख्याओं के वर्गो का औसत ज्ञात करें।

(a) $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2+7^2+8^2+9^2+10^2+$ --------- n ंख्याओं के वर्गो का औसत ज्ञात करें।

Sum of Average $= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$, n = 10

$= \frac{(10+1)(2\times10+1)}{6}$

$= \frac{11(20+1)}{6}$

$= \frac{11\times21}{6} = 38\frac{1}{2}$ Ans

(12) प्रारंभ लगातार से n तक के संख्याओं के घनों का औसत ज्ञात करें।

(a) $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+$ ------- n संख्याओं के घनो का औसत ज्ञात करें।

Sum of Average $= \frac{n(n+1)^2}{4}$, n = 6

$= \frac{6(6+1)^2}{4}$

$= \frac{6(7)^2}{4}$

$= \frac{6 \times 49}{4}$

$= \frac{294}{4}$ Ans

(13) BODMAS का नियम : जब किसी गणितीय प्रश्न मे एक ही साथ विभिन्न गणितीय चिन्हो का प्रयोग किया गया हो जैसे जोड, घटाव, गुणा, भाग एवं (का) आदि की चिन्हो की किया करना हो तो इसके लिए एक खास नियम है। जो निम्नलिखित हैं।

{ BODMAS } ⇨ इसका प्रयोग इसी अनुक्रम मे करें।

B = Brackets ( ) , { } , [ ] कोष्ट की किया करें।

O = OF (का) अर्थात गुणा को दर्शाता है। की किया करें।

D = DIVISION (÷) की किया करें।

M = MULTIPLICATION (×) की किया करें।

A = ADDITION (+) की किया करें।

S = SUBTRACTION (–) की किया करें।

जब किसी गणितीय पद मे एक ही साथ कोष्ट, जोड, घटाव, गुंणा, भाग इत्यादि की किया करना हो तो उपरोक्त (BODMAS) नियम का पालन उसी अनुक्रम मे करते हुए सबसे पहले कोष्ट की किया करें। इसके बाद (का) जो की गुणा के लिए प्रयोग होता है की किया करे। इसके बाद भाग की किया करे। इसके बाद गुणा की की किया करे। इसके बाद जोड की किया करे। और सबसे अंत मे घटाव की किया करें।

(1) $\frac{5}{6}$ का $\frac{7}{8} \div \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \div (5 + \frac{4}{6})$ solve

यहां सबसे पहले कोष्ट के अंदर वाले पद की किया करेंगे।

$\frac{5}{6}$ का $\frac{7}{8} \div \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \div (\frac{5\times6+4}{6})$

$= \frac{5}{6}$ का $\frac{7}{8} \div \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \div (\frac{30+4}{6})$

$= \frac{5}{6}$ का $\frac{7}{8} \div \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \div (\frac{34}{6})$

इसके बाद (का) की किया करेंगे। इसमे सीधा गुणा कर देते हैं।

$= \frac{5}{6} \times \frac{7}{8} \div \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \div (\frac{34}{6})$

$= \frac{35}{48} \div \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \div (\frac{34}{6})$

इसके बाद भाग (÷) की क्रिया करेंगे। इसके बदले गुणा का (×) का चिन्ह लगाया जाता है। इसमे भाजक के अंश और हर पलट जाते हैं।

$= \frac{35}{48} \times \frac{2}{1} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \times \frac{6}{34}$

$= \frac{70}{48} \times \frac{4}{9} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4} \times \frac{6}{34}$

इसके बाद गुणा (×) की क्रिया करेंगे।

$= \frac{280}{432} + \frac{5}{8} - \frac{18}{134}$

$= \frac{35}{54} + \frac{5}{8} - \frac{9}{68}$

इसके बाद जोड (+) एवं घटाव (–) की क्रिया करेंगे।

$= \frac{2380+2195-486}{3672}$

$= \frac{4575-486}{3672}$

$= \frac{4089}{3672}$ Ans

(14) VICICUSQ का नियम : जब किसी गणितीय पद मे एक से अधिक कोष्टकों का प्रयोग किया गया हो निम्नलिखित फरमूला के अनुक्रम के कोष्टों की किया करे।

{ VICICUSQ } ⇨ इसका प्रयोग इसी अनुक्रम मे करें।

VI = Viniculum (–) शिरो रेखा की क्रिया करें।

CI = Circular bracket ( ) छोटी कोष्ट की क्रिया करें।

CU = Curly bracket { } मंझली कोष्ट की क्रिया करें।

SQ = Square bracket [ ] बडी कोष्ट की क्रिया करें।

जब किसी गणितीय पद मे एक ही साथ एक से अधिक कोष्ट, का प्रयोग किया गया हो तो उपरोक्त (VICICUSQ) नियम का पालन उसी अनुक्रम मे करते हुए सबसे पहले शिरो रेखा (–) की क्रिया करें। इसके बाद छोटी कोष्ट () की क्रिया करे। इसके बाद मंझली कोष्ट { } की क्रिया करे। इसके बाद बडी कोष्ट [ ] की क्रिया करे।

(1) $44-[26-\{28-(14-\overline{8-5})\}]$ solve

$= 44-[26-\{28-(14-3)\}]$

$= 44-[26-\{28-11\}]$

$= 44-[26-17]$

$= 44-9$

$= 35$ Ans

(15) कोष्ट को तोडने या हटाने का नियम : जब किसी गणितीय पद मे एक से अधिक कोष्टकों का प्रयोग किया गया है तो कोष्ट की किया करते समय निम्नलिखित नियमो का पालन करें।

(a) यदि किसी कोष्ट के पहले पोजिटीव चिन्ह लगा हो तो कोष्ट हटाते समय कोष्ट के अंदर पदो का चिन्ह नही बदलता है। यथावत रहता हैं

(b) यदि किसी कोष्ट के पहले निगेटीव चिन्ह लगा हो तो कोष्ट हटाते समय कोष्ट के अंदर पदो का चिन्ह बदल जाते हैं।अर्थात (+) बदलकर (–) हो जाता है। तथा (–) बदलकर (+) हो जाता है। जैसे

(1) $a+[b-\{c+(d-\overline{e+f}+h)\}]$ solve

$=a+[b-\{c+(d-e-f+h)\}]$

$=a+[b-\{c+d-e-f+h\}]$

$=a+[b-c-d+e+f-h]$

$=a+b-c-d+e+f-h$ Ans

(2) $a-[-b-\{c-(d-m-\overline{n+p})\}]$ solve

$=a-[-b-\{c-(d-m-n+p)\}]$

$=a-[-b-\{c-d+m+n+p\}]$

$=a-[-b-c+d-m-n-p]$

$=a+b+c-d+m+n+p$ Ans

(3) $[2a-\{3b-(4a-(\overline{5b+6c})\}]$ solve

$=[2a-\{3b-(4a-(5b-6c)\}]$

$=[2a-\{3b-(4a-5b+6c\}]$

$=[2a-\{3b-4a+5b+6c\}]$

$=[2a-3b+4a-5b-6c]$

$=6a-8b-6c$ Ans

(4) $\frac{3a}{4}-[\frac{2b}{3}-\{\frac{1c}{4}-(\frac{1a}{2}-\overline{\frac{1b}{3}+\frac{3c}{4}})\}]$ solve

$=\frac{3a}{4}-[\frac{2b}{3}-\{\frac{1c}{4}-(\frac{1a}{2}-\frac{1b}{3}-\frac{3c}{4})\}]$

$=\frac{3a}{4}-[\frac{2b}{3}-\{\frac{1c}{4}-\frac{1a}{2}+\frac{1b}{3}+\frac{3c}{4}\}]$

$=\frac{3a}{4}-[\frac{2b}{3}-\frac{1c}{4}+\frac{1a}{2}-\frac{1b}{3}-\frac{3c}{4}]$

$= \frac{3a}{4} - \frac{2b}{3} + \frac{1c}{4} - \frac{1a}{2} + \frac{1b}{3} + \frac{3c}{4}$

$= \frac{9a-8b+3c-6a+4b+9c}{12}$

$= \frac{3a-4b+12c}{12}$ Ans

अध्याय - 4

(4.0) विविध प्रश्नावली (MISCELLANEOUS)

इस अध्याय के अंतर्गत हम विविध प्रकार के महत्वपूर्ण गणितीय प्रश्नों को हल करेगे। इस अध्याय मे महत्वपूर्ण प्रश्नों का संकलन किया गया है। यह अघ्याय अपने आप में अनुठा और अद्धितीय है। यह अध्याय मनोरंजन से परिपूर्ण है। इस प्रश्नावली मे प्रश्नों के हल करके गणितीय आनंद उठा पाऐगे। सोचने और समझने की क्षमता विकसित होगी। इसमे आप गणितीय लौजिक के द्वारा हल कर सकेंगे। गणितीय प्रश्नों का हल करना एक आनंद का विषय है। आधिकांश लोगो का मानना है कि गणित एक उबाउ और कठिन बिषय है लेकिन ऐसा नही है। गणित एक आनंदायक बिषय है। मन के सारे विकारों को दूर कर देता है। इसमे आप जितने गहरे उतरेंगे उतने ही आप गहरे आनंद उठा पाऐंगे। उस समय आप बाहरी दुनिया के हल चल से बिल्कुल अलग हो जाते है। उस समय आप होते है और आप का आनंद होता है। तिसरा और कोई नही होता है।

(4.1) मंदिर पर चढाए गए फूल (FLOWERS OFFERED AT THE TEMPLE)

(1) एक व्यक्ति कुछ फूल लेकर 4 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर फुल को घोया तो फूल दुगुना हो गया। कुछ फूलो को पहले मंदिर पर चढा दिया। इसके बाद शेष फूलों को धोंया तो फुल दो गुना हो गया। इसके बाद कुछ फूल दुसरे मंदिर पर चढा दिया। इसके बाद तिसरे मदिर पर शेष फुल को धोंया तो फुल दो गुना हो गया। इसके बाद कुछ फूलो को तिसरे पर चढा दिया। इसके बाद अंत मे शेष फूल को घोकर चौथे मंदिर पर चढा दिया। इस प्रकार सभी मंदिरो पर बराबर बराबर फूल चढाया तो वह व्यक्ति कितने फुल लेकर चला और प्रत्येक मंदिर पर कितने कितने फूल चढाया ?

(1) प्रारंभ मे लेकर चलने वाले फूलो की न्यूनतम संख्या $= (2^N - 1)$

(2) प्रत्येक मंदिर पर चढाए जाने वाले फूलो की न्यूनतम संख्या $= (2^N)$

(3) प्रारंभ मे लेकर चलने वाले फूलो की अधिकतम संख्या $= x(2^N - 1)$

(4) प्रत्येक मंदिर पर चढाए जाने वाले फूलो की अधिकतम संख्या $= x(2^N)$

यहां मंदिरो की संख्या $N = 4$ है। तथा (2^N मे 2 constant) हैं।

यहां फूलो की अधिकतम मान के लिए $x = 1, 2, 3, 4,$------------- ∞ रखा जा सकता है।

∴ प्रारंभ मे लेकर चलने वाले फूलो की न्यूनतम संख्या $= (2^N - 1)$

$= (2^4 - 1)$

$= (16 - 1)$

= 15 ANS

∴ प्रत्येक मंदिर पर चढाए जाने वाले फूलो की न्यूनतम संख्या $= (2^N)$

$= (2^4)$

= 16 ANS

(3) प्रारंभ मे लेकर चलने वाले फूलो की अधिकतम संख्या $= x (2^N - 1)$

(4) प्रत्येक मंदिर पर चढाए जाने वाले फूलो की अधिकतम संख्या $= x (2^N)$

यहां मंदिरो की संख्या N = 4 है।

यहां फूलो की अधिकतम मान के लिए x = 1 2,3, 4,------------ ∞ रखा जा सकता है।

∴ प्रारंभ मे लेकर चलने वाले फूलो की अधिकतम संख्या $= x (2^N - 1)$

X = 10 मान रखने पर $= 10(2^4 - 1)$

$= 10(16 - 1)$

$= 10\times15$

= 150 ANS

∴ प्रत्येक मंदिर पर चढाए जाने वाले फूलो की न्यूनतम संख्या $= x (2^N)$

X = 10 मान रखने पर $= 10 (2^4)$

$= 10 \times 16$

= 160 ANS

यहां x का मान (1 2,3, 4,------------ ∞) भिन्न भिन्न रखने पर फूलो की संख्या का अनंत मान प्राप्त होगा।

(2) एक व्यक्ति कुछ फूल लेकर मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर फुलो को धोया तो फूल दुगुना हो गया। उसने पहले मंदिर पर 40 फूल चढा दिया। दुसरे मंदिर पर शेष फूलों को धोंया तो फुल दो गुना हो गया। इसके बाद दुसरे मंदिर पर 40 फूल चढा दिया। इसके बाद तिसरे मदिर पर शेष फुल को धोंया तो फुल दो गुना हो गया। इसके बाद तिसरे मंदिर पर 40 फूलो को चढाने के बाद सारा फूल समाप्त हो गया तो वह व्यक्ति कितने फुल लेकर चला और प्रत्येक मंदिर पर कितने कितने फूल चढाया ?

∴ प्रत्येक मंदिर पर चढाए जाने वाले फूला की संख्या $= x\,(2^N)$

मंदिरो की संख्या N= 3 , (2 constant)

प्रत्येक मंदिर पर चढाए जाने वाले फूलो की संख्या = 40

∴ प्रत्येक मंदिर पर चढाए जाने वाले फूला की संख्या $= X\,(2^N)$

$$40 = X\,(2^3)$$

$$40 = 8x$$

ie $8X = 40 \quad \therefore X = 5$

∴ प्रारंभ मे लेकर चलने वाले फूलो की संख्या $= X\,(2^N - 1)$

$$= 5\,(2^3 - 1)$$

$$= 5\,(8 - 1)$$

$$= 5 \times 7$$

$$= 35 \quad \text{ANS}$$

यहां फूलो की अधिकत मान X = 5 आया हैं। X का अधिकतम मान कुछ भी हो सकता है। इस लिए यहा X का मान निकालने पर 5 आया।

(3) एक व्यक्ति घर से कुछ फूल लेकर 4 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर कुल का आधा और 5 फूल अधिक चढाया। दुसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 5 फूल अधिक चढाया। तिसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 5 फूल अधिक चढाया। इसी प्रकार चौथे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 5 फूल अधिक चढाने के बाद उसके पास 15 फूल बच गया तो बताएं कि वह कितना फूल लेकर घर से चला था?

फूलो की संख्या $= \{\, 2^N \times REMAINDER + 2 \times EXCESS\,(2^N - 1)\,\}$

मंदिरो की संख्या N = 4 , (1, 2 constant)

अधिक चढाए जाने वाले फूल $EXCESS = 5$

अंत मे बचे फूलो की संख्या $REMAINDER = 15$

∴ फूलो की संख्या $= \{\ 2^N \times REMAINDER + 2 \times EXCESS\ (2^N - 1\ )\ \}$

$= \{\ 2^4 \times 15 + 2 \times 5\ (2^4 - 1\ )\ \}$

$= \{\ 16 \times 15 + 2 \times 5\ (16 - 1\ )\ \}$

$= \{\ 240 + 2 \times 5\ (15\ )\ \}$

$= \{\ 240 + 150\ \} = 390$ ANS

(4) एक व्यक्ति घर से कुछ फूल लेकर 3 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर कुल का आधा और 101 फूल अधिक चढाया। दुसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 101 फूल अधिक चढाया। तिसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 101 फूल अधिक चढाने के बाद सारा फूल समाप्त हो गया तो बताएं कि वह कितना फूल लेकर घर से चला था?

फूलो की संख्या $\mathbf{= \{\ 2 \times EXCESS\ (2^N - 1\ )\ \}}$

मंदिरो की संख्या N = 3 , (1, 2 constant)

अधिक चढाए जाने वाले फूल $EXCESS = 101$

∴ फूलो की संख्या $\mathbf{= \{\ 2 \times EXCESS\ (2^N - 1\ )\ \}}$

$= \{\ 2 \times 101\ (2^3 - 1\ )\ \}$

$= \{\ 2 \times 101\ (8 - 1\ )\ \}$

$= \{\ 2 \times 101 \times 7\ \}$

$= 1414$ ANS

(5) एक व्यक्ति घर से कुछ फूल लेकर 3 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर कुल का आधा चढाया। दुसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा चढाया। तिसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा चढाने के बाद 15 फूल बच गया तो बताएं कि वह कितना फूल लेकर घर से चला था?

फूलो की संख्या $= \{\ 2^N \times REMAINDER\ )\ \}$

मंदिरो की संख्या N = 3 (2 constant)

अंत मे बचे फूलो की संख्या $REMAINDER = 15$

∴ फूलो की संख्या $= \{ \; 2^N \times REMAINDER \; \}$

$= \{ \; 2^3 \times 15 \; \}$

$= \{ \; 8 \times 15 \; \}$

$= 120$ ANS

(6) एक व्यक्ति घर से कुछ फूल लेकर 3 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर कुल फूल का एक चौथाई 1/4 चढाया। दुसरे मंदिर पर शेष फूल का 1/4 चढाया। तिसरे मंदिर पर शेष फूल का 1/4 चढाने के बाद 108 फूल बच गया तो बताएं कि वह कितना फूल लेकर घर से चला था?

∴फूलो की कुल संख्या $= \{ \; (\frac{4}{3})^n \times REMAINDER \,) \}$

मंदिरो की संख्या N = 3 $\{ \; \frac{4}{3}$ Constant $\}$

अंत मे बचे फूलो की संख्या $REMAINDER = 108$

∴ फूलो की कुल संख्या $= \{ \; (\frac{4^n}{3}) \times REMAINDER \; \}$

$= \{ \left(\frac{4^3}{3} \right) \times 108 \}$

$= \{ \left(\frac{64}{27} \right) \times 108 \}$

$= 256$ ANS

(7) एक व्यक्ति घर से कुछ फूल लेकर 5 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर कुल का आधा और 111 फूल अधिक चढाया। दुसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 111 फूल अधिक चढाया। तिसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 111 फूल अधिक चढाया। चौथे पर मंदिर पर शेष फूल का आधा और 111 फूल अधिक चढाया। इसी प्रकार पांचवे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 111 फूल अधिक चढाने के बाद सारा फूल समाप्त हो गया तो बताएं कि वह कितना फूल लेकर घर से चला था?

फूलो की संख्या $= \{ \; 2 \times EXCESS \; (2^N - 1 \,) \}$

मंदिरो की संख्या N = 5 , (1, 2 constant)

अधिक चढाए जाने वाले फूल $EXCESS = 111$

∴ फूलो की संख्या $= \{\ 2 \times EXCESS\ (2^N - 1)\ \}$

$= \{\ 2 \times 111\ (2^5 - 1)\ \}$

$= \{\ 2 \times 111\ (32 - 1)\ \}$

$= \{\ 2 \times 111\ \times 31\ \}$

$= 6882$ ANS

(8) एक व्यक्ति घर से कुछ फूल लेकर 5 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर कुल का आधा और 1 फूल अधिक चढाया। दुसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 2 फूल अधिक चढाया। तिसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 3 फूल अधिक चढाया। चौथे पर मंदिर पर शेष फूल का आधा और 4 फूल अधिक चढाया। इसी प्रकार पांचवे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 5 फूल अधिक चढाने के बाद सारा फूल समाप्त हो गया तो बताएं कि वह कितना फूल लेकर घर से चला था?

फूलो की संख्या $= 2 \times \{\ 2^N \times LAST\ EXCESS - (2^N - 1)\ \}$

मंदिरो की संख्या N = 5 , (1 , 2 constant)

अंत मे अधिक चढाए जाने वाले फूल $LAST\ EXCESS = 5$

∴ फूलो की संख्या $= 2\{\ 2^N \times LAST\ EXCESS - (2^N - 1)\ \}$

$= 2\{\ 2^5 \times 5 - (2^5 - 1)\ \}$

$= 2\{\ 32 \times 5 - (32 - 1)\ \}$

$= 2\ \{160 - 31\}$

$= 2 \times 129 = 258$ ANS

(9) एक व्यक्ति घर से कुछ फूल लेकर 4 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर कुल का आधा और 1 फूल अधिक चढाया। दुसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 2 फूल अधिक चढाया। तिसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 3 फूल अधिक चढाया। चौथे पर मंदिर पर शेष फूल का

आधा और 4 फूल अधिक चढाने के बाद उसके पास 10 फूल बच गया। तो बताएं कि वह कितना फूल लेकर घर से चला था?

∴फूलो की कुल संख्या= $\{2^N\ \boldsymbol{REMAINDER} + 2\{\ 2^N \times \boldsymbol{LAST\ EXCESS} - \ (2^N - 1)\}$

मंदिरो की संख्या N = 4 , (1, 2 constant)

अधिक चढाए जाने वाले फूल $LAST\ EXCESS = 4$

अंत मे बचे फूल $REMAINDER = 10$

∴ फूलो की कुल संख्या= $\{2^N\ REMAINDER + 2\{\ 2^N \times LAST\ EXCESS - \ (2^N - 1)\}$

$$= \{2^4\ \times 10 + 2\{\ 2^4 \times 4 - \ (2^4 - 1\ )\ \}$$

$$= \{16\ \times 10 + 2\{\ 16 \times 4 - \ (16 - 1\ )\ \}$$

$$= \{160 + 2\{\ 64 - \ (16 - 1\ )\ \}$$

$$= \{160 + 2\{\ 64 - \ 15\ \}$$

$$= \{160 + 2 \times 49\ \}$$

$$= \{160 + 98\ \}\ \ = 258 \quad \text{ANS}$$

(10) एक व्यक्ति घर से कुछ फूल लेकर 4 मंदिरो मे चढाने चला। उसने पहले मंदिर पर कुल का आधा और 1 फूल अधिक चढाया। दुसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 1 फूल अधिक चढाया। तिसरे मंदिर पर शेष फूल का आधा और 1 फूल अधिक चढाया। चौथे पर मंदिर पर शेष फूल का आधा और 1फूल अधिक चढाने के बाद 1फूल बच गया । तो बताएं कि वह कितना फूल लेकर घर से चला था?

फूलो की संख्या $= \{\ 2^N \times REMAINDER + 2\ EXCESS\ (2^N - 1\ )\ \}$

मंदिरो की संख्या N = 4 . (1, 2 constant)

अधिक चढाए जाने वाले फूल $EXCESS = 1$

∴ फूलो की संख्या $= \{\ 2^N \times REMAINDER + 2\ EXCESS\ (2^N - 1\ )\ \}$

$$= \{\ 2^4 \times 1 + 2\ \times 1\ (2^4 - 1\ )\ \}$$

$$= \{\ 16 \times 1 + 2\ \times 1\ (16 - 1\ )\ \}$$

$$= \{\ 16 \times 1 + 2\ \times 15\ \}$$

$= \{ 16 + 30 \} = 46$ ANS

(11) एक व्यक्ति मंदिर पर पूजा करने जाते समय 385 लडडुओ को एक वर्गाकार प्लेट मे इस प्रकार रखना चाहता है कि सबसे नीचले सतह से रखते हुए उपर तक इस प्रकार सजाना चाहता है कि सबसे उपर शीर्ष पर सिर्फ 1 लडडू रहे तो बताए कि सबसे नीचले सतह पर कितना लडडू को रखना होगा?

∵ प्लेट वर्गाकार आकृति मे है इसलिए इसके सबसे निचले सतह पर सबसे बडा वर्ग का लेयर बनेगा। इसके बाद इसके उपर इससे छोटा वर्ग का लेयर बनेगा। इसके बाद इससे भी छोटा वर्ग का लेयर बनेगा। इसी प्रकार वर्ग का आकार छोटा होते चला जाएगा और सबसे उपर सीर्फ एक लडडु के लिए स्थान रहेगा। इसे एक फरमूला द्वारा हल किया जाएगा।

Sum of square $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 385$

ie $\quad 2n^3+3n^2+n = 385 \times 6$

ie $\quad 2n^3+3n^2+n = 2310$

ie $\quad 2n^3+3n^2+n - 2310 = 0$

ie $\quad 2n^3+3n^2+n - 2310 = 0$

ie $\quad (n-10)(2n^2+ 23n + 231) = 0$

ie $\quad (n-10) = 0$

ie $\quad n = 10$

∴ सबसे नीचले सतह मे $n^2 = 10^2 = 100$ लडडू रखना होगा।

(4.2) बिना बताऐ जन्मतिथि ज्ञात करना (FIND THE DOB WITHOUT TELLING)

कितनी खुशी होगी यदि कोई दोस्त आप को बिना बताए जन्म तिथि बता दें।बडा आश्चर्य होगा कि यह जादु वाला काम कैसे हो गया ? अपने दोस्तो के साथ उनके जन्मतिथि को बिना बताए आप भी ऐसा कर सकते है। यह बताकर उन्हे आर्श्चय चकित कर सकते है। आप भी इसका आनंद उठाए। इसके लिए एक फरमूला है जिसका अनुकरण करके जन्मतिथि ज्ञात करे।

$[\{Date \times 20 + 222)5 + Month\}100 + Year + 111 - 111111]$

(20 , 222 ,5 , 100 , 111 , 111111 constant)

(1) सबसे पहले तारिख को 20 से गुणा करे। step by step follow करे।

(2) इसके बाद गुणफल मे 222 जोड दे।

(3) इसके बाद योगफल को 5 से गुणा करे ।

(4) इसके बाद गुणनफल मे महीना को जोडे।

(5) इसके बाद योगफल को 100 से गुणा करे।

(6) इसके बाद गुणनफनल मे जन्म वर्ष का अंतिम दो अंक जोड दे।

(7) इसके बाद योगफल मे 111 जोड दे।

(8) इसके बाद सबसे अंत मे चुपके से 111111 घटा दे। घटाने के बाद बाऐं से प्रथम दो अंक तारिख होगा ,मध्य का दो अंक महीना होगा तथा अंतिम दो अंक वर्ष को दर्शाएगा। जैसे

(1) D O B : 01-12-1972 **बिना बताए जन्मतिथि ज्ञात करे।**

$[\{Date \times 20 + 222)5 + Month\}100 + Year + 111 - 111111]$

(1) Date × 20 = 1× 20 = 20

(2) 20+222 = 242

(3) 242× 5 = 1210

(4) 1210+ Month = 1210+12 =1222

(5) 1222× 100 = 122200

(6) 122200+ Year = 122200+72 = 122272

(7) 122272+111= 122383

(8) 122383−1111111 = 011272

ie DOB = 01-12-72 ANS

(2) Full Date of birth ज्ञात करने के नियम

$[\{Date \times 20 + 222)5 + Month\}10000 + Year + 11111 - 11111111]$

(20 , 222 ,5 , 10000 , 11111 , 11111111 constant)

(1) सबसे पहले तारिख को 20 से गुणा करे। step by step follow करे।

(2) इसके बाद गुणफल मे 222 जोड दे।

(3) इसके बाद योगफल को 5 से गुणा करे ।

(4) इसके बाद गुणनफल मे महीना को जोडे।

(5) इसके बाद योगफल को 10000 से गुणा करे।

(6) इसके बाद गुणनफनल मे जन्म वर्ष का अंतिम दो अंक जोड दे।

(7) इसके बाद योगफल मे 11111जोड दे।

(8) इसके बाद सबसे अंत मे चुपके से 11111111 घटा दे। घटाने के बाद बाऐं से प्रथम दो अंक तारिख होगा,मघ्य का दो अंक महीना होगा तथा अंतिम दो अंक वर्ष को दर्शाएगा। जैसे D O B : 10-12-1985

$[\{Date \times 20 + 222)5 + Month\}10000 + Year + 11111 - 11111111]$

(1) Date × 20 = 10 × 20 = 200

(2) 200+222 = 422

(3) 422× 5 = 2110

(4) 2110+ month = 2110+12 = 2122

(5) 2122× 10000 = 21220000

(6) 21220000+ year = 21220000+1985 = 21221985

(7) 21221985+11111= 21233096

(8) 21233096 −1111111 = 10121985

ie DOB = 10-12-1985 ANS

(3) D O B : 25-07-1990 बिना बताए जन्मतिथि ज्ञात करे।

$[\{ Date \times 20 + 222)5 + Month\}10000 + Year + 11111 - 11111111]$

(20 , 222 ,5 , 10000 , 11111 , 11111111 constant)

(1) सबसे पहले तारिख को 20 से गुणा करे। step by step follow करे।

(2) इसके बाद गुणफल मे 222 जोड दे।

(3) इसके बाद योगफल को 5 से गुणा करे ।

(4) इसके बाद गुणनफल मे महीना को जोडे।

(5) इसके बाद योगफल को 10000 से गुणा करे।

(6) इसके बाद गुणनफनल मे जन्म वर्ष का अंतिम दो अंक जोड दे।

(7) इसके बाद योगफल मे 11111जोड दे।

(8) इसके बाद सबसे अंत मे चुपके से 11111111 घटा दे। घटाने के बाद बाऐं से प्रथम दो अंक तारिख होगा,मघ्य का दो अंक महीना होगा तथा अंतिम दो अंक वर्ष को दर्शाएगा। जैसे D O B : 25-07-1990

$[\{ Date \times 20 + 222)5 + Month\}10000 + Year + 11111 - 11111111]$

(1) Date $\times$ 20 = 25$\times$ 20 = 500

(2) 500+222 = 722

(3) 722$\times$ 5 = 3610

(4) 3610+ month = 3610+07 = 3617

(5) 3617$\times$ 10000 = 36170000

(6) 36170000+ year = 36170000+1990 = 36171990

(7) 36171990+11111= 36183101

(8) 36183101 $-$1111111 = 25,07,1990

ie DOB = 25-07-1990 ANS

(4.3) जादुई वर्ग / MAGIC SQUARE

यह एक ऐसा वर्गाकार खाना होता है जिसमे $n \times n$ के ग्रिड मे संख्याऐं होती है। इसमे अंको को इस प्रकार से भरा जाता है कि प्रत्येक पंक्ति, प्रत्येक स्तंभ और प्रत्येक विकर्णवत मे जोडे जानेवाले अंको का योगफल एक समान होता हैं।अर्थात किसी भी तरफ से जोडने पर योगफल एक समान होता है। यह एक गणितीय पहेली है। MAGIC SQUARE मे वर्गाकार खानो का एक ग्रीड होता है। अर्थात वर्ग के रूप मे होता है। यह मैजिक वर्ग 9 खाना, 16 खाना, 25 खाना, 36 खाना, 49 खाना, 64 खाना, 81 खाना,100 खाना आदि का हो सकता है। मान ले कि एक मैजिक वर्ग है जिसमे 9 खाने है। इन खानो को अंको द्वारा इस प्रकार भरना है कि प्रत्येक तरफ से जोडने पर योगफल एक समान आए। कोई संख्या उसमे दुबारा रिपिट न हो। जैसे 9 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n} = 3 \times 3$ खाने होगें। अर्थात प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे $n = 3$ वर्ग होगे। इसी प्रकार 16 खाने के मैजिक वर्ग मे $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n} = 4 \times 4$ खाने होगे। अर्थात प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे $n = 4$ वर्ग होगा। इसी प्रकार 25 खाने के मैजिक वर्ग मे $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n} = 5 \times 5$ खाने होगे। अर्थात $n = 5$ होगे। इसी प्रकार अन्य मैजिक वर्ग के लिए भी n का निर्धारण होगा।

यदिं 9 खानो के मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल ज्ञात करना हो तो निम्पलिखित फरमूला द्वारा करें।

SUM OF DIGITS IN MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$: (Minimum value)

यहां n = MAGIC SQUARE के एक भूजा मे वर्गो की संख्या।

SUM OF DIGITS IN EACH ROW $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां $n = 3$

$$= \frac{3(3^2+1)}{2}$$

$$= \frac{3(9+1)}{2}$$

$$= \frac{3 \times 10}{2} = 15 \quad \text{Minimum value}$$

अर्थात 9 खाने के मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे भरे गए अंको का योगफल 15 आएगा। यह न्यूनतम धनात्मक संख्या है। अधिकतम धनात्मक मान कुछ भी हो सकता है। अतः किसी भी मान को ज्ञात करने के लिए { HEBCIGFAD } एक मानक फरमूला हैं जिसके माध्यम से आप मैजिक वर्ग के अंको का मान ज्ञात कर सकते है। यदि उक्त फरमूला मे अल्फावेट के

अंको का मान बढाने पर मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति मे अंको का मान बढेगा।

अब हम मैजिक वर्ग को अंको द्वारा भरना सीखेंगे। 9 खाने के मैजिक वर्ग कों { HEBCIGFAD } फरमूला की सहायता से भरेंगे। मैजिक वर्ग को भरने के लिए जिस क्रम मे यह HEBCIGFAD फरमूला लिखा गया है। उसी क्रम मे अंको को व्यवस्थित करके मैजिक वर्ग के खानो मे भरा जाएगा। यदिं 9 खाना के मैजिक वर्ग को भरना हो तो प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 15 Minimum होगा। इस फरमूला मे सबसे पहले H का मान निकालना होगा। यहां H का मान उस मैजिक वर्ग का न्यूनतम संख्यात्मक मान प्राप्त होगा। यहां { HEBCIGFAD } मे H का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1 जोडकर अगले अल्फाबेट के लिए रखतेजाएं।इस प्रकार { HEBCIGFAD } के सभी Alphabet का मान निकालें।

यहां {HEBCIGFAD} मे सबसे पहले H का न्यूनतम ज्ञात करना होगा।

$*H = \frac{S-12}{3} \Rightarrow *H = \frac{15-12}{3} = 1$

(यहां 3 ,12 Constant, s = Sum of digits in each row & column=15)

*H	E	B	C	I	G	F	A	D
1	2	3	4	5	6	7	8	9

यहां { HEBCIGFAD } मे H का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1 जोडकर {HEBCIGFAD} के सभी Alphabet का मान निकाला गया हैं। इसके बाद मैजिक वर्ग मे { HEBCIGFAD } को clockwise direction या anticlock wise direction मे रखकर इसके मान को भर सकते हैं।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1) एक MAGIC SQUARE के (3× 3) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि किसी भी तरफ से जोडने पर प्रत्येक पंक्ति या प्रत्येक स्तंभ का योगफल 15 आए। कोई संख्या उसमे रिपिट न हो। HEBCIGFAD फरमूला द्वारा एक खाली वर्ग को व्यवस्थित करके निम्नलिखित प्रकार से भरा जाएगा। यहां प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 15 है। यहां H का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा। $*H = \frac{S-12}{3} \Rightarrow *H = \frac{15-12}{3} = 1$

(1)

A	B	C
H	I	D
G	F	E

↓↑

8	3	4
1	5	9
6	7	2

$\sum = 15$

(2)

G	H	A
F	I	B
E	D	C

↓↑

6	1	8
7	5	3
2	9	4

$\sum = 15$

(3)

E	F	G
D	I	H
C	B	A

↓↑

2	7	6
9	5	1
4	3	8

$\sum = 15$

(4)

C	D	E
B	I	F
A	H	G

↓↑

4	9	2
3	5	7
8	1	6

$\sum = 15$

(5)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(6)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(2) एक MAGIC SQUARE के (3× 3) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि किसी भी तरफ से जोडने पर प्रत्येक पंक्ति या प्रत्येक स्तंभ के अंको का योगफल 45 आए। कोई संख्या उसमे रिपिट न हो। HEBCIGFAD फरमूला द्वारा मैजिक वर्ग को व्यवस्थित करके निम्नलिखित प्रकार से भरा जाएगा। यहां प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 45 है। यहां सबसे पहले {HEBCIGFAD} मे H का न्यूनतम ज्ञात करना होगा। यहां H का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा।

$*H = \frac{S-12}{3} \Rightarrow \frac{45-12}{3} = \frac{33}{3}$ = 11 Minimum value

(यहां 3,12 Constant, S = sum of digits in each row = 45)

∴ *H =11, E =12, B =13, C =14, I =15, G =16, F =17, A =18, D =19

BY SUBANT PASWAN

*H	E	B	C	I	G	F	A	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19

यहां HEBCIGFAD मे H का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के लिए उतरोतर 1जोडकर कर मान निकाला गया है। इसके बाद मैजिक वर्ग मे Alphabet को CLOCKWISE DIRECTION या ANTICLOCK WISE DIRECTION मे रखकर अंको को भरा जा सकता है।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C
H	I	D
G	F	E

↓↑

18	13	14
11	15	19
16	17	12

$\sum = 45$

(2)

G	H	A
F	I	B
E	D	C

↓↑

16	11	18
17	15	13
12	19	14

$\sum = 45$

(3)

E	F	G
D	I	H
C	B	A

↓↑

12	17	16
19	15	11
14	13	18

$\sum = 45$

(4)

C	D	E
B	I	F
A	H	G

↓↑

14	19	12
13	15	17
18	11	16

$\sum = 45$

(5)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(6)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(3) एक MAGIC SQUARE के (3× 3) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि किसी भी तरफ से जोडने पर योगफल 1 आए। कोई संख्या उसमे रिपिट न हो। HEBCIGFAD फरमूला द्वारा एक खाली वर्ग को निम्नलिखित प्रकार से व्यवस्थित करके भरा जाएगा। यहां प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 1 होनी चाहिए।यहां सबसे पहले {HEBCIGFAD} मे H का न्यूनतम ज्ञात करना होगा। यहां H का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा।

$*H = \frac{S-12}{3} \Rightarrow \frac{1-12}{3} = \frac{-11}{3}$

(यहां 3 , 12 Constant , S = sum of digits in each row = 1)

*H	E	B	C	I	G	F	A	D
$-\frac{11}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{13}{3}$

यहां HEBCIGFAD मे H का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के लिए उतरोतर1जोडकर मान निकाला गया है।इसके बाद मैजिक वर्ग मे Alphabet को clockwise direction या Anticlock wise direction मे रखकर अंको को भरा जा सकता है।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C
H	I	D
G	F	E

↓↑

$\frac{10}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$-\frac{11}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{3}$
$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{3}$	$-\frac{8}{3}$

$\sum = 1$

(2)

G	H	A
F	I	B
E	D	C

↓↑

$\frac{4}{3}$	$-\frac{11}{3}$	$\frac{10}{3}$
$\frac{7}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{5}{3}$
$-\frac{8}{3}$	$\frac{13}{3}$	$-\frac{2}{3}$

$\sum = 1$

(3)

E	F	G
D	I	H
C	B	A

↓↑

$-\frac{8}{3}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{13}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{11}{3}$
$-\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{10}{3}$

$\sum = 1$

(4)

C	D	E
B	I	F
A	H	G

↓↑

$-\frac{2}{3}$	$\frac{13}{3}$	$-\frac{8}{3}$
$-\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}$
$\frac{10}{3}$	$-\frac{11}{3}$	$\frac{4}{3}$

$\sum = 1$

(5)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(6)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(4) एक MAGIC SQUARE के (3×3) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ के अंको को जोडने पर योगफल 2 आए। कोई संख्या मैजिक वर्ग मे रिपिट न हो। HEBCIGFADफरमूला द्वारा मैजिक वर्ग को निम्नलिखित प्रकार से व्यवस्थित करके भरा जाएगा। यहां प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 2 है। सबसे पहले H कर मान ज्ञात करे ले। यहां H का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा।

$$*H = \frac{S-12}{3} \Rightarrow \frac{2-12}{3} = \frac{-10}{3}$$

(यहां 3 , 12 Constant , S = sum of digits in each row = 2)

*H	E	B	C	I	G	F	A	D
$-\frac{10}{3}$	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{14}{3}$

यहां HEBCIGFAD मे H का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के लिए उतरोतर 1जोडकर मान निकाला गया हैं। इसके बाद मैजिक वर्ग मे Alphabet को CLOCKWISE DIRECTION या ANTICLOCK WISE DIRECTION मे रखकर अंको को भरा जा सकता है।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C
H	I	D
G	F	E

↓↑

$\frac{11}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$-\frac{10}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{14}{3}$
$\frac{5}{3}$	$\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{3}$

$\sum = 2$

(2)

G	H	A
F	I	B
E	D	C

↓↑

$\frac{5}{3}$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{11}{3}$
$\frac{8}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$
$-\frac{7}{3}$	$\frac{14}{3}$	$-\frac{1}{3}$

$\sum = 2$

(3)

E	F	G
D	I	H
C	B	A

↓↑

$-\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$	$\frac{5}{3}$
$\frac{14}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{10}{3}$
$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{11}{3}$

$\sum = 2$

(4)

C	D	E
B	I	F
A	H	G

↓↑

$-\frac{1}{3}$	$\frac{14}{3}$	$-\frac{7}{3}$
$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$
$\frac{11}{3}$	$-\frac{10}{3}$	$\frac{5}{3}$

$\sum = 2$

(5)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(6)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(5) एक MAGIC SQUARE के (3× 3) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि किसी भी तरफ से जोडने पर प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ का योगफल 99 आए। उसमे कोई संख्या रिपिट न हो। HEBCIGFAD फरमूला द्वारा मैजिक वर्ग को निम्नलिखित प्रकार से व्यवस्थित करके भरा जाएगा। यहां प्रत्येक पंक्ति मे अंको का योगफलS = 99 है।यहां H का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा।

***H** $= \frac{S-12}{3} \Rightarrow \frac{99-12}{3} = \frac{87}{3} = 29$

(यहां 3 , 12 Constant , S = sum of digits in each row = 99)

*H	E	B	C	I	G	F	A	D
29	30	31	32	33	34	35	36	37

यहां HEBCIGFAD मे H का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के लिए उतरोतर 1जोडकर मान निकाला गया है। इसके बाद मैजिक वर्ग मे Alphabet को CLOCKWISE DIRECTION या ANTICLOCK WISE DIRECTION मे रखकर अंको को भरा जा सकता है।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C
H	I	D
G	F	E

↓↑

36	31	32
29	33	37
34	35	30

$\sum = 99$

(2)

G	H	A
F	I	B
E	D	C

↓↑

34	29	36
35	33	31
30	37	32

$\sum = 99$

(3)

E	F	G
D	I	H
C	B	A

↓↑

30	35	34
37	33	29
32	31	36

$\sum = 99$

(4)

C	D	E
B	I	F
A	H	G

↓↑

32	37	30
31	33	35
36	29	34

$\sum = 99$

(5)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(6)

→	→	→
↑	→	↓
←	←	↓

↓↑

(6) ANTI CLOCK WISE DIRECTION

इसके पूर्व मैजिक वर्ग मे HEBCIGFAD को CLOCK WISE DIRECTION मे रखकर भरा गया है। अब आप मैजिक वर्ग मे अंको को ANTI CLOCK WISE DIRECTION मे रख कर भरना सीखेंगे। 9 खानो के एक मैजिक वर्ग को अंको से इस प्रकार भरे कि प्रत्येक पंक्यि या स्तंभ के अंको को जोडने पर योगफल 15 आए।

यहां **{HEBCIGFAD}** मे सबसे पहले H का न्यूनतम ज्ञात करना होगा।

$*H = \frac{S-12}{3} \Rightarrow = \frac{15-12}{3} = 1$

(यहां 3, 12 Constant , s = sum of digits in each row =15)

*H	E	B	C	I	G	F	A	D
1	2	3	4	5	6	7	8	9

यहां {HEBCIGFAD} मे H का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1 जोडकर रखने पर सभी Alphabet का मान निकल जाएगा।

$*H = \frac{S-12}{3} \Rightarrow \frac{15-12}{3} = 1$

∴ H = 1, E = 2 , B = 3 ,C = 4, I = 5 , G = 6 , F = 7 , A = 8 , D = 9

*H	E	B	C	I	G	F	A	D
1	2	3	4	5	6	7	8	9

(1)

A	H	G
B	I	F
C	D	E

↓↑

8	1	6
3	5	7
4	9	2

$\sum = 15$

(2)

G	F	E
H	I	D
A	B	C

↓↑

6	7	2
1	5	9
8	3	4

$\sum = 15$

(3)

E	D	C
F	I	B
G	H	A

↓↑

2	9	4
7	5	3
6	1	8

$\sum = 15$

(4)

C	B	A
D	I	H
E	F	G

↓↑

4	3	8
9	5	1
2	7	6

$\sum = 15$

(5)

↓	←	↑
↓	↓	↑
→	→	→

↓↑

(6)

←	←	↑
↓	→	↑
→	→	→

↓↑

अब हम मैजिक वर्ग के 16 खानो को अंको से भरना सीखेंगे। यहां {DOKBMJHEILNGFCAP} एक फरमूला की सहायता से 16 खानो को भरेंगे।यहां जिस क्रम मे यह DOKBMJHEILNGFCAP फरमूला है। उसी क्रम मे अंको को व्यवस्थित करके मैजिक वर्ग के अंदर खानो मे भरा जाएगा। यदिं 16 खाना के मैजिक वर्ग को भरना हो तो प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 34 Minimum होगा। इस फरमूला मे सबसे पहले D का मान निकालना होगा। यहां D का मान उस मैजिक वर्ग मे न्यूनतम संख्यात्मक मान प्राप्त होगा।

16 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। अर्थात 16 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n} = 4 \times 4$ खाने होगें। अर्थात n = 4 होगे।

SUM OF DIGITS IN EACH ROW $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 4

$$= \frac{4(4^2+1)}{2}$$

$$= \frac{4(16+1)}{2}$$

$$= \frac{4 \times 17}{2}$$

= 34 Minimum value

(1) एक MAGIC SQUARE के (4× 4) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि चारो तरफ से जोडने पर प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ के अंको का योगफल 34 आए। मैजिक वर्ग मे कोई संख्या की आवृति REPEAT न हो। मैजिक वर्ग को { DOKBMJHEILNGFCAP} फरमूला द्वारा मैजिक वर्ग को इस प्रकार से व्यवस्थित करके भरा जाएगा कि प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 34 है। अर्थात 16 खाने के मैजिक वर्ग मे भरे गए अंको का योगफल S = 34 आएगा। यहां { DOKBMJHEILNGFCAP }मे सबसे पहले D का न्यूनतम ज्ञात करना होगा। यहां D का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा।

***D** $= \frac{S-30}{4} \Rightarrow = \frac{34-30}{4} = 1$

(यहां 4 , 30 Constant , S = sum of digits in each row = 34)

*D	O	K	B	M	J	H	E	I	L	N	G	F	C	A	P
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

यहां { DOKBMJHEILNGFCAP } मे D का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1जोडकर मान रखते जाएं। इस प्रकार सभी Alphabet का मान निकल जाएगा। Maximum value के लिए D का मान जैसे जैसे बढाऐगे वैसे वैसे मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ का मान बढता जाएगा। इसके बाद मैजिक वर्ग मे DOKBMJHEILNGFCAP को CLOCKWISE DIRECTION या ANTICLOCK WISE DIRECTION मे रखकर अंको को भर सकते हैं।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C	D
L	M	N	E
K	P	O	F
J	I	H	G

↓↑

15	4	14	1
10	5	11	8
3	16	2	13
6	9	7	12

$\sum = 34$

(2)

J	K	L	A
I	P	M	B
H	O	N	C
G	F	E	D

↓↑

6	3	10	15
9	16	5	4
7	2	11	14
12	13	8	1

$\sum = 34$

(3)

G	H	I	J
F	O	P	K
E	N	M	L
D	C	B	A

↓↑

12	7	9	6
13	2	16	3
8	11	5	10
1	14	4	15

$\sum = 34$

(4)

D	E	F	G
C	N	O	H
B	M	P	I
A	L	K	J

↓↑

1	8	13	12
14	11	2	7
4	5	16	9
15	10	3	6

$\sum = 34$

(2) एक MAGIC SQUARE के (4× 4) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि चारो तरफ से जोडने पर प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ के अको का योगफल 74 आए। कोई संख्या उसमे रिपिट न हो। {DOKBMJHEILNGFCAP} फरमूला द्वारा खाली वर्ग को इस प्रकार से व्यवस्थित करके भरा जाएगा। यहां अंको का योगफल S = 74 है। अर्थात 16 खाने के मैजिक वर्ग मे भरे गए अंको का योगफल S = 74 आएगा। यहां { DOKBMJHEILNGFCAP } मे सबसे पहले D का न्यूनतम ज्ञात करना होगा। यहां D का न्यूनतम धनात्मक मान निम्नलिखित होगा।

*D = $\frac{S-30}{4}$ ⇨ = $\frac{74-30}{4}$ = 11

(यहां 4 , 30 Constant , S = sum of digits in each row = 74)

*D	O	K	B	M	J	H	E	I	L	N	G	F	C	A	P
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

यहा { DOKBMJHEILNGFCAP } मे D का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1जोडकर मान रखते जाएं। इस प्रकार सभी Alphabet का मान निकल जाएगा। Maximum value के लिए D का मान जैसे जैसे बढाऐगे वैसे वैसे मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ का मान बढता जाएगा। इसके बाद मैजिक वर्ग मे DOKBMJHEILNGFCAP को CLOCK WISE DIRECTION या ANTI CLOCK WISE DIRECTION मे रखकर अंको को भर सकते हैं।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C	D
L	M	N	E
K	P	O	F
J	I	H	G

↓↑

25	14	24	11
20	15	21	18
13	26	12	23
16	19	17	22

∑= 74

(2)

J	K	L	A
I	P	M	B
H	O	N	C
G	F	E	D

↓↑

16	13	20	25
19	26	15	14
17	12	21	24
22	23	18	11

∑= 74

(3)

G	H	I	J
F	O	P	K
E	N	M	L
D	C	B	A

↓↑

22	17	19	16
23	12	26	13
18	21	15	20
11	24	14	25

∑= 74

(4)

D	E	F	G
C	N	O	H
B	M	P	I
A	L	K	J

↓↑

11	18	23	22
24	21	12	17
14	15	26	19
25	20	13	16

∑= 74

(3) एक MAGIC SQUARE के (4× 4) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि चारो तरफ से जोडने पर प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ के अंको का योगफल 126 आए। कोई संख्या उसमे रिपिट न हो। {DOKBMJHEILNGFCAP} फरमूला द्वारा खाली वर्ग को इस प्रकार से व्यवस्थित करके भरा जाएगा। यहां मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ के अंको का योगफल S = 126 है। यहां { DOKBMJHEILNGFCAP } मे सबसे पहले D का न्यूनतम ज्ञात करना होगा। यहां D का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा।

*D = $\frac{S-30}{4}$ ⇨ $\frac{126-30}{4}$ = $\frac{96}{4}$ = 24

(यहां 4 , 30 Constant , S = sum of digits in each row = 126)

*D	O	K	B	M	J	H	E	I	L	N	G	F	C	A	P
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39

यहा { DOKBMJHEILNGFCAP } मे D का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1जोडकर मान रखते जाएं। इस प्रकार सभी Alphabet का मान निकल जाएगा। Maximum value के लिए D का मान जैसे जैसे बढाऐगे वैसे वैसे मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ का मान बढता जाएगा। इसके बाद मैजिक वर्ग मे {DOKBMJHEILNGFCAP} को CLOCKWISE DIRECTION या ANTICLOCK WISE DIRECTION मे रखकर अंको को भर सकते हैं।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C	D
L	M	N	E
K	P	O	F
J	I	H	G

↓↑

38	27	37	24
33	28	34	31
26	39	25	36
29	32	30	35

$\sum = 126$

(2)

J	K	L	A
I	P	M	B
H	O	N	C
G	F	E	D

↓↑

29	26	33	38
32	39	28	27
30	25	34	37
35	36	31	24

$\sum = 126$

(3)

G	H	I	J
F	O	P	K
E	N	M	L
D	C	B	A

↓↑

35	30	32	29
36	25	39	26
31	34	28	33
24	37	27	38

$\sum = 126$

(4)

D	E	F	G
C	N	O	H
B	M	P	I
A	L	K	J

↓↑

24	31	36	35
37	34	25	30
27	28	39	32
38	33	26	29

$\sum = 126$

अब हम मैजिक वर्ग के 25 खानो को भरना सीखेंगे। इसके लिए { OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG } एक फरमूला हैं। इस फरमूला द्वारा मैजिक वर्ग के 25 खाने को अंको द्वारा भरना सीखेंगें। जिस क्रम मे यह { OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG } फरमूला है। उसी क्रम मे Alphabet के मान को व्यवस्थित करके मैजिक वर्ग के खानो मे भरा जाएगा। {OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG } फरमूला मे सबसे पहले O का मान निकालना होगा।यहां O का मान उस मैजिक वर्ग मे न्यूनतम संख्यात्मक मान प्राप्त होगा। Maximum value के लिए O का मान जैसे जैसे बढाऐगे वैसे वैसे मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ का मान बढता जाएगा।

यदिं 25 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 65 Minimum होगा।

25 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। अर्थात 25 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n} = 5\times 5$ खाने होगें। अर्थात n = 5 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{\boldsymbol{n(n^2+1)}}{\boldsymbol{2}}$; यहां n = 5

$$= \frac{5(5^2+1)}{2}$$

$$= \frac{5(25+1)}{2}$$

$$= \frac{5\times 26}{2}$$

= 65 Minimum value

(1) एक MAGIC SQUARE के (5× 5) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि किसी भी तरफ से जोडने पर प्रत्येक पंक्ति या स्तभ मे अंको का योगफल 65 आए। कोई संख्या उसमे रिपिट न हो। यहां { OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG } फरमूला द्वारा मैजिक वर्ग को निम्न प्रकार से व्यवस्थित करके भरा जाएगा। यहां प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 65 है। यहां { OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG } मे सबसे पहले O का न्यूनतम ज्ञात करना होगा। इसके बाद अन्य अल्फावेट मे मान मे उतरोतर 1 जोडकर अन्य अल्फावेट का मान निकाले। यहां O का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा।

*O $= \frac{\boldsymbol{S-60}}{\boldsymbol{5}} \Rightarrow \frac{\boldsymbol{65-60}}{\boldsymbol{5}} = 1$

(यहां 5 , 60 Constant , S = sum of digits in each row = 65)

O	H	J	C	Q	R	X	N	I	D	E	S	Y	W	M	L	A	F	T	V	U	K	B	P	G
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
									0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5

यहां { **OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG** } मे O का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1जोडकर मान रखते जाएं। इस प्रकार सभी Alphabet का मान निकल जाएगा। Maximum value के लिए O का मान जैसे जैसे बढाऐगे वैसे वैसे मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ का मान बढता जाएगा। इसके बाद मैजिक वर्ग मे **{ OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG}** को clockwise direction या anticlock wise direction मे रखकर अंको को भर सकते हैं।

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C	D	E
P	Q	R	S	F
O	X	Y	T	G
N	W	V	U	H
M	L	K	J	I

↓↑

17	23	4	10	11
24	5	6	12	18
1	7	13	19	25
8	14	20	21	2
15	16	22	3	9

∑= 65

(2)

M	N	O	P	A
L	W	X	Q	B
K	V	Y	R	C
J	U	T	S	D
I	H	G	F	E

↓↑

15	8	1	24	17
16	14	7	5	23
22	20	13	6	4
3	21	19	12	10
9	2	25	18	11

∑= 65

(3)

I	J	K	L	M
H	U	V	W	N
G	T	Y	X	O
F	S	R	Q	P
E	D	C	B	A

↓↑

9	3	22	16	15
2	21	20	14	8
25	19	13	7	1
18	12	6	5	24
11	10	4	23	17

$\sum = 65$

(4)

E	F	G	H	I
D	S	T	U	J
C	R	Y	V	K
B	Q	X	W	L
A	P	O	N	M

↓↑

11	18	25	2	9
10	12	19	21	3
4	6	13	14	16
23	5	7	14	16
17	24	1	8	15

$\sum = 65$

(2) एक MAGIC SQUARE के (5× 5) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि चारो तरफ से जोडने पर योगफल 100 आए। कोई संख्या उसमे रिपिट न हो।{ **OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG** } फरमूला द्वारा खाली वर्ग को इस प्रकार से व्यवस्थित करके भरा जाएगा।यहां अंको का योगफल S = 100 है। यहां { **OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG** } मे सबसे पहले O का न्यूनतम ज्ञात करना होगा। यहां O का न्यूनतम मान निम्नलिखित होगा।

$$*O = \frac{S-60}{5} \Rightarrow = \frac{100-60}{5} = 8$$

(यहां 5 , 60 Constant , S = sum of digits in each row = 100)

O	H	J	C	Q	R	X	N	I	D	E	S	Y	W	M	L	A	F	T	V	U	K	B	P	G
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32

यहां { **OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG** } मे O का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1जोडकर मान रखते जाएं। इस प्रकार सभी Alphabet का मान निकल जाएगा। इसके बाद मैजिक वर्ग मे { **OHJCQ RXNID ESYWM LAFTV UKBPG**} को clockwise direction या anticlock wise direction मे रखकर अंको को भर सकते हैं।

O	H	J	C	Q	R	X	N	I	D	E	S	Y	W	M	L	A	F	T	V	U	K	B	P	G
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32

(1) CLOCK WISE DIRECTION

(1)

A	B	C	D	E
P	Q	R	S	F
O	X	Y	T	G
N	W	V	U	H
M	L	K	J	I

↓↑

24	30	11	17	18
31	12	13	19	25
8	14	20	26	32
15	21	27	28	9
22	23	29	10	16

$\sum = 100$

(2)

M	N	O	P	A
L	W	X	Q	B
K	V	Y	R	C
J	U	T	S	D
I	H	G	F	E

↓↑

22	15	8	31	24
23	21	14	12	30
29	27	20	13	11
10	28	26	19	17
16	9	32	25	18

$\sum = 100$

(3)

I	J	K	L	M
H	U	V	W	N
G	T	Y	X	O
F	S	R	Q	P
E	D	C	B	A

↓↑

16	10	29	23	22
9	28	27	21	15
32	26	20	14	8
25	19	13	12	31
18	17	11	30	24

$\sum = 100$

(4)

E	F	G	H	I
D	S	T	U	J
C	R	Y	V	K
B	Q	X	W	L
A	P	O	N	M

↓↑

18	25	32	9	16
17	19	26	28	10
11	13	20	27	29
30	12	14	21	23
24	31	8	15	2

$\sum = 100$

अब हम 36 खानो के मैजिक वर्ग को भरना सीखेंगे। इसके लिए 9 खाने के 4 मैजिक वर्ग (A B C D) को एक साथ जोडकर अर्थात मर्ज कर 36 खाने वाले मैजिक वर्ग को भरेंगे। मैजिक वर्ग के 36 खाने को भरने के बाद इनमे 3 जोडे अंको को आपस मे चेज करेंगे। जिस क्रम मे {HEBCIGFAD }या इसके समतुल्य फरमूला है। उसी क्रम मे Alphabet के मान को व्यवस्थित करके मैजिक वर्ग के खानो मे भरा जाएगा। { HEBCIGFAD } फरमूला मे सबसे पहले A मैजिक वर्ग को भरेंगे। जिसमे 1से 9 अंक का इस्तेमाल होगा। इसके लिए सबसे पहले H का मान निकालना होगा। यहां H का मान उस मैजिक वर्ग मे न्यूनतम संख्यात्मक मान प्राप्त होगा। इसके बाद {QNK, LRP, OJM } फरमूला द्वारा **B मैजिक वर्ग को भरेंगे।जिसमे 10से 18 अंक का इस्तेमाल होगा। इसके बाद** { STU,VWX,YZA1 } फरमूला **द्वारा C मैजिक वर्ग को भरेंगे। जिसमे 19से 27 अंक का इस्तेमाल होगा। अंत मे** { B1 C1 D1, E1 F1 G1, H1 I1 J1} फरमूला द्वारा **D मैजिक वर्ग को भरेंगे। जिसमे 28से 36 अंक का इस्तेमाल होगा।**

36 खानें के मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। अर्थात 36 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 6\times 6$ खाने होगें। ∴ प्रत्येक ROW या COLUMN की संख्या $n = 6$ होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां $n = 6$

$$= \frac{6(6^2+1)}{2}$$

$$= \frac{6(36+1)}{2}$$

$$= \frac{6\times 37}{2}$$

$$= 111 \text{ Minimum value}$$

यदिं 36 खाने के मैजिक वर्ग को भरा जाए तो उस मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का न्यूनतम योगफल S = 111 Minimum होगा।

(1) एक MAGIC SQUARE के (6× 6) greed मे अंको से इस प्रकार भरे कि चारो तरफ से जोडने पर योगफल 111 आए। कोई संख्या उसमे रिपिट न हो। यहां **{ HEB,CIG,FAD }** द्वारा सबसे पहले A मैजिक वर्ग को भरे इसके बाद **{ QNK,LRP,OJM }** द्वारा B मैजिक वर्ग को भरे इसके बाद **{ STU,VWX,YZA1 }** द्वारा C मैजिक वर्ग को भरे और अंत मे **{ B1 C1 D1, E1**

F1 G1, H1 I1 J1} फरमूला द्वारा D मैजिक वर्ग को भरे इसके बाद इनमे 3 जोडे अल्फावेट के अंको को आपस मे चेंज करना होगा। (A-I1) 8 और 35 को आपस मे बदले। (C- E1) 4 और 31 को आपस मे बदले। (I-F1) 5 और 32 को आपस मे बदले। इनको आपस मे बदलने के बाद 36 खाने वाला मैजिक वर्ग कम्पलिट होगा। निम्न पैटर्न मे अल्फावेट को व्यवस्थित करके मैजिक वर्ग को पूरा करें

A C

A	H	G	Z	S	X
B	I	F	U	W	Y
C	D	E	V	A1	T
I1	B1	G1	J	Q	P
D1	F1	H1	K	R	O
E1	J1	C1	L	M	N

D ↓↑ B

8	1	6	26	19	24
3	5	7	21	23	25
4	9	2	22	27	20
35	28	33	17	10	15
30	32	34	12	14	16
31	36	29	13	18	11

अब मैजिक वर्ग मे 3 जोडे अंक जिसमे 8 के स्थान पर 35 को रखे। 4 के स्थान पर 31को रखे। 5 के स्थान पर 32 को रखने पर मैजिक वर्ग कम्पलिट होगा।

A C COMPLETE MAGIC SQUARE

35	1	6	26	19	24
3	32	7	21	23	25
31	9	2	22	27	20
8	28	33	17	10	15
30	5	34	12	14	16
4	36	29	13	18	11

D $\sum = 111$ B

Group-A { HEBCIGFAD } मानक Alphabet ।

Group-A = { 1 2 3 4 5 6 7 8 9 } के मानक अंक ।

BY SUBANT PASWAN

यहां {HEBCIGFAD } मे H का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1 बढा कर मान रखने पर सभी Alphabet का मान निकल जाएगा।

*H = $\frac{S-12}{3}$ = $\frac{15-12}{3}$ = 1

Group-B { QNKLRPOJM } मानक अल्फावेट।

= { 10 11 12 13 14 15 16 17 18} के मानक अंक

यहां { QNKLRPOJM } मे Q का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1 बढा कर मान रखने पर सभी Alphabet का मान निकल जाएगा।

***Q =** $\frac{S-12}{3}$ **=** $\frac{42-12}{3}$ **= 10**

Group-C { Z,W,T, U, A1,Y,X,S,V } मानक अल्फावेट।

Group-C = { 19 20 21 22 23 24 25 26 27} के मानक अंक।

यहां { ZWT UA1 YXSV } मे Z का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1 बढा कर मान रखने पर सभी Alphabet का मान निकल जाएगा।

***Z =** $\frac{S-12}{3}$ **=** $\frac{69-12}{3}$ **=** $\frac{57}{3}$ **= 19**

Group-D { **B1, C1, D1, E1, F1, G1, H1, I1, J1** } मानक अल्फावेट।

Group-D = {**28 29 30 31 32 33 34 35 36**} के मानक अंक।

यहां { I1, F1, C1, D1, J1,H1, G1, B1, E1 } मे I1 का मान निकालने के बाद अन्य Alphabet के मान के लिए उतरोतर 1बढा कर मान रखने पर सभी Alphabet का मान निकल जाएगा।

***I1 =** $\frac{S-12}{3}$

= $\frac{96-12}{3}$

= $\frac{84}{3}$ **= 28**

अब हम 49 खानो के मैजिक वर्ग को भरना सीखेंगे। जिसमे 1से 49 अंक का इस्तेमाल होगा। एक खास पैटर्न पर इसे भरा जाएगा। सबसे पहले यह ज्ञात कर ले कि इसके प्रयुक्त अंको का योगफल कितना होगा ?

49 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। अर्थात 49 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 7 \times 7$ खाने होगें। ∴ प्रत्येक ROW या COLUMN मे n = 7 खाने होगे।अर्थात प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल निम्नलिखित होगां।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 7

$$= \frac{7(7^2+1)}{2}$$

$$= \frac{7(49+1)}{2}$$

$$= \frac{7 \times 50}{2}$$

= 175 Minimum value

यदिं 49 खाने के मैजिक वर्ग को भरा जाए तो उस मैजिक वर्ग मे अंको का न्यूनतम योगफल S = 175 Minimum होगा।

t	A	B	C	p	o	n
s	i	M	N	f	e	E
r	h	b	U	Z	P	F
G	Q	W	Y	a	g	q
L	T	X	c	V	d	l
K	S	k	j	R	O	m
J	w	v	u	H	I	D

26 capital alphabet लेने के बाद इसके आगे 23 Small alphabet का प्रयोग किया गया है। जिसमे 26 के बाद 27 के लिए Small alphabet a का प्रयोग किया गया है। 28 के लिए b का प्रयोग किया गया है।

↓↑

46	1	2	3	42	41	40
45	35	13	14	32	31	5
44	34	**28**	**21**	**26**	16	6
7	17	**23**	**25**	**27**	33	43
12	20	**24**	**29**	**22**	30	38
11	19	37	36	18	15	39
10	49	48	47	8	9	4

∑175

BY SUBANT PASWAN

अब हम 64 खानो के मैजिक वर्ग को भरना सीखेंगे। जिसमे 1से 64 अंक का इस्तेमाल होगा। एक खास पैटर्न पर इसे भरा जाएगा। सबसे पहले यह ज्ञात कर ले कि इसके प्रयुक्त अंको का योगफल कितना होगा ?

64 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। अर्थात 64 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 8 \times 8$ खाने होगें। ∴ प्रत्येक ROW या COLUMN मे n = 8 खाने होगे। अर्थात प्रत्येक पंक्ति मे अंको का योगफल निम्नलिखित होगां।

SUM OF MAGIC SQUARE = $\frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 8

$$= \frac{8(8^2+1)}{2}$$

$$= \frac{8(64+1)}{2}$$

$$= \frac{8\times65}{2}$$

= 260 Minimum value

यदिं 64 खाने के मैजिक वर्ग को भरा जाए तो उस मैजिक वर्ग मे अंको का न्यूनतम योगफल S = 260 Minimum होगा।

A					S		d
	X	I			N		C
Y			H	a		V	
	P	Q		F		K	
		B		E		c	
G	Z				T		L
		O	R		M		U
J	W			b		D	

26 capital alphabet लेने के बाद इसके आगे Small alphabet का प्रयोग किया गया है। 26 के बाद लिए Small alphabet a = 27 का प्रयोग किया गया है। b = 28 c = 29 & z = 52 and so on

↓↑

1	57	40	32	43	19	38	30
48	24	9	49	54	14	59	3
25	33	64	8	27	35	22	46
56	16	17	41	6	62	11	51
50	47	2	31	5	44	29	52
7	26	55	42	61	20	37	12
63	34	16	18	36	13	60	21
10	23	56	39	28	53	4	45

∑260

अब हम 81 खानो के मैजिक वर्ग को भरना सीखेंगे। जिसमे 1से 81 अंक का इस्तेमाल होगा। एक खास पैटर्न पर इसे भरा जाएगा। सबसे पहले यह ज्ञात कर ले कि इसके प्रयुक्त अंको का योगफल कितना होगा ?

81 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। अर्थात 81खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n} = 9 \times 9$ खाने होगें। ∴ प्रत्येक ROW या COLUMN मे n = 9 खाने होगे। अर्थात प्रत्येक पंक्ति मे अंको का योगफल निम्नलिखित होगां।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 9

$$= \frac{9(9^2+1)}{2}$$

$$= \frac{9(81+1)}{2} \quad = \frac{9\times 82}{2} \quad = 369 \text{ Minimum value}$$

यदिं 81 खाने के मैजिक वर्ग को भरा जाए तो उस मैजिक वर्ग मे अंको का न्यूनतम योगफल S = 369 Minimum होगा।

				A	L	W	h	
			I	K	V	g		
		H	J	U	f			
	G	R	T	e				
F	Q	S	d					
P	a	c						E
Z	b						D	O
						C	N	Y
					B	M	X	

26 capital alphabet लेने के बाद इसके आगे Small alphabet का प्रयोग किया गया है। 26 के बाद लिए Small alphabet a = 27 का प्रयोग किया गया है। b = 28 c = 29 & z = 52

↓↑

47	58	69	80	1	12	23	34	45
57	68	79	9	11	22	33	44	46
67	78	8	19	21	32	43	54	56
77	7	18	20	31	42	53	55	66
6	17	19	30	41	52	63	65	76
16	27	29	40	51	62	64	75	5
26	28	39	50	61	72	74	4	15
36	38	49	60	71	73	3	14	25
37	48	59	70	81	2	13	24	35

$\sum 369$

अब हम 100 खानो के मैजिक वर्ग को भरना सीखेंगे। जिसमे 1से 100 अंक का इस्तेमाल होगा। एक खास पैटर्न पर इसे भरा जाएगा। सबसे पहले यह ज्ञात कर ले कि इसके प्रयुक्त अंको का योगफल कितना होगा ?

100 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। अर्थात 100 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{n} = 10 \times 10$ खाने होगें।∴ प्रत्येक ROW या COLUMN मे n = 10 खाने होगे ।अर्थात प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल निम्नलिखित होगां।

SUM OF MAGIC SQUARE = $\frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 10

$$= \frac{10(10^2+1)}{2}$$

$$= \frac{10(100+1)}{2} = \frac{10 \times 101}{2} = 505 \text{ Minimum value}$$

यदिं 100 खाने के मैजिक वर्ग को भरा जाए तो उस मैजिक वर्ग मे अंको का न्यूनतम योगफल S = 505 Minimum होगा।

		A	H	O					
		G	N	P					
D			T	V					
		S	U	C					
		Y	B	I					
Q	X						Z		
W	E								
	F	M							
J	L								
K	R							a	

26 capital alphabet भरने के बाद इसके आगे Small alphabet का प्रयोग किया गया है। 26 के बाद लिए Small alphabet a = 27 का प्रयोग किया गया है

↓↑

92	99	1	8	15	67	74	51	58	40
98	80	7	14	16	73	55	57	64	41
4	81	88	20	22	54	56	63	70	47
85	87	19	21	3	60	62	69	71	28
86	93	25	2	9	61	68	75	52	34
17	24	76	83	90	42	49	26	33	65
23	5	82	89	91	48	30	32	39	66
79	6	13	95	97	29	31	38	45	72
10	12	94	96	78	35	37	44	46	53
11	18	100	77	94	36	43	50	27	59

$\sum 505$

BY SUBANT PASWAN

26 capital alphabet भरने के बाद इसके आगे Small alphabet का प्रयोग किया गया है। 26 के बाद लिए Small alphabet a = 27 का प्रयोग किया गया है। b = 28 , c = 29 ,d = 30 , e = 31, f = 32 , g = 33, h = 34 etc का मान फिक्स होते जाएगा।

किसी भी मैजिक वर्ग को भरने के लिए यह जानना महत्वपूर्ण होता है कि इनके प्रत्येक पंक्ति,स्तंभ या विकर्णवत अंको का योगफल क्या होगा? किसी भी मैजिक वर्ग को अंको से भरने के लिए एक फरमूला का प्रयोग किया गया है। जिसके माध्यम से मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल ज्ञात किया जा सकता हैं।

(1) यदिं 9 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल निम्पलिखित फरमूला द्वारा ज्ञात करें।

SUM OF DIGITS IN MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$: (Minimum value)

यहां n = MAGIC SQUARE के एक भूजा मे वर्गो की संख्या।

SUM OF DIGITS IN EACH ROW $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 3

$= \frac{3(3^2+1)}{2}$

$= \frac{3(9+1)}{2}$

S $= \frac{3\times10}{2} = 15$ Minimum value

(2) यदिं16 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 34 Minimum होगा। 16 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। अर्थात 16 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n$ = 4× 4 खाने होगें। अर्थात n = 4 होगे।

SUM OF DIGITS IN EACH ROW $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 4

$= \frac{4(4^2+1)}{2}$

$= \frac{4(16+1)}{2}$

$$= \frac{4\times17}{2}$$

S = 34 Minimum value

(3) यदिं25 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 65 Minimum होगा। 25 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा।अर्थात 25 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n$ = 5× 5 खाने होगें। अर्थात n = 5 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 5

$$= \frac{5(5^2+1)}{2}$$

$$= \frac{5(25+1)}{2}$$

$$= \frac{5\times26}{2}$$

= 65 Minimum value

(4) यदिं36 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 111 Minimum होगा।इसी प्रकार 36 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए पहले n का मान ज्ञात करना होगा।36 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n$ = 6× 6 खाने होगें। अर्थात n = 6 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 6

$$= \frac{6(6^2+1)}{2}$$

$$= \frac{6(36+1)}{2}$$

$$= \frac{6\times37}{2}$$

= 111 Minimum value

अर्थात 36 खाने के मैजिक वर्ग मे भरे गए अंको का योगफल 111 आएगा। यह न्यूनतम धनात्मक मान है। इसमे प्रयुक्त अंको के मान को क्रमागत बढाकर अधिकतम धनात्मक मान या किसी भी मान को ज्ञात किया जा सकता है।

(5) यदिं 49 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 175 Minimum होगा। इसी प्रकार 49 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए सबसे पहले n का मान ज्ञात करना होगा। 49 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 7 \times 7$ खाने होगें।अर्थात n = 7 होगे। मैजिक वर्ग के प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको योगफल निम्न होगा।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 7

$$= \frac{7(7^2+1)}{2}$$

$$= \frac{7(49+1)}{2}$$

$$= \frac{7 \times 50}{2}$$

= 175 Minimum value

अर्थात 49 खाने के मैजिक वर्ग मे भरे गए अंको का योगफल 175 आएगा। यह न्यूनतम धनात्मक मान है। इसमे प्रयुक्त अंको के मान को क्रमागत बढाकर अधिकतम धनात्मक मान या किसी भी मान को ज्ञात किया जा सकता है।

(6) यदिं 64 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 260 Minimum होगा। इसी प्रकार 64 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए पहले n का मान ज्ञात करना होगा।64 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 8 \times 8$ खाने होगें। अर्थात n = 8 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 8

$$= \frac{8(8^2+1)}{2}$$

$$= \frac{8(64+1)}{2}$$

$$= \frac{8 \times 65}{2}$$

= 260 Minimum value

अर्थात 64 खाने के मैजिक वर्ग को भरने पर अंको का योगफल 260 आएगा।यहन्यूनतम धनात्मक मान है। इसमे प्रयुक्त अंको के मान को क्रमागत बढाकर अधिकतम धनात्मक मान या किसी भी मान को ज्ञात किया जा सकता है

(7) यदिं 81खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 269 Minimum होगा। इसी प्रकार 81 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए पहले n का मान ज्ञात करना होगा।81 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 9 \times 9$ खाने होगें। अर्थात n = 9 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 9

$$= \frac{9(9^2+1)}{2}$$

$$= \frac{9(81+1)}{2} = \frac{9 \times 82}{2} = 369 \text{ Minimum value}$$

अर्थात 81खाने के मैजिक वर्ग को भरने पर अंको का योगफल 369 आएगा। यह न्यूनतम धनात्मक मान है। इसमे प्रयुक्त अंको के मान को क्रमागत बढाकर अधिकतम धनात्मक मान या किसी भी मान को ज्ञात किया जा सकता है।

(8) यदिं100 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 505 Minimum होगा। इसी प्रकार 100 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए पहले n का मान ज्ञात करना होगा।100 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 10 \times 10$ खाने होगें। अर्थात n = 10 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 10

$$= \frac{10(10^2+1)}{2}$$

$$= \frac{10(100+1)}{2}$$

$$= \frac{10 \times 101}{2}$$

= 505 Minimum value

अर्थात100 खाने के मैजिक वर्ग को भरने पर अंको का योगफल 505 आएगा। यह न्यूनतम धनात्मक मान है। इसमे प्रयुक्त अंको के मान को क्रमागत बढाकर अधिकतम धनात्मक मान या किसी भी मान को ज्ञात किया जा सकता है।

(9) यदिं121 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 671 Minimum होगा। इसी प्रकार 121 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए पहले n का मान ज्ञात करना होगा।121 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 11 \times 11$ खाने होगें। अर्थात n = 11 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 11

$$= \frac{11(11^2+1)}{2}$$

$$= \frac{11(121+1)}{2}$$

$$= \frac{11 \times 122}{2}$$

= 671 Minimum value

अर्थात121खानेके मैजिक वर्ग को भरने पर अंको का योगफल 671 आएगा। यह न्यूनतम धनात्मक मान है। इसमे प्रयुक्त अंको के मान को क्रमागत बढाकर अधिकतम धनात्मक मान या किसी भी मान को ज्ञात किया जा सकता है।

(10) यदिं144 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 870 Minimum होगा। इसी प्रकार 144 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए पहले n का मान ज्ञात करना होगा।144 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 12 \times 12$ खाने होगें। अर्थात n = 12 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 12

$$= \frac{12(12^2+1)}{2}$$

$$= \frac{12(144+1)}{2}$$

$$= \frac{12 \times 145}{2} = 870 \text{ Minimum value}$$

अर्थात144खानेके मैजिक वर्ग को भरने पर अंको का योगफल 870 आएगा। यह न्यूनतम धनात्मक मान है। इसमे प्रयुक्त अंको के मान को क्रमागत बढाकर अधिकतम धनात्मक मान या किसी भी मान को ज्ञात किया जा सकता है।

(11) यदिं169 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 1105 Minimum होगा। इसी प्रकार 169 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए पहले n का मान ज्ञात करना होगा।169 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 13 \times 13$ खाने होगें। अर्थात n = 13 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 13

$= \frac{13(13^2+1)}{2}$

$= \frac{13(169+1)}{2}$

$= \frac{13 \times 170}{2} = 1105$ Minimum value

अर्थात169खानेके मैजिक वर्ग को भरने पर अंको का योगफल1105 आएगा। यह न्यूनतम धनात्मक मान है। इसमे प्रयुक्त अंको के मान को क्रमागत बढाकर अधिकतम धनात्मक मान या किसी भी मान को ज्ञात किया जा सकता है।

(12) यदिं 225 खाने के मैजिक वर्ग को भरना हो तो उस मैजिक वर्ग मे प्रत्येक पंक्ति या स्तंभ मे अंको का योगफल S = 1695 Minimum होगा। इसी प्रकार 225 खानें के मैजिक वर्ग मे अंको का योगफल ज्ञात करने के लिए पहले n का मान ज्ञात करना होगा।225 खानों के एक वर्गाकार ग्रीड मे $n \times n = 15 \times 15$ खाने होगें। अर्थात n = 15 होगे।

SUM OF MAGIC SQUARE $= \frac{n(n^2+1)}{2}$; यहां n = 15

$= \frac{15(15^2+1)}{2}$

$= \frac{15(225+1)}{2}$

$= \frac{15 \times 226}{2}$

= 1695 Minimum value

(4.4) रेडियोधर्मी पदार्थ C-14 (RADIO ACTIVE SUBSTANCES C –14)

इस टौपिक के अंतर्गत हम रेडियोधर्मी पदार्थ C-14 के बारे मे अध्ययन करेंगे। यह एक रेडियोधर्मी विधि है जिसका उपयोग पुरातन जैविक वस्तुओं के आयु ज्ञात करने के लिए किया जाता है। इसका आविष्कार अमेरिका के वैज्ञानिक विलार्ड एफ लिबी ने 1940 ईस्वी मे किया था। इसके लिए उन्हे 1960ADमे नोबेल पुरस्कार मिला था। कार्बन14 एक अस्थिर समस्थानिक है जो वायुमंडल मे नाइट्रोजन से बनता है।यह जीवो मे लाइफटाइम तक रहता है।जब कोई जीव मरता है तो उसमे C-14 का अवशोषण रूक जाता है और वह धीरे धीरे विघटित होने लगता हैं। इसका आधा जीवन लगभग 5730 वर्ष होता है।अर्थात हर 5730 वर्ष मे C-14 की मात्रा आधी हो जाती है। इस विधि से हजारो वर्ष पुरानें जैविक अवशेषों की आयु का निर्धारण हो सकता है। इस विधि पर आधारित कुछ महत्वपूर्ण प्रश्न है जो निम्नलिखित है।

(1) एक रेडियोधर्मी पदार्थ जिसकी अर्द्ध आयु काल अर्थात ($t\frac{1}{2}$ = 25 years) है तो बताए कि 75 वर्ष बाद कितना शेष बचेगा?

$\therefore$ T = अर्द्ध आयु काल $\times n$

ie $75 = 25 \times n$

$\therefore n = \frac{75}{25} = 3$

$\therefore \frac{Number\ of\ atoms\ left\ at\ the\ end}{Number\ of\ atoms\ initially} = (\frac{1}{2})^n$, { $\frac{1}{2}$ Constant }

ie $= (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$ ANS

***अर्थात प्रारंभ मे किसी रेडियोधर्मी पदार्थ मे परमाणुओं की संख्या अधिक होता है तथा बाद मे धीरे धीरे एक निश्चित मात्रा मे कमी आती जाती है उक्त रेडियोधर्मी पदार्थ के प्रारंभ मे परमानु की मात्रा 8 थी लेकिन 75 वर्ष बाद इसकी सक्रिय मात्रा शेष 1रह गई है।**

अर्थात $\frac{1}{8} \times 100 = 12.5\%$ ANS

(2) एक रेडियोधर्मी पदार्थ रेडान जिसकी अर्द्ध आयु काल अर्थात ($t\frac{1}{2}$ = 3.8 days) है तो बताए कि कितने समय बाद रेडान $\frac{1}{20}$ शेष बचेगा?

ie $\therefore \frac{Number\ of\ atoms\ left\ at\ the\ end}{Number\ of\ atoms\ initially} = (\frac{1}{2})^n$, { $\frac{1}{2}$ Constant }

ie $\frac{1}{20} = (\frac{1}{20})^n$

ie $\frac{1}{20} = \frac{1^n}{2^n}$

ie $\frac{1}{20} = \frac{1}{2^n}$

ie $20 = 2^n$

taking log both sides

ie log20 = nlog2

$\therefore$ n = $\frac{log20}{log2} = \frac{1.3010}{0.3010} = 4.3$

$\therefore$ T = अर्द्ध आयु काल $\times n$

= 3.8 ×4.3

= 16.34 ANS

(3) एक रेडियोधर्मी तत्व की सक्रियता 60 सेकेण्ड मे अपने प्रारंभिक मान की 1/64 गुणा रह जाती है तो पदार्थ की की अर्द्ध आयु ज्ञात करें।

ie $\frac{Number\ of\ atoms\ left\ at\ the\ end}{Number\ of\ atoms\ initially} = (\frac{1}{2})^n$, { $\frac{1}{2}$ Constant }

ie $\frac{1}{64} = (\frac{1}{2})^n$

ie $\frac{1}{64} = \frac{1^n}{2^n}$

ie $\frac{1}{2^6} = \frac{1}{2^n}$

ie $2^6 = 2^n$ $\therefore$ n = 6

$\therefore$ T = अर्द्ध आयु काल $\times n$

ie 60 = अर्द्धआयु काल ×6

ie अर्द्धआयु काल ×6 = 60

$\therefore$ अर्द्धआयु काल $= \frac{60}{6}$ = 10 seconds ANS

(4) एक रेडियोधर्मी पदार्थ जिसकी अर्द्ध आयु (Half life) अर्थात ($t\frac{1}{2} = 1$ day) है तो बताए कि 4 दिन बाद उसकी प्रारंभिक मात्रा का कितना प्रतिशत शेष रह जाएगा?

$\because$ T = अर्द्ध आयु काल $\times n$

ie $4 = 1\times n$

ie n = 4

$\therefore$ remainder amount $= (\frac{1}{2})^n$

$= (\frac{1}{2})^4$

$= \frac{1}{16}\times 100 \quad = 6.25\%$ ANS

(5) एक रेडियोधर्मी तत्व कार्वन -14 का क्षय दर एक स्थिर गति से इस प्रकार होता है कि 5568 वर्ष मे कम होते होते 50% रह जाता है। एक पुरानी लकडी के टुकडे की आयु ज्ञात करे जिसमे कार्वन -14 की प्रारंभिक मात्रा की 12.5% हो।

ie $\frac{Number\ of\ atoms\ left\ at\ the\ end}{Number\ of\ atoms\ initially} = (\frac{1}{2})^n$, $\{\frac{1}{2}$ Constant $\}$

ie $\frac{12.5}{100} = (\frac{1}{2})^n$

ie $\frac{125}{1000} = \frac{1^n}{2^n}$

ie $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{2^n}$

ie $2^3 = 2^n$

$\therefore$ n = 3

$\therefore$ T = अर्द्ध आयु काल $\times n$

ie $= 5568\times 3$

= 16704 years ANS

(6) एकरेडियोधर्मी तत्व यूरेनियम-233 की अर्द्धआयु 160000 वर्ष है।यरेनियम -233 का क्षय दर एक नियतांक गति से इस प्रकार होता है कि वह 160000 वर्षो मे घटकर 50% रह जाता है तो यह कितने वर्षो मे 25% रह जाएगा?

ie $\frac{Number\ of\ atoms\ left\ at\ the\ end}{Number\ of\ atoms\ initially} = (\frac{1}{2})^n$, { $\frac{1}{2}$ Constant }

ie $\frac{25}{100} = (\frac{1}{2})^n$

ie $\frac{25}{100} = \frac{1^n}{2^n}$

ie $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^n}$

ie $2^2 = 2^n$

∴ n = 2

∴ T = अर्द्ध आयु काल × n

ie = 160000×2

= 320000 years ANS

(7) एक रेडियोधर्मी तत्व प्लूटोरियम-242 की अर्द्धआयु 380000वर्ष है। तो यह कितने वर्षो मे 75% घट जाएगा ?

∵ शेष मात्रा = (100−75) = 25% यह वर्तमान मात्रा दर्शाता है।

ie $\frac{Number\ of\ atoms\ left\ at\ the\ end}{Number\ of\ atoms\ initially} = (\frac{1}{2})^n$, { $\frac{1}{2}$ Constant }

ie $\frac{25}{100} = (\frac{1}{2})^n$

ie $\frac{25}{100} = \frac{1^n}{2^n}$

ie $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^n}$

ie $2^2 = 2^n$

∴ n = 2

∴ T = अर्द्ध आयु काल × n

ie = 380000 ×2

= 760000 years ANS

(8) एक रेडियोधर्मी तत्व प्लूटोरियम-242 की अर्द्धआयु 50000वर्ष है। तो यह कितने वर्षो मे 90% घट जाएगा ?

∵ शेष मात्रा = (100−90) = 10% यह वर्तमान मात्रा दर्शाता है।

ie $\frac{Number\ of\ atoms\ left\ at\ the\ end}{Number\ of\ atoms\ initially} = (\frac{1}{2})^n$, { $\frac{1}{2}$ Constant }

ie $\frac{10}{100} = (\frac{1}{2})^n$

ie $\frac{1}{10} = \frac{1^n}{2^n}$

ie $\frac{1}{10} = \frac{1}{2^n}$

⇨ $10 = 2^n$

nlog2 = log10 (Taking log both sides)

∴ n = $\frac{log10}{log2} = \frac{1}{.3010}$ = 3.332225

∴ T = अर्द्ध आयु काल $\times n$

ie = 50000 ×3.332225

= 166511 years ANS

(4.5) चर्चित प्रश्न (HOT QUESTION)

इस अध्याय के अंर्तगत हम विविध प्रकार के महत्वपूर्ण गणितीय प्रश्नों को हल करेगे। इस अध्याय मे महत्वपूर्ण प्रश्नों का संकलन किया गया है। यह अघ्याय अपने आप में अनुठा और अद्धितीय है। यह अध्याय मनोरंजन से परिपूर्ण है।इस प्रश्नावली मे प्रश्नों के हल करके गणितीय आनंद उठा पाऐगे। सोचने और समझने की क्षमता विकसित होगी। इसमे आप तर्कपूर्ण सोचकर हल कर सकेंगे। गणितीय प्रश्नों का हल करना अपने आप मे आनंद का विषय है। आधिकांश लोगो का मानना है कि गणित एक उबाउ और कठिन बिषय है लेकिन ऐसा नही है। गणित एक आनंदायक बिषय है। मन के सारे विकारों को दूर कर देता है। इसमे आप जितने गहरे उतरेंगे उतने ही आप गहरे आनंद उठा पाऐंगे। यहां कुछ प्रश्न और उनका हल दिया गया है। आप इसे हल करे और गणित का आनंद उठाऐ।

(1) एक व्यक्ति पहला दिन 1रू दुसरे दिन 2 रू तिसरे दिन 4 रू चौथे दिन 8 रू पांचवे दिन 16 रू तथा इसी प्रकार प्रतिदिन दुगुणा रूपया जमा करते जाए तो वह 30 दिनो मे कितना रूपया जमा करेगा ?

रूपया जमा करने का क्रम = 1, 2, 4, 8, 16 ------------- UP TO 30 DAYS

N = 30 days a = 1 ,

common ratio $r = \frac{2nd\ term}{1st\ term} = \frac{4th\ term}{3rd\ term}$

ie $r = \frac{2}{1} = \frac{8}{4} = 2$

30 दिनो मे जमा की गई राशी $= \frac{a(r^n - 1)}{r-1}$ $r > 1$

$= \frac{1(2^{30}-1)}{2-1}$

$= \frac{1(2^{30}-1)}{1}$

$= (2^{30} - 1)$

= 1073741824−1

= 1073741823 ANS

(2) एक व्यक्ति एक वर्गाकार प्लेट मे 385 लडडुओ को इस प्रकार सजाकर रखना चाहता है कि नीचले सतह से रखते हुए उपर तक इस प्रकार रखा जाए कि सबसे उपर शीर्ष पर 1 लडडू रहे तो बताए कि सबसे नीचले सतह पर कितना लडडू रखना होगा?

∵ प्लेट वर्गाकार आकार मे है इसलिए इसके सबसे निचले सतह पर सबसे बडा वर्ग बनेगा। इसके बाद इसके उपर इससे छोटा वर्ग बनेगा। इसके बाद इससे भी छोटा वर्ग बनेगा। इसी प्रकार वर्ग का आकार छोटा होते चला जाएगा और सबसे उपर सीर्फ एक रहेगा। इसके लिए एक फरमूला द्वारा हल किया जाएगा।

Sum of square = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ = 385

ie $2n^3+3n^2+n = 385 \times 6$

ie $2n^3+3n^2+n = 2310$

ie $2n^3+3n^2+n - 2310 = 0$

ie $2n^3+3n^2+n - 2310 = 0$

ie $(n-10)(2n^2+23n+231) = 0$

ie $(n-10) = 0$

ie $n = 10$

∴ सबसे नीचले सतह मे $n^2 = 10^2 = 100$ लडडू रखना होगा।

(3) होली के अवसर पर कुछ बच्चो ने एक दुसरे को एक एक उपहार दिए। इस प्रकार कुल 210 उपहार प्राप्त हुए तो बच्चो की संख्या ज्ञात करे।

माना कि वच्चो की संख्या = n

∴ बच्चो की कुल संख्या = $n(n-1) = 210$

ie $n^2 - n = 210$

ie $n^2 - n - 210 = 0$

ie $n^2 - 15n + 14n - 210 = 0$

ie $n(n-15) + 14(n-15) = 0$

ie $(n - 15)(n + 14) = 0$

ie $(n - 15) = 0$

∴ $n = 15$ ANS

(4) किसी पार्टी मे 30 व्यक्तियो ने एक दूसरे से हाथ मिलाया तो बताए कि पार्टी मे कितने हाथ मिले?

यहां व्यक्तियो की संख्या $n = 30$ है।

अपने को छोडकर दुसरे से $(n-1)$ हाथ मिलाया

∴ हाथ मिलाने की कुल संख्या $= n(n-1)$

ie $= 30(30 - 1)$

ie $= 30 \times 29$

$= 870$ ANS

(5) एक गेंद 120 मीटर की उचाई से गिराया जाता है। वह पहले की अपेक्षा 20% कम उचाई तक उछाल लेती है। अर्थात (100 −20) = 80% ही उछाल लेती है। इस प्रकार इसका क्रम चलता रहता है। तो स्थिर की अवस्था तक आने मे गेंद द्वारा तय की दूरी ज्ञात करे।

गेंद द्वारा तय की दूरी $= \{ \text{Height} + 2\left(\frac{\text{Height} \times X\%}{100 - X}\right) \}$ $X = 80\%$

$= \{ 120 + 2\left(\frac{120 \times 80}{100 - 80}\right) \}$

$= \{ 120 + 2\left(\frac{9600}{20}\right) \}$

$= \{ 120 + 2(480) \}$

$= \{ 120 + 960 \}$

$= 1080$ Metre ANS

(6) एक गेंद 50 मीटर की उचाई से गिराया जाता है। तो फर्श पर टकराने के बाद अपनी पूर्व उचाई का 3/5 भाग लौट आता है। तो इसी प्रकार विरामावस्था तक आने मे गेंद द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात करे।

गेंद द्वारा तय की दूरी $= \{ \text{Height} + 2\left(\frac{\text{Height} \times X\%}{100 - X}\right) \}$

$X = \frac{3}{5} \quad = \frac{3}{5} \times 100 \quad = 60\%$

$= \{ 50 + 2(\frac{50\times 60}{100-60}) \}$

$= \{ 50 + 2(\frac{3000}{40}) \}$

$= \{ 50 + 2 (75) \}$

$= \{ 50 + 150 \}$

= 200 Metre ANS

(7) एक व्यक्ति 21 लाख रू बैक मे जमा करते समय वसियत नामा मे इस प्रकार लिखवाता है कि यदि मेरी पत्नी को बच्चा होगा तब बच्चा के नाम से 14 लाख और शेष पत्नी के नाम से। अगर बच्ची होगी तब बच्ची के नाम से 7 लाख और शेष पत्नी के नाम से। लेकिन ईश्वर की मर्जी ही कुछ और थी कि एक साथ एक बच्चा और एक बच्ची जन्म लिया तो बताए कि प्रत्येक को कितना कितना हिस्सा मिलनी चाहिए ?

वसिय नामा के पहली शर्त से स्पष्ट होता है कि बच्चा अपनी मां से दुगुना का हकदार है। -- (1)

वसिय नामा के दुसरी शर्त से स्पष्ट होता है कि मां अपनी बच्ची से दुगुने की हकदार है। -- (2)

माना कि बच्ची को x रू मिला

∴ मां को बच्ची के हिस्से का दुगुना = 2x रू मिला

∴ बच्चा को मां के हिस्से का दुगुना = 4x रू मिला

∴ प्रश्नानुसार $(x + 2x + 4x) = 2100000$

ie $7x = 2100000$

$\therefore \quad x = \frac{2100000}{7} = 300000$

∴ बच्ची का हिस्सा x = 300000 Rs ANS

∴ बच्ची की मां का हिस्सा $2x = 2\times300000 = 600000$ Rs ANS

∴ बच्चा का हिस्सा $4x = 4\times300000 = 1200000$ Rs ANS

(8) एक संख्या 3 से प्रारंभ होती है। यदि प्रारंभिक अंक 3 को इकाई के स्थान पर रख दिया जाए तो नई संख्या प्रारंभिक संख्या की 1/3 हो जाती है तो संख्या ज्ञात करे।

प्रारंभिक संख्या = *3103448275862068965517241379

नई संख्या = 1034482758620689655172413793*

(9) एक बडी संख्या के इकाई अंक 3 है। यदि इसको हटाकर संख्या के प्रारंभ मे रख दिया जाए तो नई संख्या मूल संख्या का तीन गुणा हो जाती है तो संख्या ज्ञात करे।

प्रारंभिक संख्या = 1034482758620689655172413793*

नई संख्या = *3103448275862068965517241379

(10) एक बडी संख्या के इकाई अंक 2 है।यदि इसे हटाकर संख्या के प्रारंभ मे रख दिया जाए तो नई संख्या मूल संख्या का दोगुणा हो जाती है तो संख्या ज्ञात करे।

प्रारंभिक संख्या = 105263157894736842*

नई संख्या = *210526315789473684

(11) एक बडी संख्या के इकाई अंक 4 है। यदि इसे हटाकर संख्या के प्रारंभ मे रख दिया जाए तो नई संख्या मूल संख्या का दोगुणा हो जाती है तो संख्या ज्ञात करे।

प्रारंभिक संख्या = 210526315789473684*

नई संख्या = *421052631578947368

(12) एक व्यक्ति को 975 रूपये को मासिक किस्त मे चुकाने हैं। प्रत्येक किस्त पिछले किस्त से 5 रूपये कम है। यदि पहली किस्त 100 है तो सम्पूर्ण भूगतान करने मे कितना समय लगेगा।

⇨ $S = \frac{n}{2}[\,2a+(n-1)d\,]$ $a = 100$, $d = -5$, $s = 975$, $n = ?$

⇨ $975 = \frac{n}{2}[\,2\times 100+(n-1)\times -5\,]$

⇨ $975 = \frac{n}{2}[\,200 - 5n+5\,]$

⇨ $975 = \frac{n}{2}[\,205 - 5n\,]$

⇨ $1950 = n\,[\,205 - 5n\,]$

⇨ $1950 = 205n - 5n^2$

⇨ $1950 - 205n + 5n^2 = 0$

ie $5n^2 - 205n + 1950 = 0$

ie $5(n^2 - 41n + 390) = 0$

∴ $(n^2 - 41n + 390) = 0$

ie $(n-15)(n-26) = 0$

∴ $(n-15) = 0$

∴ $n = 15$ मासिक किस्तो मे   Ans

(13) एक विद्यालय के किसी कक्षा मे 21 विद्यार्थी भौतिकी पढते है। 24 गणित पढते है। 24 रसायन पढते है। 11 गणित और भौतिकी पढते है। 13 गणित और रसायन पढते है। 12 भौतिकी और रसायन पढते हैं। और 5 विद्यार्थी सभी तीनो विषय गणित, भौतिकी और रसायन पढते है। तो उस कक्षा मे कितनी विद्यार्थी है?

⇨ $n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

माना कि $n(A)$ = भौतिकी पढने वाले = 21

$n(B)$ = गणित पढने वाले = 24

$n(C)$ = रसायन पढने वाले = 24

$n(A \cap B)$ = भौतिकी और गणित पढने वाले = 11

$n(B \cap C)$ = गणित और रसायन पढने वाले = 13

$n(C \cap A)$ = रसायन और भौतिकी पढने वाले = 12

$n(A \cap B \cap C)$ = भौतिकी ,गणित और रसायन पढने वाले = 5

⇨ $n(A \cup B \cup C)$

$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

$= 21 + 24 + 24 - 11 - 13 - 12 + 5$

$= 74 - 36$

$= 38$ Ans

(14) एक व्यक्ति 2 महीने कमाता है और 3 महीने तक खाता है। इस प्रकार वह एक वर्ष मे 15000 बचाता है। तो उस व्यक्ति का मासिक आय क्या है?

माना कि मासिक आय = x रूपये तथा मासिक खर्च = y रूपये

∴ मासिक बचत $= x - y$ रूपये ∴ वार्षिक बचत $= 12(x - y)$

∴ प्रश्नानुसार वार्षिक बचत $= 12(x - y) = 15000$

$\therefore (x - y) = \frac{15000}{12} = 1250$ ------------------ (1)

∵ **2 महीने का आय 3 महीने खर्च के बराबर है। अर्थात** $2x = 3y$

ie $= 2x - 3y = 0$ --- (2)

अब समीकरण (1) और (2) से

$x - y = 1250$ ------------------ (1)

$2x - 3y = 0$ -------------------- (2)

ie $2x - 2y = 2500$

$2x - 3y = 0$

$Y = 2500$

$x - y = 1250$ ------------------ (1)

$x - 2500 = 1250$

$\therefore x = 1250 + 2500 = 3750$ Ans

(15) एक तालाब मे कमल का फुल पानी के सतह से 1 फिट उपर दिखाई देता है। लेकिन हवा के तेज झोंका के कारण कमल का फुल 4 फिट की दूरी पर डुब गया तो तालाब की गहराई ज्ञात करे।

माना कि तालाब की गहराई AD = X फिट

AB कमल की लम्बाई है।यहां AB बराबर AC होगा क्योंकि हवा मे झोंका के कारण तीरछा होकर AC की स्थिति मे आ गया है। BD = 1 फिट जो झी ल मे दिखाई देता है। जो C बिन्दू पर लुप्त हो जाता है।

∴ AB = X+1

ie AB = AC = X+1

Δ ADC मे $(AC)^2 = (AD)^2 + (CD)^2$

$(X+1)^2 = (X)^2 + (4)^2$

$X^2 + 2X + 1 = X^2 + 16$

$X^2 + 2X + 1 - X^2 - 16 = 0$

ie $2x - 15 = 0$

∴ $2x = 15$

∴ $x = \frac{15}{2} = 7.5$ feet Ans

(16) होली के अवसर पर कुछ बच्चों ने प्रत्येक ने प्रत्येक को एक एक उपहर दिया। इस प्रकार 210 उपहार प्राप्त हुए तो बच्चों की कुल संख्या ज्ञात करे।

माना कि बच्चो की कुल संख्या = x , ∴ प्रत्येक ने (x−1) उपहार दिया।

∴ प्रश्नानुासार

$x(x-1) = 210$

ie $x^2 - 1x = 210$

ie $x^2 - 1x - 210 = 0$

ie $(x-15)(x+14) = 0$

ie $x - 15 = 0$

∴ $x = 15$ Ans

(17) किसी पार्टी मे 30 व्यक्तियों ने प्रत्येक ने प्रत्येक से हाथ मिलाया तो बताए कि पार्टी मे कितने हाथ मिलाए गए?

∵ व्यक्तियो की संख्या $n = 30$

∴ मिलाए गए हाथों की संख्या $= x(x-1)$

∴ प्रश्नानुसार ⇨ $x(x-1)$

$= 30(30-1)$

$= 30\times 29$

$= 870$ Ans

(18) एक बाज मुंह मे मांस का टुकडा लेकर 144 फिट की उचाई पर उड रहा था। उसी समय एक जहाज ठिक उपर पहूच गया। जिसके कारण बाज घबरा गया और उसके मुंह से मांस का टुकडा छुट गया और 3 सेकेण्ड मे जमीन पर आ गिरा। उसी वक्त हवाई जहाज के एक यात्री के हाथ से सेब छुटकर 5 सेकेण्ड मे जमीन पर गिर पडा। यदि गिरती हुई चीजो की दूरी उसके गिरने के बक्त के वर्ग के समानुपाती है। तो बताए कि हवाई जहाज कितने उचाई पर उड रहा था?

माना कि हवाई जहाज x फिट की उचाई पर उड रहा था।

∴ प्रश्नानुसार गिरती हुई वस्तुओ की दुरी उसके गिरने के समय के वर्ग के अनुपात मे है। अर्थात

$= \frac{144}{x} = \frac{(3)^2}{(5)^2}$

$= \frac{144}{x} = \frac{9}{25}$

$= 9x = 144\times 25$

$\therefore x = \frac{144\times 25}{9} = 400$ feet Ans

(19) मेरे पास कुछ आम है इसे कुछ लडको और लडकियों मे बांटना है। प्रत्येक लडके को 3 आम तथा प्रत्येक लडकी को 5 आम दिये गए। यदि सभी को 5-5 आम दिए जाते तो 22 आम घट जाते है। यदि प्रत्येक को3-3 आम दिए जाए तो 16 आम बच जाते है। तो बताए कि मेरे पास कितने आम है। साथ ही लडको और लडकियों की संख्या बताए।

माना कि आमो की संख्या $= x$

लडकों की संख्या $= y$

लडकियों की संख्या = z

∴ प्रश्नानुसार पहले शर्त के अनुसार

∴ $3y + 5z = x$ ------------------------- (1)

∴ प्रश्नानुसार दुसरे शर्त के अनुसार

∴ $5(y + z) = x+22$ ----------------- (2)

ie $5y+5z = (3y+5z) + 22$

ie $5y+5z = 3y+5z + 22$

ie $5y+5z - 3y-5z - 22 = 0$

ie $5y+5z - 3y-5z - 22 = 0$

ie $2y = 22$

∴ $y = 11$ Ans

∴ प्रश्नानुसार तीसरे शर्त के अनुसार

∴ $3(y + z) = x-16$

ie $3y+3z = x-16$

ie $3y+3z = (3y + 5z) - 16$

ie $3y+3z - 3y - 5z + 16 = 0$

ie $3y+3z - 3y - 5z + 16 = 0$

ie $-2z + 16 = 0$

∴ $-2z = -16$

∴ $2z = 16$

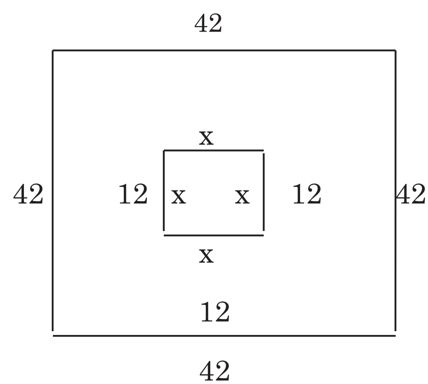
∴ $z = 8$ Ans

⇨ $x = 3y + 5z$

$= 3\times 11 + 5 \times 8$

$= 33+40 = 73$ Ans

(20) एक फौज के सिपाही जब 12 के गहराई (deep) के खोखले वर्ग मे खडे किए जाते है तो बाहरी कतार मे 42 सिपाही होते है तो फौज मे सिपाहियो की संख्या ज्ञात करे।



अंतः कतार मे सैनिको की संख्या $x = (42-12\times2)$

$= 42-24$

$= 18$

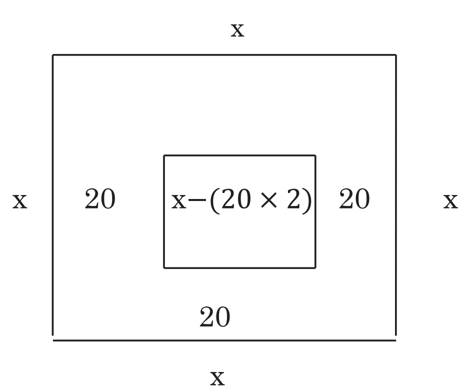
अर्थात बीच मे 18 के ठोस वर्ग खाली हैं

∴ सैनिको की कुल संख्या $= 42^2 - 18^2$

$= 1764-324$

$= 1440$ Ans

(21) एक फौज मे 9200 सैनिको को 20 के गहराई (deep) के खोखले वर्ग मे खडे किए जाते है तो बाहरी कतार मे सैनिको की संख्या ज्ञात करे।



माना कि बाहरी मे कतार मे सैनिको की संख्या = x

अंतः कतार मे सैनिको की संख्या = (x−20 × 2)

$$= (x - 40)$$

∴ सैनिको की कुल संख्या $= x^2 - (x-40)^2 = 9200$

$$= x^2 - (x^2 - 80x + 1600) = 9200$$

$$= x^2 - x^2 + 80x - 1600 = 9200$$

$$= 80x - 1600 = 9200$$

$$= 80x - 1600 - 9200 = 0$$

$$= 80x - 10800 = 0$$

$$\therefore \quad 80x = 10800$$

$$\therefore \quad x = \frac{10800}{80} = 135 \text{ Ans}$$

(22) एक रेंजिमेंट मे कम से कम सैनिको की संख्या ज्ञात करे जिसमे सैनिको को एक खोखले वर्ग के रूप मे खडे किए जा सके जिसके प्रत्येक भुजा के साथ गहराई 8,10,12, अथवा 15 है। तथा उसे एक ठोस वर्ग के रूप मे खडे किये जा सके।

सैनिको को एक ठोस रूप मे रखने के लिए 8,10,12,15 का लघुतमसमापर्वतक निकालकर उसे एक वर्ग के रूप मे रखना होगां।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8,\ 10,\ 12,\ 15 \\ \hline 2 & 4,\ 5,\ 6.15 \\ \hline 3 & 2,\ 5,\ 3,\ 15 \\ \hline 5 & 2,\ 5,\ 1,\ 5 \\ \hline & 2,\ 1,\ 1,\ 1 \end{array}$$

ie HCF $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

= 240

इसे ठोस वर्ग बनाने के लिए कम से कम 15 से गुणा करना होगा । अर्थात $240\times 15 = 3600$ Ans

(22) A की 4 गोलियों मे से 2 गोली सही निशाने पर लगती हैं। B की 5 गोलियों मे से 3 गोली सही निशाने पर तथा C की 7 गोलियों मे से 4 गोली सही निशाने पर लगती हैं। इस प्रकार कुल 468 गोलियां सही निशाने पर लगती है। यदि प्रत्येक ने बराबर संख्या मे गोलियां चलाई तो बताए कि कुल कितनी गोलियां चली तथा प्रत्येक की कितने सही निशाने पर लगी?

माना कि प्रत्येक ने x गोलियां चलाई।

$\therefore$ A का सही निशाने पर $= \frac{2x}{4}$ ------------------ (1)

$\therefore$ A गलत निशाने पर $= (x - \frac{2x}{4}) = \frac{2x}{4}$

$\therefore$ B का सही निशाने पर $= \frac{3x}{5}$ ------------------ (2)

$\therefore$ B गलत निशाने पर $= (x - \frac{3x}{5}) = \frac{2x}{5}$

$\therefore$ C का सही निशाने पर $= \frac{4x}{7}$ ------------------ (3)

$\therefore$ C गलत निशाने पर $= (x - \frac{4x}{7}) = \frac{3x}{7}$

$\therefore$ (A+B +C) के कुल सही निशाने पर $= \frac{2x}{4} + \frac{3x}{5} + \frac{4x}{7} = 468$

$= \frac{70x+84x+80x}{140} = 468$

$= \frac{234x}{140} = 468$

$= 234x = 468\times 140$

$\therefore x = \frac{468\times 140}{234} = 280$ Ans

$\therefore$ (A+B +C) के कुल गलत निशाने पर $= \frac{2x}{4} + \frac{2x}{5} + \frac{3x}{7}$

$= \frac{70x+56x+60x}{140}$

$= \frac{186x}{140}$

$= \frac{186\times280}{140} = 372$ Ans

∴ कुल चलने वाली गोलियो की संख्या 468 + 372 = 840 Ans

(23) कुछ लडको तथा लडकियो के समूह मे से 15 लडकियां चली गई। इसके बाद प्रत्येक लडकी के लिए 2 लडके रह गए। इसके बाद 45 लडके चले गए तब प्रत्येक लडके के लिए 5 लडकियां रह गई तो बताएं कि प्रारंभ मे कितनी लडकियां थी?

माना कि लडको की संख्या = X तथा लडकियों की संख्या = Y

∴ 15 लडकियों के चले जाने पर शेष = Y−15

∴ प्रश्नानुसार $= \frac{x}{y-15} = 2$

∴ x = 2(y−15)

∴ x = 2y−30 -------------------- (1)

∴ अब 45 लडकों के चले जाने पर शेष = x−45

∴ प्रश्नानुसार $= \frac{Y-15}{X-45} = 5$

ie 5(x−45) = y−15

ie 5x−225 = y−15

ie 5(2y−30)−225 = y−15

ie 10y−150 −225 = y−15

ie 10y−375 = y−15

ie 10y−375 −y+15 = 0

ie 9y−360 = 0

ie 9y=360

∴ y = 40 Ans

(24) एक बगीचे मे A , B, C तीन पार्टनर है। बगीचे मे आम के वृक्ष लगे थे। अचानक आंधी मे कुछ आम गिर गए। A पार्टनर पहले पहुचा और गिरे हुए आम का 1/3 लेकर घर चला गया। इसके बाद दुसरा B पार्टनर पहुचा और $\frac{1}{4}+1$ लेकर लौट गया। इसके बाद अंत मे C पार्टनर गया बचे हुए आमो को लेकर चला गया। तो बताएं कि कितना आम गिरा और प्रत्येक पार्टनर कितना कितना लेकर घर गया?

माना कि x आम गिरा।

∴ A गिरे हुए आम का $\frac{x}{3}$ लेकर गया। --------------------- (1)

∴ बचा हुआ आम $x - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$

∴ B बचे हुए आम का $\{(\frac{2x}{3} \times \frac{1}{4}) + 1\} = \frac{x+6}{6}$ लेकर गया। -------- (2)

∴ अंत मे बचा हुआ आम $(\frac{2x}{3} - \frac{x+6}{6}) = \frac{3x-6}{6}$

∴ C बचे हुए आम = $\frac{3x-6}{6}$ लेकर गया। ------------------ (3)

∴ प्रश्नानुसार ⇨ $\frac{x}{3} + \frac{x+6}{6} + \frac{3x-6}{6} = x$

$$= \frac{2x+x+6+3x-6}{6} = x$$

$$= \frac{6x}{6} = x$$

∴ $6x = 6x$

अतः solution से स्पष्ट है कि x का मान 6 के multiple मे आम गिरा होगा।कम से कम 12 आम गिरा होगा। तथा अधिकतम 6 के multiple मे अनंत तक गिरा होगा।

∴ प्रत्येक पार्टनर को x के value के अनुसार भिन्न भिन्न मान प्राप्त होगे।
Ans = 12,18,24,30,36,42,48,54,60 ------------------ ∞

(25) $$\sqrt[8]{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cdots\infty}}}}}} = ?$$

$$\sqrt[8]{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cdots\infty}}}}}} = x \quad \text{say}$$

Both sides arise power by 8

$$2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cfrac{1}{2207-\cdots\infty}}}}} = x^8$$

$$2207-\frac{1}{x^8} = x^8$$

$$\therefore \quad x^8+\frac{1}{x^8} = 2207$$

$$\text{ie } \left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)^2 - 2 = 2207$$

$$\therefore \ (x^4+\frac{1}{x^4})^2 = 2207+2$$

$$\therefore \ (x^4+\frac{1}{x^4})^2 = 2209$$

$$\therefore \ x^4+\frac{1}{x^4} = \sqrt{2209}$$

$$\therefore \ x^4+\frac{1}{x^4} = 47$$

$$\therefore \ (x^2+\frac{1}{x^2})^2 - 2 = 47$$

$$\therefore \ (x^2+\frac{1}{x^2})^2 = 47+2$$

$$\therefore \ (x^2+\frac{1}{x^2})^2 = 49$$

$$\therefore \ x^2+\frac{1}{x^2} = \sqrt{49}$$

$$\therefore \ x^2+\frac{1}{x^2} = 7$$

$\therefore\ (x+\frac{1}{x})^2 - 2 = 7$

$\therefore\ \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 7+2$

$\therefore\ \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = 9$

$\therefore\ x+\frac{1}{x} = \sqrt{9}$

$\therefore\ x+\frac{1}{x} = 3$

ie $\frac{x^2+1}{x} = 3$

ie $x^2 + 1 = 3x$

ie $x^2 - 3x + 1 = 0$

ie $D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1$

$= 9 - 4 = 5$

$\therefore\ x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ Ans

(26) $\sqrt{8-\sqrt{8+\sqrt{8-\sqrt{8+------\infty}}}} = ?$

$\sqrt{8-\sqrt{8+\sqrt{8-\sqrt{8+------\infty}}}} = x$ say

Squaring both sides

ie $8-\sqrt{8+\sqrt{8-\sqrt{8+-------\infty}}} = x^2$

ie $8-\sqrt{8+\sqrt{8-\sqrt{8+-------\infty}}} = x^2$

ie $8-\sqrt{8+x} = x^2$

a = 8 say

$\Rightarrow a - \sqrt{a+x} = x^2$

ie a$-x^2 = \sqrt{a+x}$

Squaring both sides

ie $x^4 - 2x^2a + a^2 = a + x$

ie $x^4 - 2x^2a + a^2 - a - x = 0$

ie $a^2 - 2x^2a - a + x^4 - x = 0$

ie $a^2 - (2x^2 - 1)a + x^4 - x = 0$

ie D = $b^2 - 4ac = (2x^2 - 1)^2 - 4 \times (x^4 - x)$

$= 4x^4 + 4x^2 + 1 - 4x^4 + 4x$

$= 4x^2 + 4x + 1$

$\therefore a = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{(2x^2 + 1) \pm \sqrt{4x^2+4x+1}}{2\times1} = \frac{2x^2 + 1 \pm 2x+1}{2}$

a = $\frac{2x^2+2x+2}{2}$

a $= x^2 +$ x +1

ie $x^2 +$ x +1 = 8

ie $x^2 +$ x +1$-$ 8 = 0

ie $x^2 +$ x $-$ 7 = 0

ie D = $1^2 - 4 \times 1 \times -7$

$= 1^2 + 28 = 29$

$\therefore a = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{29}}{2\times1} = \frac{-1 \pm 5.3851}{2} = \frac{4.3851}{2}$ = 2.1925 Ans

THE END

BY SUBANT PASWAN